

**O NOUA ABORDARE A PROBLEMATICII
INFASURARII SUPRAFETELOR, BAZATA PE
METODE DE REPREZENTARE IN FORMA
DISCRETA A SUPRAFETELOR, IN VEDEREA
ALGORITMIZARII SI INFORMATIZARII
PROFILARII SCULELOR GENERATOARE**

**Raport anual grant ID_656
Contract 238/2007**

**Colectiv: prof. dr. ing. Nicolae OANCEA
s.l. dr. ing. Virgil Gabriel TEODOR
s.l. dr. ing. Mircea DIMA
cercet. dr. ing. Marian CUCU
cercet. drd. ing. Ionut POPA
cercet. drd. ing. Gabriel DURA**

Anul 2008

Cuprins

CUPRINS.....	2
OBIECTIVUL 1. ELABORAREA UNOR MODELE DE REPREZENTARE IN FORMA DISCRETA A SUPRAFETELOR GENERATE PRIN INFASURARE, CA REZULTAT AL INFORMATIILOR OBTINUTE PRIN OMM, PRIN DESCRIEREA NUMERICA A UNEI GENERATOARE EFECTIVE A SUPRAFETEI.....	4
1.1. Completarea informatiilor privind modalitatile de masurare prin mijloace specifice OMM si analiza a suprafetelor (cercetare bibliografica)	4
Activitatea 1.2. Elaborarea de modele pentru descrierea in forma discreta a suprafetelor	17
1.3. Aplicarea metodologiei de reprezentare discreta a suprafetelor.....	27
OBIECTIVUL 2 SINTEZA UNOR MODALITĂȚI DE REPREZENTARE PRIN POLI A MATRICELEOR DE COORDONATE REPREZENTÂND GENERATOARE EXPRIMATE ÎN FORMĂ DISCRETĂ A SUPRAFETELOR GENERATE, CA METODA DE APRECIERE RAPIDĂ ȘI RIGUROASĂ A FORMEI EFECTIVE A GENERATOAREI SUPRAFETEI.	34
Activitatea 2.1. Forme de reprezentare prin poli a generatoarei suprafetei cilindrice.....	34
Activitatea 2.2. Elaborarea unor algoritmi pentru identificarea nivelului de eroare a reprezentării prin poli a generatoarei suprafetelor.....	42
Activitatea 2.3. Modele de aproximare prin poli a profilurilor generate prin înfășurare prin metoda rulării	46
Activitatea 2.4. Aplicatii pentru suprafetele active ale sculelor aschietoare (burghie elicoidale)	94
Activitatea 2.5. Elaborarea de produse soft specifice.....	106
OBIECTIVUL 3. ELABORAREA UNUI MODEL DE PREDICȚIE ȘI COMPENSARE A ERORII DE GENERARE A SUPRAFETEI DE PRELUCRAT PRIN SIMULAREA UNEI SUPRAFETE ȚINTĂ FICTIVĂ ȘI PROFILAREA CORECTIVĂ A SCULEI ÎN RAPORT CU ACEST MODEL FICTIV AL SUPRAFETEI DE GENERAT , PRIN METODE DE REPREZENTARE DISCRETĂ	117
Activitatea 3.1. Elaborarea unor modele de predicție a mărimii erorii de generare.....	118
Activitatea 3.2. Crearea unor modele fictive ale suuprafetei de generat, ca suprafete țintă pentru profilarea sculelor generând prin rulare	124
OBIECTIVUL 4. EXTINDEREA MODELELOR DE REPREZENTARE ÎN FORMĂ DISCRETĂ A SUPRAFETELOR LA PROFILAREA SCULELOR PENTRU CORECȚIA DE FORMĂ A SUPRAFETELOR ACTIVE ALE SCULELOR CU CANALE ELICOIDALE, ÎN SCOPUL MODIFICĂRII FORMEI MUCHIILOR DE AȘCHIERE ȘI A GEOMETRIEI TĂIȘURILOR, ÎN SCOPUL ACORDĂRII CAPACITĂȚII DE AȘCHIERE A SCULEI CU UN OBIECTIV PROPUS.....	142
Activitatea 4.1. Extinderea modelelor de profilare la corecția de formă a canalelor burghiilor elicoidale în vederea realizării unor caracteristici geometrice impuse ale tăișurilor principale.....	143
Activitatea 4.2. Extinderea algoritmilor de profilare la corecția de formă a suprafetelor de așezare ale burghiilor elicoidale.....	158

OBIECTIVUL 5. ELABORAREA UNOR ALGORITMI CAPABILI A ESTIMA RIGUROS ȘI RAPID CONDIȚIILE DE ÎNFĂȘURARE EXPRIMATE ÎN FORMĂ DISCRETĂ PRIN METODA TANGENTEI.....	162
Activitatea 5.1. Elaborarea de algoritmi pentru profilarea de corecție a sculelor care generează prin înfașurare prin metoda rulării	162
Activitatea 5.2. Elaborarea de produse soft dedicate.....	197

Obiectivul 1. Elaborarea unor modele de reprezentare in forma discreta a suprafetelor generate prin infasurare, ca rezultat al informatiilor obtinute prin OMM, prin descrierea numerica a unei generatoare efective a suprafetei

1.1. COMPLETAREA INFORMATIILOR PRIVIND MODALITATILE DE MASURARE PRIN MIJLOACE SPECIFICE OMM SI ANALIZA A SUPRAFETELOR (CERCETARE BIBLIOGRAFICA)

Perfecționarea fabricației în sensul mării preciziei de prelucrare presupune, din ce în ce mai mult, sinteza unor modele pentru predicția și compensarea soft a erorilor de generare: modele analitice [18], [40], modelări bazate pe algoritmi genetici [13], de asemenea, metode bazate pe rețele neuronale polinomiale (polynomial neural network-PNN) [5], utilizând sisteme de măsurare pe mașina-unealtă (on-machine-measurement - OMM) [5], în scopul compensării erorilor, întregul sistem fiind integrat, CAD/CAM/CAI.

Au fost dezvoltate [38] metode de compensare a erorilor prin dezvoltarea unor programe de generare a unor căi alternative de deplasare a sculelor, asigurându-se prin reducerea mărimii forței de așchiere o reducere a erorilor de până la 90% [38] [35] [36].

Au fost creați algoritmi [20] în scopul determinării optime a poziției sculei așchietoare, pentru mașini-unelte multi-ax, integrate unor sisteme CAD/CAM [37] în scopul compensării erorilor, utilizând și senzori cu mai multe grade de libertate (multi – DOF – degree-of-freedom) [18], de asemenea, pentru proiectarea curbelor și suprafețelor prin modelare grafică interactivă 3D, care sunt approximate prin metode de interpolare [19], în scopul reconstrucției formei suprafeței.

S-au dezvoltat simulatoare geometrice [31] care au legături (linkuri) cu simulatoare fizice bazate pe procesele de modelare a proceselor de așchiere (fig. 1.1.1.).

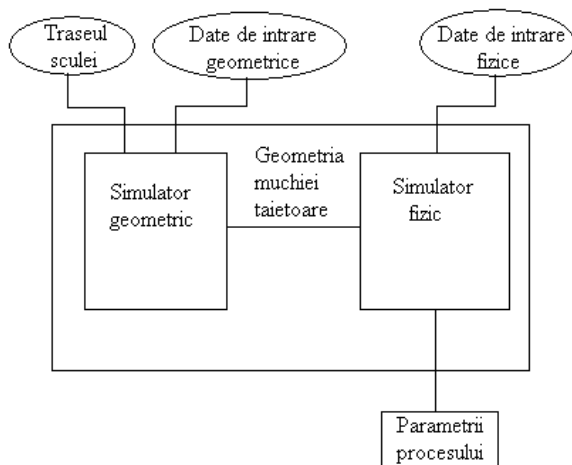


Fig 1.1.1. Simulator de proces bazat pe modelare geometrică

Simulatorul fizicii procesului constă din modele ale forței de așchiere pentru diferite situații posibil existente. Fiecare model, bazat pe cunoștințe empirice sau semi-empirice, folosește ca date de intrare ieșirile simulatorului geometric. Se pot obține, astfel, modelări ale parametrilor procesului de așchiere, pornind de la considerente pur geometrice. Adesea, simulatorul de proces poate avea și un modul de optimizare, care transmite informații, în cod numeric, lanțurilor cinematice ale mașinii-unelte, în scopul creșterii productivității și diminuării erorilor de generare.

În figura 1.1.2, se poate observa un rezultat obținut cu ajutorul acestui tip de simulator, comparat cu rezultate experimentale.

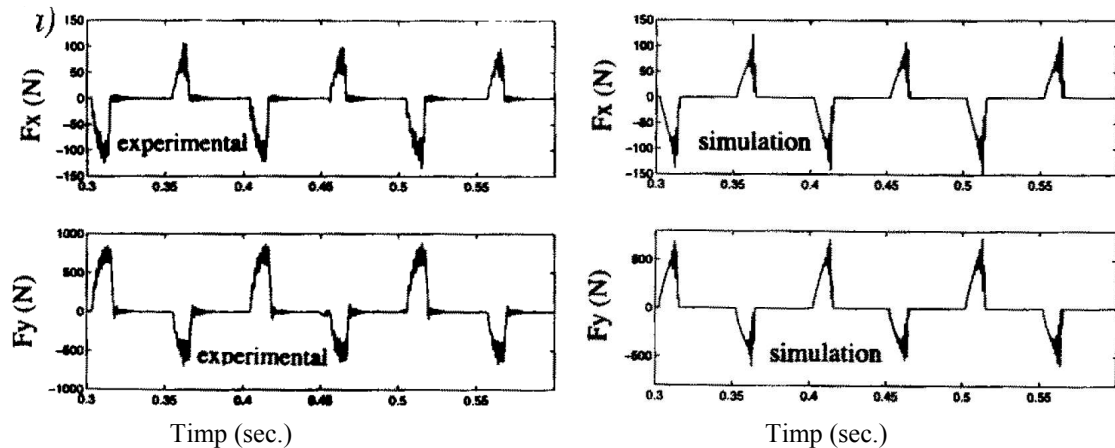


Fig. 1.1.2. Compararea rezultatelor simulatorului de proces cu rezultate experimentale

Pe baza teoriei suprafețelor conjugate, s-au dezvoltat metode pentru generarea suprafețelor exprimate în formă discretă (digital gear tooth surfaces - DGTS) atât în 2D cât și în 3D, stabilind soluții pentru determinarea suprafețelor înfășurătoare – suprafețe periferice primare ale sculelor [9].

Se stabilesc strategii pentru analiza și compensarea erorilor (vezi fig. 1.1.3), aplicate la

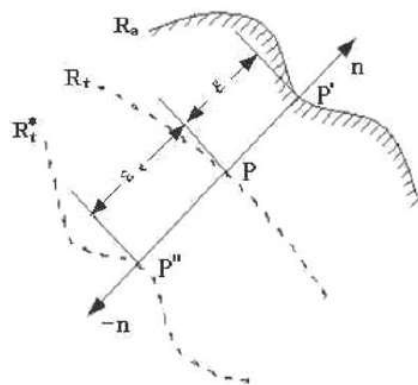


Fig. 1.1.3. Strategie pentru compensarea erorilor

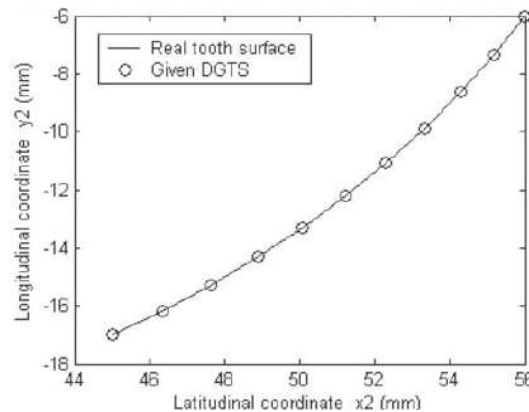


Fig. 1.1.4. Compararea rezultatelor

modelarea 2D și 3D a generării flancurilor dinților evolventice, [9], metoda permite trasarea profilului sculelor generatoare și totodată a coordonatelor discrete ale mișcării de generare a sculelor, figura 1.1.4.

Uzual, erorile de prelucrare se definesc pe normala la suprafața prelucrată ca diferență între această suprafață și suprafața teoretică, reprezentată discret.

Eroarea este detectată numai prin măsurarea suprafeței după prelucrare.

Bazat pe conceptul mai sus menționat, se propune o estimare a erorilor pentru așchiere (DGTS). Erorile de prelucrare sunt analizate discret pornind de la suprafața prelucrată. În esență, metoda face o comparație între două modele: modelul CAD al DGTS și un model virtual al suprafeței măsurate a dintelui roții prelucrate.

Se recrează, punct cu punct, harta suprafeței reale R_a în direcția normalei la suprafața teoretică R_t , exprimată prin:

$$\varepsilon_i = (R_{ti} - R_{ai}) \cdot n_i \quad (1.1.1)$$

în care:

- indicele i reprezintă numărul punctului;

- R_{ti} , n_i – reprezintă poziția teoretică a vectorului normalei la suprafață în punctele suprafeței;
- R_{ai} reprezintă poziția actuală a vectorului;
- ε_i – reprezintă mărimea erorii de prelucrare a suprafeței reale în această poziție.

Astfel, va putea fi obținut un câmp de erori pe suprafață.

Compensarea erorii

Este cunoscut, precizia suprafeței prelucrate în urma unei singure corecții nu este totală. Există întotdeauna o eroare reziduală.

Deci, este necesar a stabili o schemă repetitivă pentru reducerea erorii de prelucrare, ceea ce duce la un consum mare de timp. În aplicațiile curente de prelucrare procesul de aşchiere se repetă de mai multe ori. Se speră că, prelucrând rezultatul primei prelucrări și introducând datele prelucrate în comanda numerică, se poate realiza o prelucrare mai corectă.

Eroarea de compensare este definită [9] ca fiind dată de

$$\varepsilon_{ci} = (1 + \lambda)^a \cdot \varepsilon_i, \quad (1.1.2)$$

în care λ este un coeficient determinat de modul de lucru al sistemului de manufacturare și forma geometrică a piesei; se recomandă ca $\lambda=2$ (nu mai mic ca 2).

Eroarea de prelucrare se minimizează prelucrând o suprafață imaginară, digitizată, R_i^* , care este reprezentată în cele ce urmează prin

$$R_i^* = R_t - \varepsilon_c \cdot n_i = R_a - (\varepsilon_c - \varepsilon) \cdot n_i. \quad (1.1.3)$$

În operațiile următoare, cinematica sculei este refăcută în baza unei suprafețe imaginare, figural.1.3.

Sunt utilizate sisteme de compensare a erorilor spațiale a mașinilor-unelte [46] care rezolvă problema pornind de la ideea că erorile cvasi-stactice afectează precizia dimensională în proporție de pînă la 70% din totalul erorii mașinii-unelte.

Au fost definite erorile cvasi-stactice ca fiind erorile datorate poziției relative între sculă și semifabricat (erorile cvasi-stactice sunt datorate în primul rand erorilor geometrice și termice, în strînsă corelație cu structura mașinii-unelte însăși).

S-au sintetizat modele ale erorii spațiale (de exemplu 21 de componente ale erorii pot fi identificate pentru o mașină-unealtă cu 3 axe) [46].

Se utilizează un instrument de măsurare (vezi fig. 1.1.5) – utilizat pentru o estimare simplă a erorii spațiale.

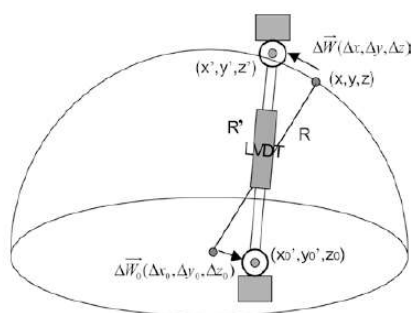


Fig. 1.1.5. Schema de măsurare a erorii spațiale

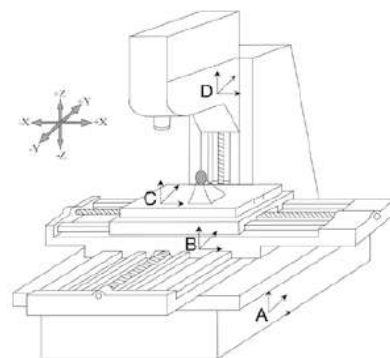


Fig. 1.1.6. Schema de măsurare a erorii spațiale

Pentru o mașină-unealtă cu trei axe, eroarea geometrică spațială [45] are componentele:

- trei erori datorate mișcărilor de translație;
- trei erori date de mișcărilor de rotație;

- trei erori date de perpendicularitatea între fiecare pereche de axe;
- șase erori unghiulare;
- șase “straightness errors”.

Pentru una dintre direcții modelul erorii este dat de relația:

$$\begin{aligned} \Delta x = \Delta x_t + \Delta x_g = \Delta S_x - \Delta y x_x + \Delta y z_x \\ - \delta_{xx} - \delta_{xy} + \delta_{xz} - \varepsilon_{ys} L + \varepsilon_{zz} T_y + \varepsilon_{yz} (T_z - L) \\ + \varepsilon_{zx} (Oy z_y - Oy x_y + T_y - y) + \varepsilon_{zy} (Oy z_y + T_y - y) \\ + \varepsilon_{yx} (Oy x_z - Oy z_z - T_z + L - z) \\ + \varepsilon_{yy} (L - Oy z_z - T_z - z) - S_{zx} z \end{aligned} \quad (1.1.4)$$

și, similar, pentru celelalte două direcții, unde:

- $\Delta x, \Delta y, \Delta z$: coordonatele piesei, în sistemul de referință C (vezi fig. 1.1.6);
- $\Delta x_g, \Delta y_g, \Delta z_g$: erorile geometrice ale mașinii în fiecare direcție;
- $\delta_{xx}, \delta_{yy}, \delta_{zz}$: erorile liniare în lungul celor trei axe;
- $\delta_{yx}, \delta_{zx}, \delta_{xy}, \delta_{zy}, \delta_{xy}, \delta_{yz}$: “straightness error”;
- $Oy x_x, Oy x_y, Oy x_z$: distanțele originii axei Ox față de originea axei Oy, în cele trei direcții;
- $Oy z_x, Oy z_y, Oy z_z$: distanțele originii axei Oz față de originea axei Oz, în cele trei direcții;
- $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$: erori datorate rotației în jurul celor trei axe;
- $\varepsilon_{yx}, \varepsilon_{zx}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{zy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{zy}$: erori unghiulare;
- S_{xy}, S_{yz}, S_{xz} : erori de perpendicularitate între axe;
- $\Delta x_t, \Delta y_t, \Delta z_t$: erori termice, pe cele trei direcții;
- $\Delta S_x, \Delta S_y, \Delta S_z$: deplasările axiale ale originii mașinii-unelte;
- $\varepsilon_{xs}, \varepsilon_{ys}$ -deplasările axei sculei în lungul axelor X și Y;
- $\Delta y x_x, \Delta y x_y, \Delta y x_z$ -deplasările termice ale originii axei Ox față de originea axei Oy, în cele trei direcții;
- $\Delta y z_x, \Delta y z_y, \Delta y z_z$: deplasările termice ale originii axei Oz față de originea axei Oy, în cele trei direcții;
- T_x, T_y, T_z : coordonatele sculei de lungime standard, în sistemul de referință D (vezi fig. 1.1.6);
- L: deplasarea sculei după modificarea lungimii acesteia;
- x,y,z: distanțele parcurse pe direcțiile celor trei axe.

Modelul simplificat pentru estimarea erorii parțiale presupune un număr limitat de măsurători care permit estimarea coeficienților ecuației care exprimă erori spațiale și neglijând erorile datorate efectului termic.

În acest fel, se poate estima noua origine a sistemului de la care se măsoară coordonatele – aceasta constituind modalitatea de compensare.

Aplicarea modelului reduce eroarea pentru cazurile analizate cu până la 90%, figura 1.1.7.

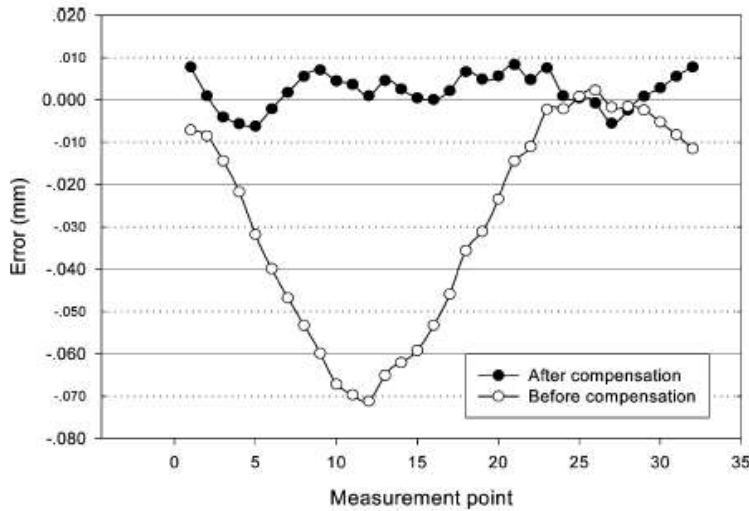


Fig. 1.1.7. Schema de măsurare a erorii spațiale,[45]

Predicția erorii poziției sculei, ca factor principal în estimarea piesei prelucrate, este abordată [6] și în forma unui model cinematic al sistemului arborelui sculei.

Poziția este definită prin secvențe succesive de matrice de transformare ortogonală, care descriu poziția sistemelor de referință atașate (T_1, T_2, T_3, T_4).

Poziția relativă a sistemului de referință “i”, solidar cu elementul considerat rigid (nedeformabil) al mașinii-unelte, față de sistemul de

referință $i-1$, este determinată de transformarea

$${}^{i-1}T_i = P \cdot R_x \cdot R_y \cdot R_z \quad (1.1.5)$$

în care:

P – este matricea care reprezintă translația originii sistemului de referință

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_x \\ 0 & 1 & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (1.1.6)$$

R_x – reprezintă rotația în jurul axei X

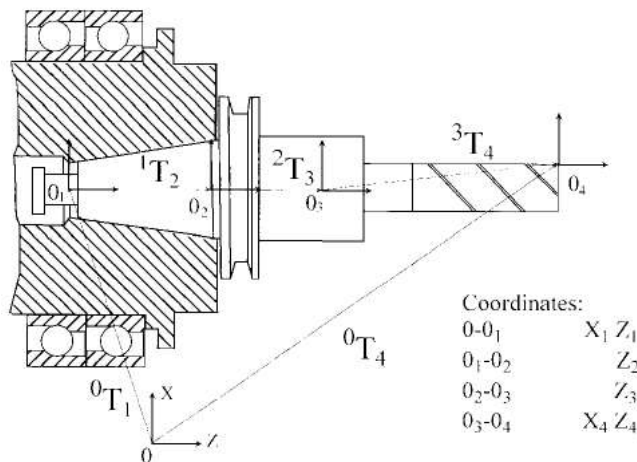


Fig. 1.1.8. Modelul cinematic al sistemului arborelui sculei

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (1.1.7)$$

R_y - reprezintă rotația în jurul axei Y,

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (1.1.8)$$

R_z - reprezintă rotația în jurul axei Z,

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.1.9)$$

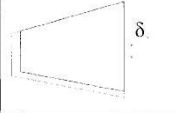
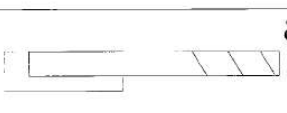




Deoarece există o eroare, noile coordonate se exprimă prin transformarea

$${}^{i-1}T_i^{err} = {}^{i-1}T_i \cdot E_i \quad (1.1.10)$$

unde E_i se determină din matricea

$$E1 = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z & \varepsilon_y & \delta_x \\ \varepsilon_z & 1 & -\varepsilon_x & \delta_y \\ -\varepsilon_y & \varepsilon_x & 1 & \delta_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.1.11)$$

Modelul cinematic se bazează pe acceptarea erorilor de contact între suprafețele de așezare ale

Contact configuration	Error	Contact configuration	Error
	$\delta_x = \frac{T_n + T_h}{2 \cdot \tan \theta}$		$\delta_x = \frac{T_{ci} + T_s}{2}$
	$\delta_z = \frac{T_n + T_h}{2 \cdot \tan \theta}$		$\delta_z = T_p$
	$\varepsilon_y = \frac{T_n}{l_{c1}} \cdot \cos \theta + \frac{T_h}{l_{c1}} \cdot \cos \theta$		$\varepsilon_y = \frac{T_{ci} + T_s}{l_{c2}}$

Tabelul 1.1.1. Erori de așezare ale suprafețelor de prindere a sculelor în alezajele arborelui mașinii-unelte (a-suprafață conică, b-suprafață cilindrică)

sculei și arborele mașinii (tabelul 1.1.1) care conduc la o exprimare matriceală a erorii în forma

$${}^0T_4^{err} = {}^0T_1 \cdot E_1 \cdot {}^1T_2 \cdot E_2 \cdot {}^2T_3 \cdot E_3 \cdot {}^3T_4 \cdot E_4, \quad (1.1.12)$$

in care:

$${}^0T_1 \cdot E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \varepsilon_{y1} & X_1 + \delta_{x3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\varepsilon_{y1} & 0 & 1 & Z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (1.1.13)$$

$${}^1T_2 \cdot E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \varepsilon_{y2} & \delta_{x2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\varepsilon_{y2} & 0 & 1 & Z_2 + \delta_{z2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (1.1.14)$$

$${}^2T_3 \cdot E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \varepsilon_{y3} & \delta_{x3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\varepsilon_{y3} & 0 & 1 & Z_3 + \delta_{z3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (1.1.15)$$

$${}^3T_4 \cdot E_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_4 + \delta_{x4} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z_4 + \delta_{z4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.1.16)$$

sunt matrice care exprimă o modelare a influenței toleranțelor de excentricitate a elementelor arborelui principal, în prestabilirea poziției și orientării sculei așchietoare.

În același scop, al compensării erorilor la mașinile cu comandă numerică, cu masă rotativă, include, după [42], etapele:

- elaborarea unui model geometric al erorii;
- sinteza unei metode pentru compensarea erorii prin conducerea CNC;
- procedură de măsurare și verificare experimentală, figura 1.1.9.

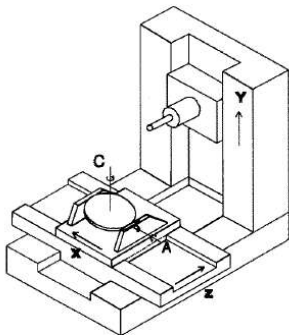


Figura 1.1.9. Mașina de frezat orizontală cu cinci axe

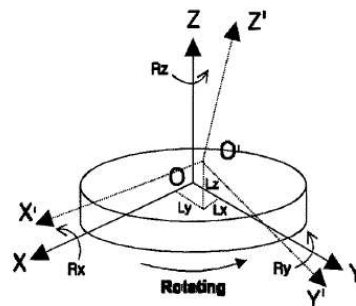


Figura 1.1.10. Componente ale erorii mesei rotative

Modelul de eroare al mesei rotative, figura 1.1.10, include:

- trei erori de translație, L_x, L_y, L_z ;

- două erori de rotație, R_x, R_y ;
- o eroare de poziționare unghiulară în jurul axei de rotație R_z .

Astfel matricea de transformare între cele două sisteme de referință pentru o masă rotativă în jurul axei, este, acceptând aproximațiile geometrice ale unghiurilor mici ($\sin \varepsilon \approx \varepsilon$ și $\cos \varepsilon \approx 1$):

$$T_C(\theta_z) = \begin{bmatrix} 1 & -Rz(\theta_z) & Ry(\theta_z) & L_x(\theta_z) \\ Rz(\theta_z) & 1 & -Rx(\theta_z) & L_y(\theta_z) \\ -Ry(\theta_z) & Rx(\theta_z) & 1 & L_z(\theta_z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.1.17)$$

$$T_A(\theta_x) = \begin{bmatrix} 1 & -Rz(\theta_x) & Ry(\theta_x) & L_x(\theta_x) \\ Rz(\theta_x) & 1 & -Rx(\theta_x) & L_y(\theta_x) \\ -Ry(\theta_x) & Rx(\theta_x) & 1 & L_z(\theta_x) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.1.18)$$

Vectorul eroare, în funcție de unghiul θ , este definit ca diferența $\{P'(\theta) - P(\theta)\}$ în care P și P' sunt pozițiile “comandată” și “realizată” ale vectorului de poziție.

În modelul propus [42], eroarea se definește astfel

$$E(C, A) = E(\theta_z, \theta_x) = [e_x, e_y, e_z, 1]^T = T_C(\theta_z) \cdot T_A(\theta_x) P - P \quad (1.1.19)$$

Algoritm de compensare

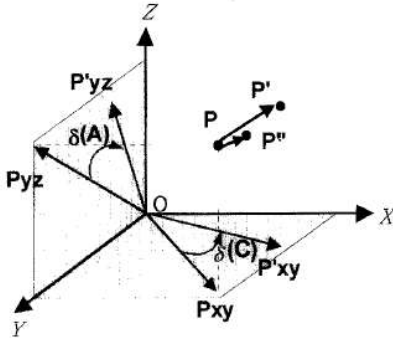


Fig. 1.1.11. Compensarea

Se acceptă că $P_{a,b}$ și $P'_{a,b}$ sunt proiecțiile ale vectorilor P și P' pe planul a,b (xz, yz, etc).

Atunci, poziția de compensare P'' se determină dacă, $\delta(C)$ și $\delta(A)$ (unghiurile între P și P' în planele XY și YZ) s-au determinat. Procedura de corecție cuprinde șase pași:

1. se citește în poziția nominală $[X, Y, Z, C, A] = [0, 0, 0, \theta_z, \theta_x]$;
2. se găsește $P' = T_C(\theta_z) \cdot T_A(\theta_x) \cdot P$;
3. se calculează $\delta(C)$ și $\delta(A)$ (de exemplu $\delta C = \angle(P_{xy}, O, P'_{xy})$);
4. se determină $P'' = T_C(\theta_z - \delta(C)) \cdot T_A(\theta_x - \delta(A)) \cdot P'$;
5. se calculează reziduul $\varepsilon = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z] = P'' - P$;
6. dacă $|\varepsilon| \leq$ toleranța admisibilă – exit;
dacă nu – se întoarce la poziția compensată $[X, Y, Z, C, A] = [-\varepsilon_x, -\varepsilon_y, -\varepsilon_z, \theta_z - \delta(C), \theta_x - \delta(A)]$.

CONCLUZII

Există o preocupare din ce în ce mai evidentă pentru predicția și compensarea erorilor de generare. Existența mașinilor cu comandă numerică și posibilitatea compensării soft a erorilor, deschide calea creșterii preciziei de generare a suprafețelor.

- Sistemele de proiectare, prelucrare și măsurare (CAD/CAM/CAI) integrate favorizează dezvoltarea unor procese de generare a suprafețelor cu erori din ce în ce mai mici.

- Simulatoare ale proceselor de prelucrare, inclusiv ale proceselor fizice de aşchiere, permit optimizări ale proceselor de prelucrare, care se bazează pe transmiterea de informații în cod numeric lanțurilor cinematice ale mașinilor-unelte.

- De asemenea, pe baza teoriei suprafețelor conjugate, pentru suprafețe exprimate în formă discretă (DGTS – digital gear tooth surfaces), atât în spațiul cu două cât și în cel cu trei dimensiuni, s-au stabilit strategii de compensare a erorilor fie prin modificarea traiectoriilor sculelor aşchietoare, fie prin modificarea profilului acestora.

- Pentru mașinile cu multe axe, se definesc algoritmi de măsurare a erorilor spațiale, stabilindu-se modele analitice ale acestor erori, și sisteme de compensare a acestora, bazate pe un număr limitat de măsurători care permit identificarea coeficienților ecuațiilor care exprimă modelele de eroare. De asemenea, s-au modelat influența toleranțelor de execuție ale diferitelor componente ale mașinilor-unelte cu comandă numerică, arborele principal, mese rotative, săni în translație, în scopul realizării unor proceduri și algoritmi de corecție, în condițiile luării în considerare unui număr cât mai redus de mărimi considerate ca fiind determinante.

- În mod similar există tendința utilizării de modelări pe bază de algoritmi genetici și a metodelor bazate pe rețele neuronale polinomiale (polynomial neural network-PNN), utilizând sisteme de măsurare ale mașinilor-unelte (on-machine-measurement - OMM). Sunt modelate interactiv 2D/3D curbe și suprafețe care sunt approximate prin metode de interpolare în scopul reconstrucției formei suprafeței. La generarea suprafețelor prin înfășurare problema corecției formei sculei în funcție de rezultatul generării poate fi făcută prin folosirea metodologiilor din modelarea geometrică, care au la bază metodele pentru studiul suprafețelor reciproc înfășurătoare (GOHMAN, WILLIS (metoda normalelor), distanța minimă, familia de cercuri de substituie, traiectoriile plane de generare, modelarea solidă).

În programul de față, se urmărește a se dezvolta o algoritmică, în scopul realizării unui produs soft specializat, pentru profilarea de corecție a sculelor care generează prin metoda înfășurării suprafețelor. Aceasta presupune:

- elaborarea unor modalități de reprezentare discretă a suprafețelor cilindrice și elicoidale, în speță metoda tangentelor, ca o primă aproximație a suprafețelor, metoda

de reprezentare poliedrală, ca metodă de descriere a unei suprafețe prin mărimi numerice ce pot constitui date al măsurării (inspecției) suprafeței.

-crearea unor algoritmi pentru modelarea erorilor geometrice la generarea suprafețelor elicoidale și a suprafețelor cilindrice generate prin înfășurare.

-sinteza unor algoritmi capabili a estima riguros și rapid condițiile de înfășurare exprimate în formă discretă, în vederea determinării profilurilor sculelor.

-elaborarea unor algoritmi de profilare de corectie a sculelor generatoare a suprafețelor (profilurilor) asociate unor axoide în rulare.

-sinteza unor algoritmi pentru profilarea corectivă a sculelor mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție care generează prin înfășurare suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant.

-elaborarea unui soft specializat pentru profilarea corectivă a sculelor generatoare a suprafețelor elicoidale.

Bibliografie

1. Ahn, K.-G., Min, B.-K., Pasek, Z.J., *Modeling And Compensation Of Geometric Errors In Simultaneous Cutting Using A Multi-Spindle Machine Tool*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 29, 2006, pag. 929–939.
2. Argyris, J., Fuentes, A., Litvin, F. L., *Computerized Integrated Approach For Design And Stress Analysis Of Spiral Bevel Gears*, Computational Methods for Applied Mechanical Engineering , 191, 2002, pag. 1057-1095.
3. Chang, P.-C., Wang, F.-S., Hwang, J.-H., Chen, W.-F., *Research On The Design And Manufacturing Of An Outer Cycloid Slotting Cutter*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 27, 2005, pag. 248–253.
4. Chen, W.-F., Lai, H.-I., Chen, C.-K., *Design And NC Machining Of Concave-Arc Ball-End Milling Cutters*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 20, 2002, pag. 169–179.
5. Cho, M.-W, Kim, G.-H., Seo, T.-I., Hong, Y.-C., Cheng, H.-H., *Integrated Machining Error Compensation Method Using OMM Data And Modified PNN Algorithm*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 43, 2006, pag. 1417-1427.
6. Crichigno, F.J.M., Teixeira; C.R., Schroeter, R.B., *Prediction Of The Cutting Tool Edge Position And Orientation Accuracy Through Error Synthesis Of Spindle Elements*, ProQuest Science Journals, 219, 2005, pag. 477-482.
7. Croitoru, S.M., Minciu, C., Constantin, G., Bălan, E., *Modeling And Simulation Of Oil Pump Valve Static Behaviour*, International Conference On Manufacturing Systems, Bucharest, Published by Editura Academiei Române, ISSN 0035-4074, 2004, pag. 571-574.

8. Frumușanu, G., *Algorithm And Soft To Evaluate The Errors Between Profiles Given Through Points*, Buletinul Institutului Politehnic din Iași, Publicat de Universitatea Tehnică „Gh. Asachi“, Iași, Tomul LII (LVI), fasc.5A, 2006, pag. 119-123
9. Fulin, W., Chuanyun, Y., Tao, W., Yang, S., Zhao, G., *A Generating Method For Digital Gear Tooth Surfaces*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 28, 2006, pag. 474–485.
10. Fung, E.H.K., Chan, J.C.K., *Modelling And Compensation Of Roundness Errors In Taper Turning*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 16, pag. 404–412, 2000
11. Gunay, M., Seker, U., Sur, G., *Design And Construction Of A Dynamometer To Evaluate The Influence Of Cutting Tool Rake Angle On Cutting Forces*, Materials&Designs, 27, 2006, pag. 1097-1101.
12. Ispas, C., Pătrașcu, G., *Prediction Of Shear Angle And Cutting Force In Milling Using 2D Simulation*, International Conference On Manufacturing Systems, Bucharest, Published by Editura Academiei Române, ISSN 0035-4074, 2004, pag. 257-260.
13. Jian, L., Hongxing, L., *Modeling System Error In Batch Machining Based On Genetic Algorithms*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 43, 2003, pag. 599-604.
14. Jung, T.-S., Yang, M.-Y., Lee, K.-L., *A New Approach To Analysing Machined Surfaces By Ball-End Milling, Part I: Formulation Of Characteristic Lines Of Cut Remainder*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 25, 2005, pag. 833–840.
15. Kurnadi, M.S., *Workholding Optimization For Turning Of Ring Shaped Parts*, Master's Thesis, Georgia Institute of Technology, 2005
16. Lai, H.-Y., *A High-Precision Surface Grinding Model For General Ball-End Milling Cutters*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 19, 2002, pag. 393–402.
17. Lee, C.-K., Chen, C.-K., *Mathematical Models, Meshing Analysis And Transmission Design For A Robust Cylindrical Gear Set Generated By Two Blade-Discs With Parabolic Cutting Edge*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, C12, 2004, pag.1539–1553.
18. Lee, J.H., Liu, Y., Yang, S.H., *Accuracy Improvement Of Miniaturizing Machine Tool: Geometric Error Modeling And Compensation*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 46, 2006, pag.1508-1516.
19. Lee, T.S., Lin, Y.J., *An Improved Sculptured Part Surface Design Method With Jerk Continuity Consideration For Smooth Machining*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 15, pag. 640–648, 1999
20. Li, C., Mann, S., Bedi, S., *Error Measurement For Flank Milling*, Computer-Aided Design, 37, 2005, pag. 1459-1468.

21. Li, Y., Liang, S.Y., Petrof, R.C., Seth, B.B., *Force Modelling For Cylindrical Plunge Cutting*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 16, 2000, pag. 863–870.
22. Lin, J.C., Tai, C.C., *Accuracy Optimisation For Mould Surface Profile Milling*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 15, 1999, pag.15–25.
23. Lin, S.-W., *Contour Quality Evaluation Of The Toroidal Cutter*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 18, 2001, pag. 778–783.
24. Litvin, F.L., Fuentes, A., Fan, Q., Handschuh, R.F., *Computerized Design, Simulation Of Meshing And Contact And Stress Analysis Of Face-Milled Formate Generated Spiral Bevel Gears*, Mechanism and Machine Theory, 37, 2002, pag. 441-459.
25. Litvin, F.L., Wang, A.G., Handschuh, R.F., *Computerized Generation And Simulation Of Meshing And Contact Of Spiral Bevel Gears With Improved Geometry*, Computational Methods for Applied Mechanical Engineering , 158, 1998, pag. 35-64.
26. Litvin, F.L., Fuentes, A., Mullins, B.R., Woods, R., *Computerized Design, Generation, Simulation Of Meshing And Contact, And Stress Analysis Of Formate Cut Spiral Bevel Gear Drives*, NASA/CR—2003-212336, ARL–CR–525, 2003.
27. Litvin, F.L., Wang, A.G., and Handschuh R.F., *Computerized Design And Analysis Of Face-Milled, Uniform Tooth Height Spiral Bevel Gear Drives*, Journal of Mechanical Design, Vol. 118, 1996, pag. 573-579.
28. Litvin, F.L., Zhang, Y., *Local Synthesis And Tooth Contact Analysis Of Face-Milled Spiral Bevel Gears*, NASA Contractor Report 4342, AVSCOM Technical Report 90-C-028, 1991
29. Minciu, C., Croitoru, S.M., Ilie, S., *Numeric Applications Regarding Determination Of The Complementary Profiles In Gear Hobbing*, Proceedings of the 15th International Conference on Manufacturing Systems – ICMaS, Published by Editura Academiei Române, 2006, ISSN 1842-3183, pag. 315-318.
30. Mounayri, H.-E., Elbestawi, M.A., Spence, A.D., Bedi, S., *General Geometric Modelling Approach For Machining Process Simulation*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 13, 1997, pag. 237-247.
31. Mu, Y.H., Hung, N.P., Ngoi, K.A., *Monitoring A Sub-Newton Cutting Force For Ultra-Precision Machining*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 16, 2000, pag. 229–232.
32. Nardin A., Zavarise, G., Schrefler, B.A., *Modelling Of Cutting Tool – Soil Interaction – Part I: Contact Behaviour*, Computational Mechanics 3, 2003, pag. 327–339.
33. Rao, V. S., Yoon, K.Y., *Minimization Of Transmission Error In Helical Gears*. In: Journal of Mechanical Engineering, Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 215, Part. C, 2001, pag. 447-459.

34. Rao, V.S., Rao, P.V.M., *Tool Deflection Compensation In Peripheral Milling Of Curved Geometries*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology,46, 2006, pag. 2036-2043.
35. Ratchev, S., Liu, S., Huang, W., Becker, A.A., *An Advanced FEA Based Force Induced Error Compensation Strategy Inmilling*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology,46, 2006, pag. 542-551.
36. Ratchev, S., Liu, S., Huang, W., Becker, A.A., *Error Compensation Strategy In Milling Flexible Thin-Wall Parts*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology,162-163, 2005, pag. 673-681.
37. Ratchev, S., Liu, S., Huang, W., Becker, A.A., *Milling Error Prediction And Compensation In Machining Of Low-Rigidity Parts*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology,44, 2004, pag. 1629-1641.
38. Sabri, T.E., Can, C., *A Cutting Force Induced Error Elimination Method For Turning Operations*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology,170, 2005, pag. 192-203.
39. Schmitz, T.L., Mann B.P., *Closed-Form Solution For Surface Location Error In Milling*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology,46, 2006, pag. 1369-1377.
40. Shi, M., Zhang, Y.F., Loh, H.T., Bradley, C., Wong, Y.S., *Triangular Mesh Generation Employing A Boundary Expansion Technique*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 30, 2006, pag. 54–60.
41. Suh, S.-H., Lee, E.-S., Jung, S.-Y., *Error Modelling And Measurement For The Rotary Table Of Five-Axis Machine Tools*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 14, 1998, pag. 656-663.
42. Takahashi,S., *Variational design of curves and surfaces using multiresolution constraints*, The Visual Computer, 14, 1988, pag. 208-227.
43. Tsai, M.K., Lee, B.Y., Yu, S.F., *A Predicted Modelling Of Tool Life Of High-Speed Milling For SKD61 Tool Steel*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 26, 2005, pag. 711–717.
44. Yang, S., Yuan, J., Ni, J., *Accuracy Enhancement Of A Horizontal Machining Center By Real-Time Error Compensation*,Journal of Manufacturing Systems, 2, 1996, pag. 113-118.
45. Yang, S.-C., *Mathematical Model Of A Helical Gear With Asymmetric Involute Teeth And Its Analysis*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 26, 2005, pag. 448–456.
46. Yang, S.-H., Kim, K.-H., Park, Y.K., Lee, S.-G., *Error Analysis And Compensation For The Volumetric Errors Of A Vertical Machining Centre Using A Hemispherical Helix Ball Bar Test*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 23, 2004, pag. 495–500.

ACTIVITATEA 1.2. ELABORAREA DE MODELE PENTRU DESCRIEREA IN FORMA DISCRETA A SUPRAFETELOR

1.2.1. Metoda tangentelor pentru reprezentarea generatoarelor suprafețelor cilindrice și elicoidale

Se propun modalități de reprezentare discretă a suprafețelor în legătură, în primul rând, cu posibilitățile legate de măsurarea acestor suprafețe utilizând proprietăți ale sistemelor CAI, în vederea abordării unor probleme de înfășurare.

Acestea sunt impuse de necesitatea modelării suprafețelor “efectiv generate” de către sculele reale ale căror profiluri, cunoscute prin măsurare, conduc la exprimări specifice ale suprafețelor generate de tășurile sculelor (suprafețe de revoluție, cilindrice sau suprafețe elicoidale), în mișcarea de așchiere.

Cunoașterea normalei la suprafețe, astfel exprimate, face posibilă utilizarea teoremelor Gohman, Novicov sau Willis, în rezolvarea problemelor de înfășurare.

Soluțiile prezentate constituie modele care, în anumite condiții, pot deveni deosebit de utile în modelarea generării suprafețelor semifabricatelor prelucrate și a profilării sculelor generatoare a acestora.

Se propune, în cele ce urmează, o metodologie de reprezentare în formă discretă a suprafețelor cilindrice, de revoluție și elicoidale într-o formă particulară care să permită scrierea ușoară a normalei la aceste suprafețe. Așa cum este cunoscut, cunoașterea normalei la suprafață este indispensabilă în scrierea condiției de înfășurare prin metodele clasice.

În acest sens, cunoscând pe suprafață dată două curbe, directoarea și generatoarea, dintre care una se consideră a fi reprezentată discret, se poate accepta că, normala, în punctul curent al suprafeței, este produsul vectorial al tangentelor \vec{T}_D și \vec{S}_G , figura 1.2.1,

$$\vec{N}_\Sigma = \vec{T}_D \times \vec{S}_G. \quad (1.2.1)$$

Tangenta la curba directoare este definită analitic iar tangenta la generatoarea în formă discretă este aproximată ca fiind direcția segmentului

$M_i M_{i+1}$, când punctele M_i și M_{i+1} sunt suficient de apropiate, figura 1.2.1.

În acest mod de reprezentare, în care generatoarea suprafeței este cunoscută în forma discretă, suprafața Σ rezultă ca fiind formată din fâșii.

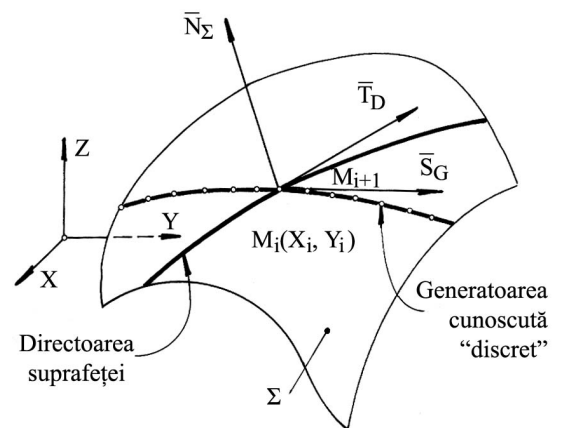


Fig. 1.2.1. Normala la suprafața Σ în punctul M_i

1.2.1.1. Metoda tangențelor pentru exprimarea discretă a suprafețelor elicoidale cilindrice și de pas constant

Exprimarea în forma discretă a suprafețelor elicoidale, având în vedere cinematica generării acestora, se poate face pornind de la cunoașterea numerică (prin puncte) a generatoarei suprafeței.

Ca generatoare a suprafețelor elicoidale, cel mai adesea, poate fi utilizată o curbă plană, într-un plan perpendicular pe axa elicoidului, reprezentând secțiunea transversală a acesteia, definită în formă discretă printr-un număr finit de puncte, ca o matrice de forma (1.2.1), vezi și figura 1.2.2,

$$S_T = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots \\ X_i & Y_i \\ \vdots & \vdots \\ X_n & Y_n \end{pmatrix}. \quad (1.2.2)$$

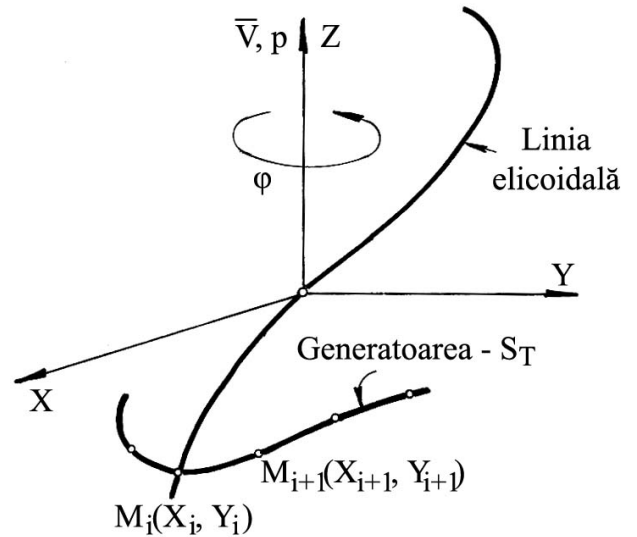


Fig.1.2.2 Generatoarea suprafeței elicoidale

Prin mișcarea elicoidală a generatoarei S_T în jurul axei \vec{V} , de parametru elicoidal p , se modelează numeric suprafața elicoidală.

În rezolvarea problemei determinării înfășurătoarei unei suprafețe elicoidale (de altfel, pentru orice alt tip de suprafață), așa cum este cunoscut din teoremele fundamentale ale înfășurării suprafețelor, este necesar a determina normala la această suprafață.

În cazul particular al suprafeței elicoidale (cazul cel mai frecvent - suprafața elicoidală cilindrică de pas constant) normala poate fi definită ca produsul vectorial

$$\vec{N}_\Sigma = \vec{T}_E \times \vec{T}_{ST}, \quad (1.2.3)$$

în care:

\vec{T}_E este vectorul tangent la linia elicoidală în punctul considerat, fie $M_i(X_i, Y_i)$ acesta (punct pe directoarea suprafeței);

\vec{T}_{ST} - tangenta în punctul M_i la generatoarea (secțiunea transversală), în formă discretă, a suprafeței elicoidale, deplasată în lungul liniei elicoidale, până în punctul curent al liniei elicoidale considerat.

Dacă elicea punctului curent de pe suprafața elicoidală cilindrică și de pas constant se generează în mișcarea

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p\varphi \end{pmatrix}, (i=1,2,3,\dots,n) \quad (1.2.4)$$

cu φ - parametru variabil și p parametru elicoidal, conducând la ecuații de forma:

$$\begin{cases} X = X_i \cos \varphi - Y_i \sin \varphi; \\ Y = X_i \sin \varphi + Y_i \cos \varphi; \\ Z = p\varphi, \end{cases} \quad (1.2.5)$$

vectorul tangentei la elicea (1.1.5) este

$$\vec{T}_E = \frac{\partial X}{\partial \varphi} \vec{i} + \frac{\partial Y}{\partial \varphi} \vec{j} + \frac{\partial Z}{\partial \varphi} \vec{k} \quad (1.2.6)$$

sau, după înlocuire,

$$\vec{T}_E = [-X_i \sin \varphi - Y_i \cos \varphi] \vec{i} + [X_i \cos \varphi - Y_i \sin \varphi] \vec{j} + p \vec{k}. \quad (1.2.7)$$

Parametrii directori ai tangentei la profilul secțiunii transversale, figura 1.2.3, având în vedere definiția unghiului

$$\beta_i = \arctg \frac{|Y_{i+1} - Y_i|}{|X_{i+1} - X_i|}, \quad (1.2.8)$$

se exprimă prin

$$\vec{T}_{St} = \cos \beta_i \vec{i} + \sin \beta_i \vec{j}. \quad (1.2.9)$$

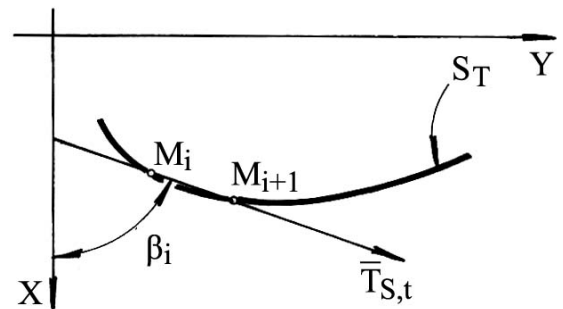


Fig. 1.2.3. Tangenta la profilul secțiunii transversale a suprafețelor elicoidale

Deplasarea vectorului (1.2.9) în lungul liniei elicoidale determină vectorul tangentei la profilul secțiunii transversale, în punctul curent al liniei elicoidale,

$$\begin{pmatrix} T_{St,X} \\ T_{St,Y} \\ T_{St,Z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \beta_i \\ \sin \beta_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.2.10)$$

sau, după dezvoltare:

$$\begin{cases} T_{St,X} = \cos \beta_i \cos \varphi - \sin \beta_i \sin \varphi; \\ T_{St,Y} = \cos \beta_i \sin \varphi + \sin \beta_i \cos \varphi. \end{cases} \quad (1.2.11)$$

Există, acum, posibilitatea de a determina normala în punctul curent al suprafeței Σ ,

$$\vec{N}_\Sigma = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -X_i \sin \varphi - Y_i \cos \varphi & X_i \cos \varphi - Y_i \sin \varphi & p \\ \cos \beta_i \cos \varphi - \sin \beta_i \sin \varphi & \cos \beta_i \sin \varphi + \sin \beta_i \cos \varphi & 0 \end{vmatrix}. \quad (1.2.12)$$

Rezultă parametrii directori ai normalei la suprafața Σ :

$$\begin{cases} N_x = p[\cos \beta_i \sin \varphi + \sin \beta_i \cos \varphi]; \\ N_y = -p[\cos \beta_i \cos \varphi - \sin \beta_i \sin \varphi]; \\ N_z = -X_i \cos \beta_i - Y_i \sin \beta_i. \end{cases} \quad (1.2.13)$$

1.2.1.2. Metoda tangentelor pentru exprimarea în formă discretă a suprafețelor de revoluție

Într-o manieră asemănătoare, se poate defini normala și la o suprafață de revoluție, figura 1.2.4.

Directoarea suprafeței de revoluție este de formă circulară. Tangenta în punctul curent al acesteia are forma

$$\vec{T}_R = \sin \varphi \vec{i} - \cos \varphi \vec{j}. \quad (1.2.14)$$

Tangenta în punctul curent al generatoarei, în planul ZY, este

$$\vec{T}_G = \sin \beta_i \vec{j} + \cos \beta_i \vec{k}, \quad (1.2.15)$$

în care

$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{|Y_{i+1} - Y_i|}{|Z_{i+1} - Z_i|}. \quad (1.2.16)$$

Deplasarea vectorului (1.2.16) în lungul directoarei circulare, prin transformarea

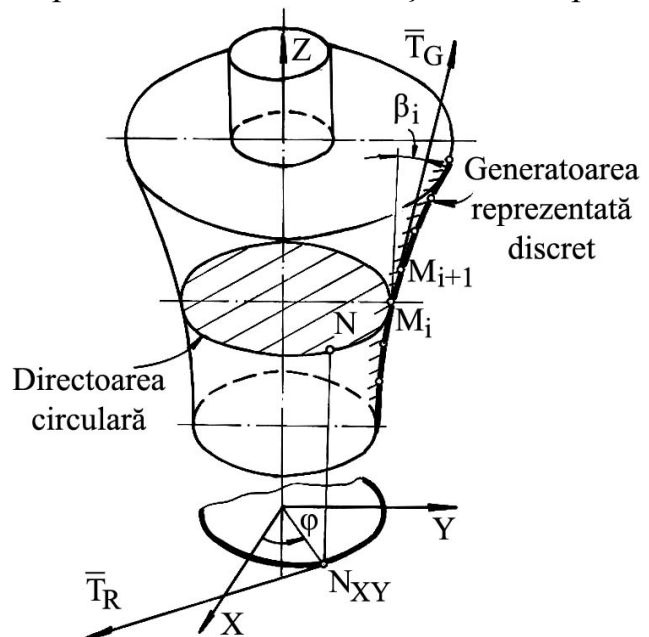


Fig. 1.2.4. Tangente la generatoarea și directoarea suprafeței de revoluție

$$\begin{vmatrix} T_{GX} \\ T_{GY} \\ T_{GZ} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \sin \beta_i \\ 0 \\ \cos \beta_i \end{vmatrix}, \text{ cu } \varphi \text{ variabilă continuă,} \quad (1.2.17)$$

conduce la determinarea parametrilor directori ai acestuia:

$$\begin{cases} T_{GX} = \sin \beta_i \cos \varphi; \\ T_{GY} = \sin \beta_i \sin \varphi; \\ T_{GZ} = \cos \beta_i. \end{cases} \quad (1.2.18)$$

Se definește, acum, normala la suprafața de revoluție

$$\vec{N}_\Sigma = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \sin \varphi & -\cos \varphi & 0 \\ \sin \beta_i \cos \varphi & \sin \beta_i \sin \varphi & \cos \beta_i \end{vmatrix}, \quad (1.2.19)$$

care are parametrii directori:

$$\begin{cases} N_X = \cos \beta_i \cos \varphi; \\ N_Y = \cos \beta_i \sin \varphi; \\ N_Z = -\sin \beta_i. \end{cases} \quad (1.2.20)$$

În(1.2.20), mărimea β_i este o variabilă cunoscută în formă discretă (vezi 1.2.16).

1.2.1.3. Metoda tangențelor pentru exprimarea în formă discretă a suprafețelor cilindrice

În conformitate cu cele de mai sus, modalitatea de exprimare, în acest fel, a normalei poate fi utilizată și în cazul suprafețelor cilindrice, figura 1.2.5.

Versorul generatoarei suprafeței cilindrice este

$$\vec{T}_G = \vec{k}, \quad (1.2.21)$$

pentru cazul din figura 1.2.5.

De asemenea, tangenta la directoarea exprimată în formă discretă are forma

$$\vec{T}_D = \cos \beta_i \vec{i} + \sin \beta_i \vec{j} \quad (1.2.22)$$

în care

$$\operatorname{tg} \beta_i = \left\{ \frac{|Y_{i+1} - Y_i|}{|X_{i+1} - X_i|} \right\}. \quad (1.2.23)$$

Normala la suprafața cilindrică, în punctul curent al acesteia, este

$$\vec{N}_\Sigma = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ \cos \beta_i & \sin \beta_i & 0 \end{vmatrix} \quad (1.2.24) \quad (0.0.1)$$

și are parametrii directori:

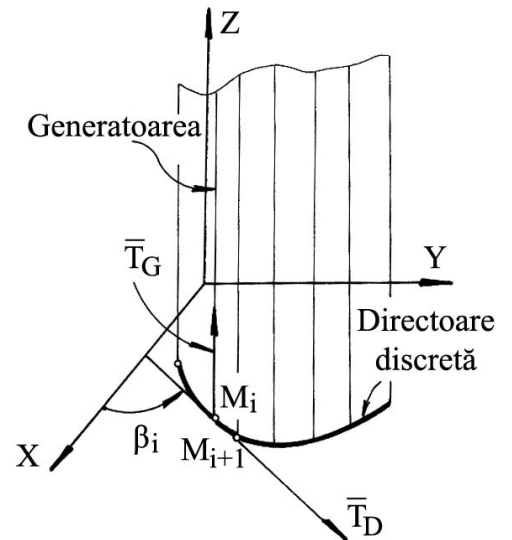


Fig. 1.2.5. Normala la o suprafață cilindrică

$$\begin{cases} N_x = \sin \beta_i; \\ N_y = -\cos \beta_i. \end{cases} \quad (1.2.25)$$

De asemenea, facem observația că mărimile β_i reprezintă o variabilă exprimată în formă discretă.

1.2.3.1. Modelarea generării suprafeței elicoidale cu scula-disc

Modelul de reprezentare a suprafețelor de revoluție, anterior examinat, poate fi utilizat și pentru modelarea generării suprafețelor, în scopul evaluării erorii de generare sau a corecției profilului sculei.

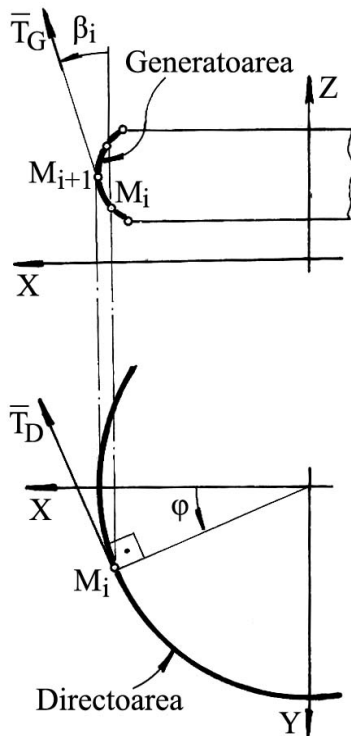


Fig.1.2.6. Scula-disc

Cunoscută fiind scula-disc, figura 1.2.6, prin coordonatele secțiunii axiale ale acesteia, în forma matricei

$$S_A = \begin{pmatrix} X_1 & Z_1 \\ X_2 & Z_2 \\ \vdots & \vdots \\ X_n & Z_n \end{pmatrix}, \quad (1.2.26)$$

se definesc:

- tangenta la generatoarea suprafeței de revoluție (secțiunea axială (1.2.26)),

$$\vec{T}_G = \sin \beta_i \vec{i} + \cos \beta_i \vec{k}, \quad (1.2.27)$$

cu

$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{|X_{(i+1)} - X_i|}{|Z_{(i+1)} - Z_i|}, \quad (1.2.28)$$

- tangenta la directoarea suprafeței, în punctul curent,

$$\vec{T}_D = \sin \varphi \vec{i} - \cos \varphi \vec{j}, \quad (1.2.29)$$

cu φ - parametru unghiular variabil.

Dacă, acum, se redefinește tangenta la generatoarea suprafeței, prin deplasarea acesteia în lungul directoarei, prin transformarea

$$\begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin \beta_i \\ 0 \\ \cos \beta_i \end{pmatrix}, \quad (1.2.30)$$

rezultă parametrii directori ai tangentei la generatoare în punctul M:

$$T_G \begin{cases} T_x = \sin \beta_i \cdot \cos \varphi; \\ T_y = \sin \beta_i \cdot \sin \varphi; \\ T_z = \cos \beta_i. \end{cases} \quad (1.2.31)$$

Din (1.2.29) și (1.2.31), rezultă vectorul normal la suprafața de revoluție

$$\vec{N}_S = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \sin \varphi & -\cos \varphi & 0 \\ -\sin \beta_i \cos \varphi & -\sin \beta_i \sin \varphi & \cos \beta_i \end{vmatrix} = \cos \varphi \vec{i} + \sin \varphi \vec{j} + \operatorname{tg} \beta_i \vec{k}. \quad (1.2.32)$$

Sunt cunoscute poziția relativă a sculei-disc față de suprafața elicoidală generată, figura 1.2.7, și ecuațiile familiei de cercuri reprezentând suprafața periferică efectivă a sculei-disc:

$$S \begin{cases} X_1 = X_i \cos \varphi; \\ Y_1 = Y_i \sin \varphi; \\ Z_1 = Z_i, \quad (i=1,2,3,\dots,n), \end{cases} \quad (1.2.33)$$

în care X_i, Y_i, Z_i sunt date de (1.2.26) și axa \vec{A} – axa sculei-disc.

În mișcarea elicoidală, de axă \vec{V} și parametru elicoidal p , a sistemului $X_1 Y_1 Z_1$ și, odată cu aceasta, a suprafeței S ,

$$(S)_\theta \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X_i \cos \varphi - a \\ Y_i \sin \varphi \\ Z_i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ p\theta \end{vmatrix}, \quad (1.2.34)$$

se generează familia de suprafețe $(S)_\theta$:

$$(S)_\theta \begin{cases} X = [X_i \cos \varphi - a] \cos \theta - [Y_i \sin \varphi \cos \alpha + Z_i \cos \alpha] \sin \theta; \\ Y = [X_i \cos \varphi - a] \sin \theta + [Y_i \sin \varphi \cos \alpha + Z_i \cos \alpha] \cos \theta; \\ Z = -Y_i \sin \varphi \sin \alpha + Z_i \cos \alpha + p\theta. \end{cases} \quad (1.2.35)$$

Caracteristica suprafeței S în această mișcare se determină asociind ecuațiilor (1.2.35) condiția de înfășurare, în forma GOHMAN,

$$\vec{N}_S \cdot \vec{R}_\theta = 0, \quad (1.2.36)$$

în care, \vec{N}_S este dat de (1.2.32).

Se calculează R_θ , din (1.2.35), cu definiția

$$R_\theta = \frac{dX}{d\theta} = \begin{vmatrix} -\sin \theta & -\cos \theta & 0 \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X_i \sin \varphi - a \\ Y_i \sin \varphi \cos \alpha + Z_i \sin \alpha \\ -Y_i \sin \varphi \sin \alpha + Z_i \cos \alpha \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ p \end{vmatrix}$$

care, pentru $\theta=0$, capătă forma

$$R_{\theta=0} = \begin{vmatrix} -(Y_i \sin \varphi \cos \alpha + Z_i \sin \alpha) \\ X_i \cos \varphi - a \\ p \end{vmatrix}.$$

Condiția de determinare a curbei caracteristice (vezi și (1.2.36)), ținând seama de (1.2.35), (1.2.32) și (1.2.38) rezultă în forma

$$-(Y_i \cdot \sin \varphi \cdot \cos \alpha + Z_i \cdot \sin \alpha) \cdot \cos \varphi + (X_i \cdot \cos \varphi - a) \cdot \sin \varphi + p \cdot \operatorname{tg} \beta_i = 0, \quad (i=1 \dots n) \quad (1.2.39)$$

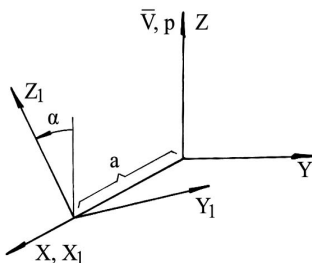


Fig. 1.2.7. Sisteme de referință

Ansamblul ecuațiilor (1.2.35) și (1.2.38) reprezintă curba caracteristică a suprafeței elicoidale modelate. În mișcarea elicoidală de axa \vec{V} și parametru p, se obțin ecuațiile (familia de curbe caracteristice exprimată în formă discretă) reprezentând suprafața elicoidală modelată.

1.2.3.2. Modelarea generării suprafeței elicoidale cu scula cilindro frontală

Similar cu cele de mai sus, se rezolvă problema modelării generării suprafeței elicoidale cu o sculă cilindro frontală, figura 1.2.7.

Tangenta la generatoarea exprimată în formă discretă are cosinușii directori

$$\vec{T}_G = \cos \beta_i \vec{i} + \sin \beta_i \vec{j}, \quad (1.2.40)$$

cu $\operatorname{tg} \beta_i = \frac{|Y_{i+1} - Y_i|}{|X_{i+1} - X_i|}$,

care, prin deplasarea pe directoare, poate fi adusă la forma

$$\vec{T}_G = \cos \beta_i \vec{i} + \sin \beta_i \cos \varphi \vec{j} - \sin \beta_i \sin \varphi \vec{k}. \quad (1.2.41)$$

Tangenta la curba directoare este de forma

$$\vec{T}_D = \sin \varphi \vec{j} - \cos \varphi \vec{k}. \quad (1.2.42)$$

Normala la suprafața de rotație S rezultă din produsul vectorial

$$\vec{N}_S = \vec{T}_G \times \vec{T}_D \quad (1.2.43)$$

și se exprimă prin vectorul

$$\vec{N}_S = -\sin \beta_i \vec{i} + \cos \beta_i \cos \varphi \vec{j} + \cos \beta_i \sin \varphi \vec{k}. \quad (1.2.44)$$

Suprafața S are ecuațiile:

$$S \begin{cases} X = X_i; \\ Y = Y_i \cos \varphi; \\ Z = Z_i \sin \varphi, \quad (i=1,2,\dots,n), \end{cases} \quad (1.2.45)$$

(X_i, Y_i - coordonatele punctului curent (discret) pe generatoare).

Mișcarea elicoidală a suprafeței S, mișcare de axă \vec{V} și parametru elicoidal p, cu θ parametru variabil, permite determinarea vectorului viteză R_θ ,

$$R_\theta = \frac{dX}{d\theta} = \begin{vmatrix} -\sin \theta & -\cos \theta & 0 \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X_i \\ Y_i \cos \varphi \\ Y_i \sin \varphi \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ p \end{vmatrix}, \quad (1.2.46)$$

pentru $\theta=0$, poate fi adusă la forma:

$$\vec{R}_0 = -Y_i \cos \varphi \vec{i} + X_i \vec{j} + p \vec{k}. \quad (1.2.47)$$

Din (1.2.35), (1.2.43) și (1.2.47) rezultă condiția de înfășurare specifică.

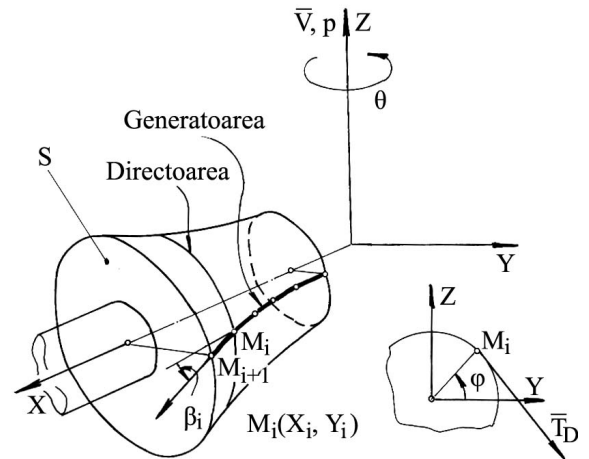


Fig. 1.2.8. Scula cilindro frontală

1.2.2. Metoda reprezentării poliedrale

Suprafețele (elicoidală, cilindrică sau de revoluție) așa cum rezultă în urma măsurării, prin explorare cu un sistem de palpate care determină coordonatele succesive ale punctelor acestora, figura 1.2.9., pot fi privite ca fiind formate dintr-o rețea de puncte distincte în lungul liniilor de măsurare.

Facem observația că distribuția punctelor măsurate în lungul generatoarelor efective trebuie a fi suficient de densă pentru a descrie suprafața în limitele unei anumite precizii de măsurare, acceptată ca riguroasă din punct de vedere tehnic.

Deși rețeaua de puncte formată pe suprafața efectiv măsurată nu este o rețea cu elemente uniforme, algoritmul pentru determinarea normalei la suprafață nu este afectat, dacă numărul de puncte este suficient de mare.

În sensul prezentat anterior, o generatoare efectivă "j" a suprafeței poate fi reprezentată printr-o matrice de forma

$$G = \begin{Bmatrix} X_{1,j} & X_{2,j} & X_{3,j} & \dots & X_{k,j} \\ Y_{1,j} & Y_{2,j} & Y_{3,j} & \dots & Y_{k,j} \\ Z_{1,j} & Z_{2,j} & Z_{3,j} & \dots & Z_{k,j} \end{Bmatrix}^T \quad (1.2.48)$$

Ținând seama de (1.2.48), pentru rețeaua de puncte reprezentând întreaga suprafață, se acceptă exprimarea

$$\Sigma_{efectiv} = \left\{ \begin{Bmatrix} X_{1,j} & X_{2,j} & \dots & X_{k,j} \\ Y_{1,j} & Y_{2,j} & \dots & Y_{k,j} \\ Z_{1,j} & Z_{2,j} & \dots & Z_{k,j} \end{Bmatrix} \right\}_i ; \quad i = 1, 2, \dots, j, \dots, m. \quad (1.2.49)$$

Normala într-un punct oarecare al suprafeței efective (1.2.48), fie $M_{i,j}$ acesta, figura 1.2.9., se definește ca fiind normala la una dintre fețele "poliedrului" determinat de punctele : $M_{i,j}$; $M_{i,j-1}$; $M_{i+1,j}$ etc.

Este evident că, în punctul considerat, $M_{i,j}$, se pot defini patru normale, câte una la fiecare din cele patru fețe ale poliedrului având ca vârf punctul considerat.

De exemplu, definind vectorii:

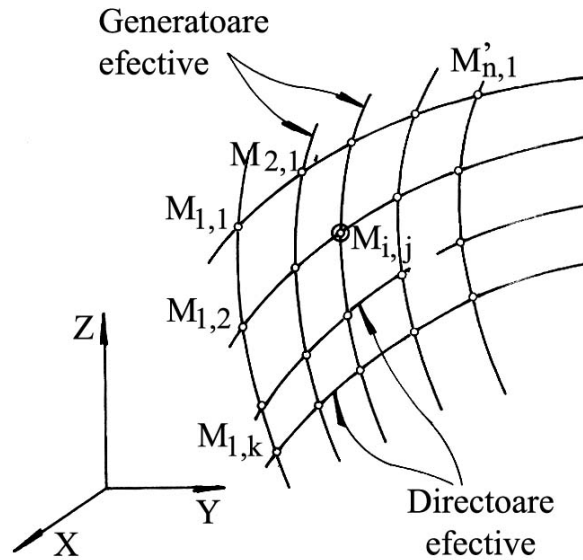


Fig. 1.2.9. Suprafața efectivă

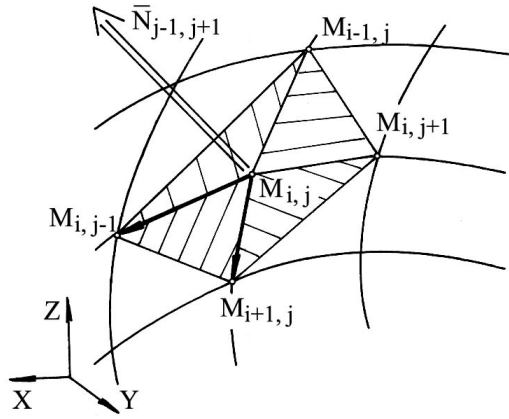


Fig. 1.2.10. Normala la suprafața poliedrală

$$M_{i,j-1} = \begin{pmatrix} X_{i,(j-1)} \\ Y_{i,(j-1)} \\ Z_{i,(j-1)} \end{pmatrix}; \quad (1.2.50)$$

$$M_{i,j} = \begin{pmatrix} X_{i,j} \\ Y_{i,j} \\ Z_{i,j} \end{pmatrix}; \quad (1.2.51)$$

$$M_{(i+1),j} = \begin{pmatrix} X_{(i+1),j} \\ Y_{(i+1),j} \\ Z_{(i+1),j} \end{pmatrix}, \quad (1.2.52)$$

normala la suprafața plană determinată de aceste puncte este

$$\vec{N}_{i,j}^{(i+1),(j-1)} = \overrightarrow{M_{i,(j-1)}M_{i,j}} \times \overrightarrow{M_{i,j}M_{(i+1),j}} \quad (1.2.53)$$

sau, sub formă de determinant,

$$\vec{N}_{i,j}^{(i+1),(j-1)} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ (X_{i,(j-1)} - X_{i,j}) & (Y_{i,(j-1)} - Y_{i,j}) & (Z_{i,(j-1)} - Z_{i,j}) \\ (X_{(i+1),j} - X_{i,j}) & (Y_{(i+1),j} - Y_{i,j}) & (Z_{(i+1),j} - Z_{i,j}) \end{vmatrix}. \quad (1.2.54)$$

În mod similar, se definesc normalele și la celelalte suprafețe ale poliedrului cu vârful în $M_{i,j}$.

1.2.3.1. Condiția de determinare a curbei caracteristice a suprafeței de revoluție conjugată suprafeței elicoidale, exprimată în formă discretă

În figura 1.2.11, sunt prezentate sistemele de referință și poziția axelor sculei-disc și a suprafeței elicoidale.

Conform teoremei Novicov, condiția ca punctul $M_{i,j}$ de pe suprafața Σ să aparțină curbei caracteristice este determinată de intersecția normalei la Σ , în acest punct, cu axa sculei-disc.

Cunoscute fiind:

- poziția axei sculei-disc,

$$\vec{A} = -\sin \alpha \vec{j} + \cos \alpha \vec{k} \quad \text{și} \quad OO_1 = a; \quad (1.2.55)$$

- vectorul de poziție \vec{r}_1 , care unește

punctul O_1 cu $M_{i,j}$,

$$\vec{r}_1 = (X_{i,j} - a)\vec{i} + Y_{i,j}\vec{j} + Z_{i,j}\vec{k}, \quad (1.2.56)$$

în care $X_{i,j}$, $Y_{i,j}$, $Z_{i,j}$ sunt date de (49), condiția de înfășurare, în sensul Nikolaev, capătă forma

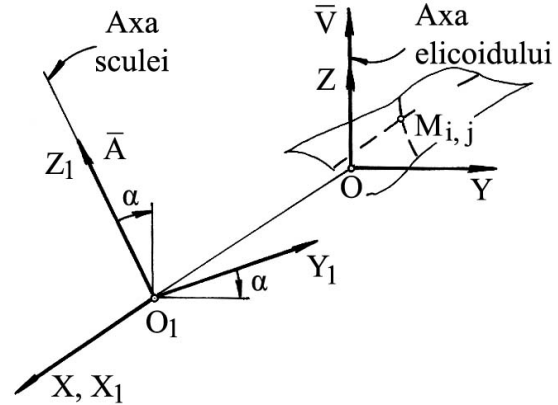


Fig. 1.2.11. Sisteme de referință

$$\left| \left(\vec{A}, \vec{r}_1, \vec{N}_{\vec{x},j} \right) \right| \leq \varepsilon \quad (1.2.57)$$

în care, ε este o valoare pozitivă, suficient de mică.

Condiția (1.2.57) trebuie testată pentru toate cele patru fețe laterale ale poliedrului cu vârful în punctul $M_{i,j}$. Evident, se acceptă acea normală, pentru care condiția (1.2.57) este cea mai mică.

În acest fel, stabilindu-se "fața" poliedrului care corespunde, cel mai îndeaproape, condiției de înfășurare, se decide "avansul" pentru testarea următorului punct în definirea curbei caracteristice.

Ansamblul punctelor $M_{i,j}$ care satisfac condiția de infasurare reprezintă caracteristica suprafeței elicoidale reprezentată în formă discretă și, implicit, caracteristica suprafeței de revoluție care constituie suprafața periferică primară a sculei-disc.

În principiu, caracteristica C_S , astfel determinată, poate căpăta o reprezentare de forma

$$C_S = \left\{ \left\| \begin{matrix} X_{i,j} \\ Y_{i,j} \\ Z_{i,j} \end{matrix} \right\|^T \right\}, \quad (i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m). \quad (1.2.58)$$

Suprafața periferică primară a sculei-disc se obține prin rotirea curbei caracteristice (1.2.58) în jurul axei \vec{A} - axa sculei-disc.

Pentru situația în care suprafața de revoluție căutată este suprafața periferică primară a unei scule cilindro-frontale, figura 1.2.12, cu \vec{A} axa sculei, condiția pentru determinarea curbei caracteristice se modifică în

$$\left| \left((\vec{N}_\Sigma)_{i,j}, \vec{r}_{i,j}, \vec{A} \right) \right| < \varepsilon, \quad (1.2.59)$$

în care \vec{r} este vectorul

$$\vec{r}_{i,j} = X_{i,j}\vec{i} + Y_{i,j}\vec{j} + Z_{i,j}\vec{k} \quad \text{și} \quad \vec{A} = \vec{i} \quad (1.2.60)$$

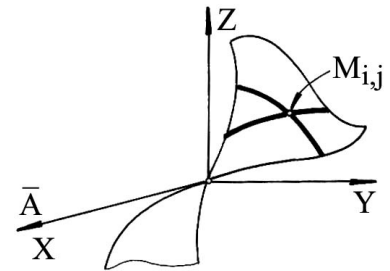


Fig. 1.2.12. Axa sculei cilindro-frontale

1.3. APLICAREA METODOLOGIEI DE REPREZENTARE DISCRETA A SUPRAFETELOR

Se prezintă, în cele ce urmează, aplicații privind profilarea sculelor mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție pentru generarea suprafețelor elicoidale, exprimate în formă discretă, prin metoda reprezentării poliedrale.

Aplicațiile au fost realizate prin „modelarea” numerică a generatoarei suprafeței elicoidale și, în acest scop, s-a realizat un model analitic al generatoarei pe baza căreia s-a „modelat” numeric „generatoarea efectivă” a suprafeței, matricea de forma, vezi tabelul 1.3.1, profilarea sculei urmărind algoritmul cunoscut al profilării sculelor mărginite de suprafețe de revoluție reciproc înfășurătoare suprafețelor elicoidale cilindrice și de pas constant – metoda Nikolaev, cu particularizările definirii normalei la suprafața în exprimare poliedrală, vezi (1.2.54) și condiția de înfășurare, vezi (1.2.57).

S-au identificat modele în forma discretă ale generatoarelor elementare ale canalului elicoidal al burghiului, pentru care s-au aplicat metode de profilare a sculelor generatoare (scula-disc), în vederea obținerii profilului sculei reciproc infasuratoare a acestuia, în vederea generării canalului (generatoare circulară în plan frontal, generatoare circulară în plan axial, generatoare rectilinie). În baza unui produs sof dedicat, sau reprezentat formele profilurilor curbelor caracteristice la generarea cu o scula corp de revoluție (scula disc).

- **Generatoare circulară în planul frontal al suprafeței elicoidale**

Se propune modelul generatoarei în forma:

$$\begin{cases} X = R - r \cdot \cos v, \\ Y = r \cdot \sin v, \\ Z = 0, \end{cases} \quad (1.3.1)$$

unde v este unghiul profilului, vezi și figura 1.3.1, în baza căruia se definește generatoarea efectivă

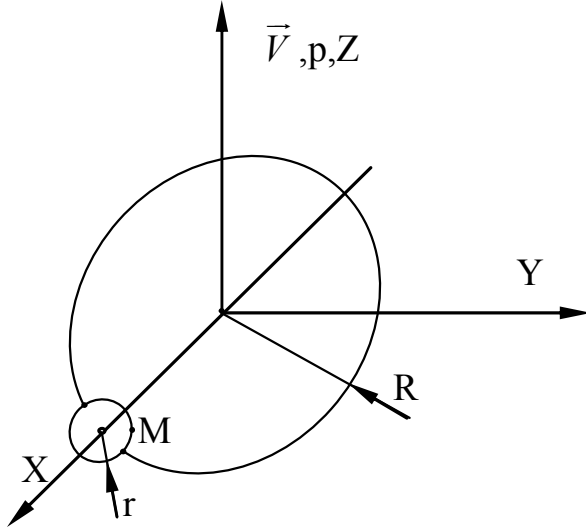


Fig. 1.3.1. Modelul generatoarei efective

în forma, vezi tabelul 1.3.1, pentru $r = 10$ mm, $R = 50$ mm, $v = 0^\circ \dots 30^\circ$, $p = 50$ mm, $\varphi = -5^\circ \dots +5^\circ$.

Pornind de la modelul numeric al generatoarei efective (vezi tab. 1.3.1) pentru o variație incrementală a parametrului „ φ ”, în mișcarea

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(j\varphi) & -\sin(j\varphi) & 0 \\ \sin(j\varphi) & \cos(j\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p(j\varphi) \end{pmatrix} \quad (1.3.2)$$

unde $k = 1, \dots, n$; $j = 1, \dots, m$,

se generează „modelul” poliedral al suprafeței elicoidale cilindrice și de pas constant (p și φ sunt parametrii în mișcarea elicoidală).

Aplicația referitoare la profilarea sculei cilindro-frontale a fost realizată sub forma unui applet java, în baza unei scheme logice, prezentată în figura 1.3.2.

În figura 1.3.3 și tabelul 1.3.2, sunt prezentate rezultatele rulării aplicației.

Tabelul 1.3.1. Modelul numeric al generatoarei efective

Nr. crt.	X_k [mm]	Y_k [mm]	Z_k [mm]
1.	40.00000	0.00000	0.00000
2.	40.00002	0.01751	0.00000
3.	40.00006	0.03502	0.00000
4.	40.00014	0.05253	0.00000
5.	40.00025	0.07005	0.00000
6.	40.00038	0.08756	0.00000
7.	40.00055	0.10507	0.00000
8.	40.00075	0.12258	0.00000
...
293.	41.27055	4.87819	0.00000
294.	41.27911	4.89347	0.00000
295.	41.28769	4.90873	0.00000
296.	41.29630	4.92398	0.00000
297.	41.30494	4.93922	0.00000
298.	41.31360	4.95443	0.00000
299.	41.32229	4.96964	0.00000
300.	41.33100	4.98483	0.00000

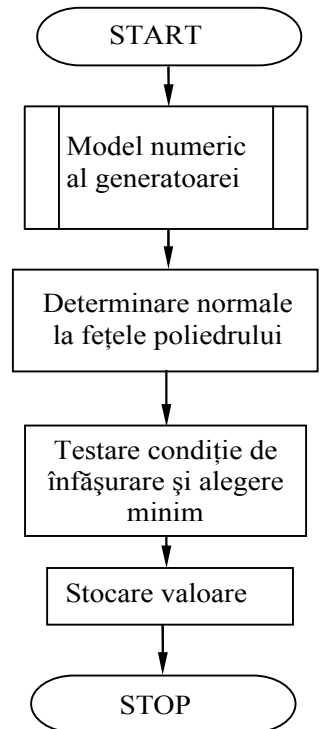


Fig. 1.3.2. Schema logică

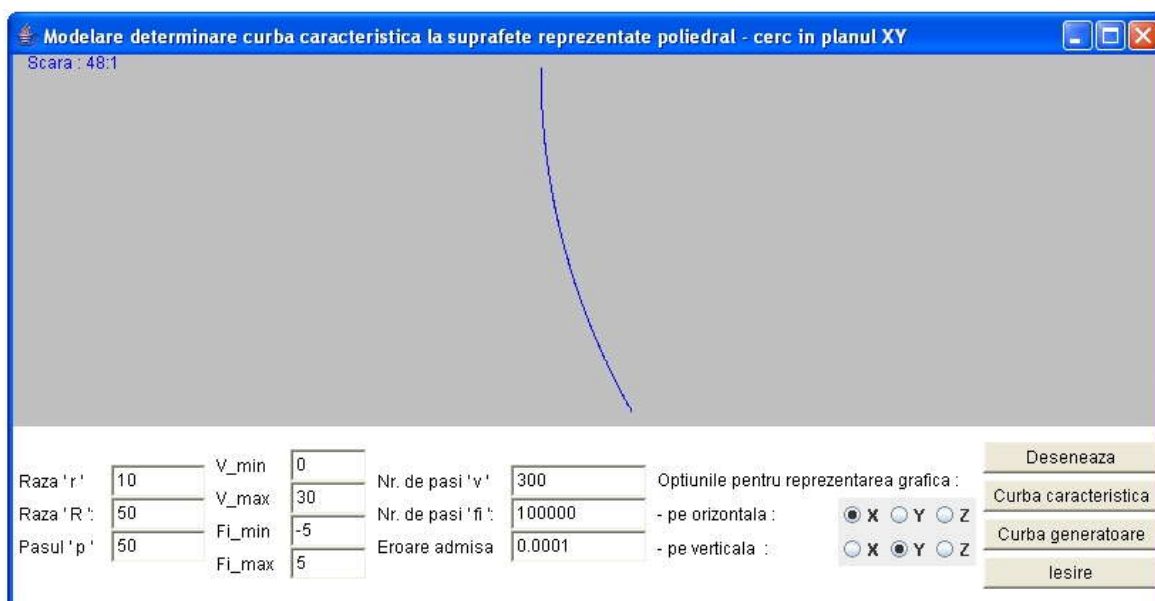


Fig. 1.3.3 Applet: profil circular in planul XY, curba caarcteristică (metoda poliedrala)

Tabelul 1.3.2. Coordonatele curbei caracteristice, profil circular în planul XY

X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	V [grd]	φ [grd]
40.00000	0.00003	0.00004	0.00000	0.00000
40.00002	0.01762	0.00013	0.00175	0.00000
40.00006	0.03520	0.00022	0.00350	0.00000
40.00014	0.05278	0.00031	0.00525	0.00001
40.00024	0.07036	0.00039	0.00700	0.00001
40.00038	0.08794	0.00048	0.00876	0.00001
40.00055	0.10552	0.00057	0.01051	0.00001
40.00075	0.12310	0.00065	0.01226	0.00001
40.00098	0.14068	0.00074	0.01401	0.00001
40.00124	0.15826	0.00083	0.01576	0.00002
.....
41.25107	4.86843	0.02526	0.50434	0.00050
41.25955	4.88381	0.02535	0.50609	0.00051
41.26806	4.89919	0.02544	0.50784	0.00051
41.27660	4.91454	0.02553	0.50959	0.00051
41.28517	4.92988	0.02561	0.51134	0.00051
41.29376	4.94521	0.02570	0.51309	0.00051
41.30238	4.96052	0.02579	0.51484	0.00051
41.31103	4.97581	0.02587	0.51659	0.00052
41.31970	4.99109	0.02596	0.51835	0.00052
41.32840	5.00636	0.02605	0.52010	0.00052
41.25107	4.86843	0.02526	0.52185	0.00052

Applet-ul este interactiv, permițând modificarea valorilor pentru raza „r” a generatoarei suprafeței elicoidale, raza „R” a centrului generatoarei, parametrul elicoidal „p”, limitele „v_min” și „v_max” ale profilului de generat, numărul de incrementări în lungul liniei elicoidale „j”, numărul de pași în care este împărțit unghiul „φ” și mărimea erorii acceptabile pentru îndeplinirea condiției de înfășurare. De asemenea, există mai multe opțiuni pentru reprezentarea grafică a curbei caracteristice.

- **Generatoare circulară în planul axial - XZ**

Ecuțiile modelului curbei generatoare sunt:

$$\begin{cases} X = R - r \cdot \cos v; \\ Y = 0; \\ Z = r \cdot \sin v. \end{cases} \quad (1.3.3)$$

Pentru un profil cu aceleași caracteristici dimensionale, în figura 1.3.4 și tabelul 1.3.3, se prezintă rezultatele rulării applet-ului *java* dedicat.

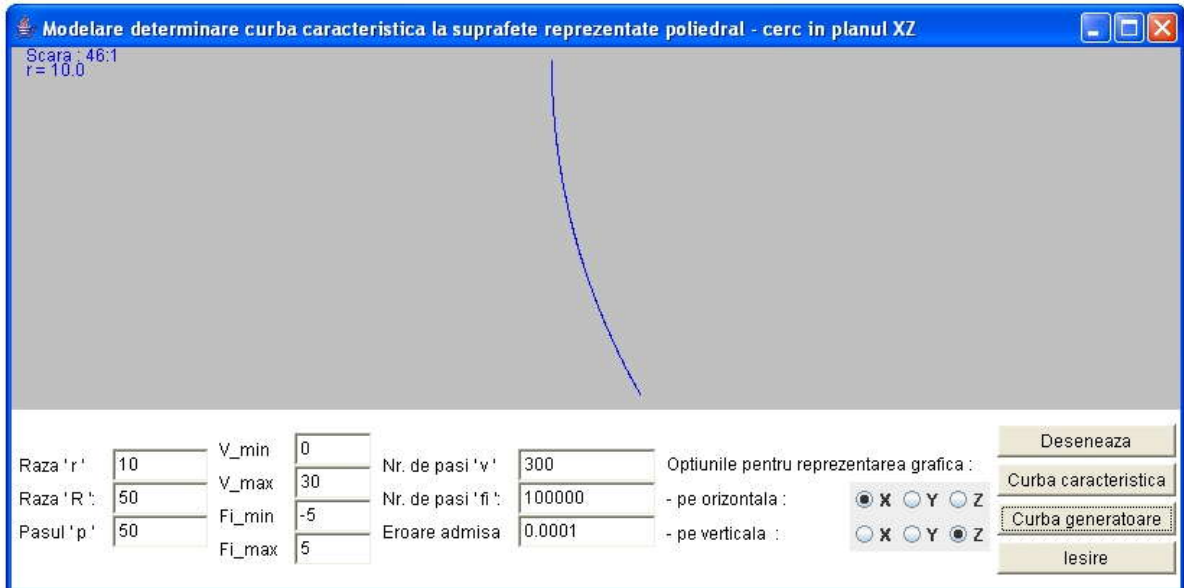


Fig. 1.3.4 Applet: profil circular in planul XZ, curba caracteristică (metoda poliedrala)

Tabelul 1.3.3. Coordonatele curbei caracteristice, profil circular în planul XZ

X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	V [grd]	ε [grd]
40.00000	0.00003	0.00004	0.00000	0.00000
40.00002	0.00010	0.01764	0.00175	0.00000
40.00006	0.00017	0.03524	0.00350	0.00000
40.00014	0.00024	0.05284	0.00525	0.00001
40.00025	0.00031	0.07044	0.00700	0.00001
40.00038	0.00038	0.08804	0.00876	0.00001
40.00055	0.00045	0.10564	0.01051	0.00001
.....
41.24504	0.02077	4.85744	0.50609	0.00051
41.25351	0.02084	4.87285	0.50784	0.00051
41.26202	0.02092	4.88825	0.50959	0.00051
41.27055	0.02100	4.90363	0.51134	0.00051
41.27910	0.02107	4.91899	0.51309	0.00051
41.28768	0.02115	4.93435	0.51484	0.00051
41.29629	0.02123	4.94968	0.51659	0.00052
41.30493	0.02130	4.96500	0.51835	0.00052
41.31359	0.02138	4.98031	0.52010	0.00052
41.32228	0.02146	4.99560	0.52185	0.00052

- **Generatoarea rectilinie**

Modelul curbei generatoare este de forma(1.3.5),

$$\begin{cases} X = X_A + l \cdot v; \\ Y = X_A + m \cdot v; \\ Z = X_A + n \cdot v, \end{cases} \quad (1.3.5)$$

în care l, m și n sunt cosinuşii directori, daţi de relaţiile (1.3.6)

$$\begin{cases} l = (X_B - X_A) / L; \\ m = (Y_B - Y_A) / L; \\ n = (Z_B - Z_A) / L, \end{cases} \quad (1.3.6)$$

L reprezintă lungimea segmentului de dreaptă AB,

$$L = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2 + (Z_A - Z_B)^2}. \quad (1.3.7)$$

Pentru segmentul determinat de

$$\begin{aligned} X_A &= -20 \text{ mm}; Y_A = 10 \text{ mm}; Z_A = 0 \text{ mm}; \\ X_B &= 20 \text{ mm}; Y_B = 10 \text{ mm}; Z_B = 0 \text{ mm}; \\ p &= 50 \text{ mm}, \end{aligned} \quad (1.3.8)$$

modelul numeric al generatoarei efective este prezentat în tabelul 3.4.

Tabelul 1.3.4. Modelul numeric al generatoarei efective

<i>Nr. Crt.</i>	X_k [mm]	X_k [mm]	X_k [mm]
1	-20.00000	10.00000	0.00000
2	-19.98666	10.00000	0.00000
3	-19.97332	10.00000	0.00000
4	-19.95999	10.00000	0.00000
5	-19.94665	10.00000	0.00000
6	-19.93331	10.00000	0.00000
7	-19.91997	10.00000	0.00000
8	-19.90664	10.00000	0.00000
		
2993	19.89330	10.00000	0.00000
2994	19.90664	10.00000	0.00000
2995	19.91997	10.00000	0.00000
2996	19.93331	10.00000	0.00000
2997	19.94665	10.00000	0.00000
2998	19.95999	10.00000	0.00000
2999	19.97332	10.00000	0.00000
3000	19.98666	10.00000	0.00000

În figura 1.3.5 și tabelul 1.3.5 sunt prezentate rezultate ale rulării applet-ului dedicat.

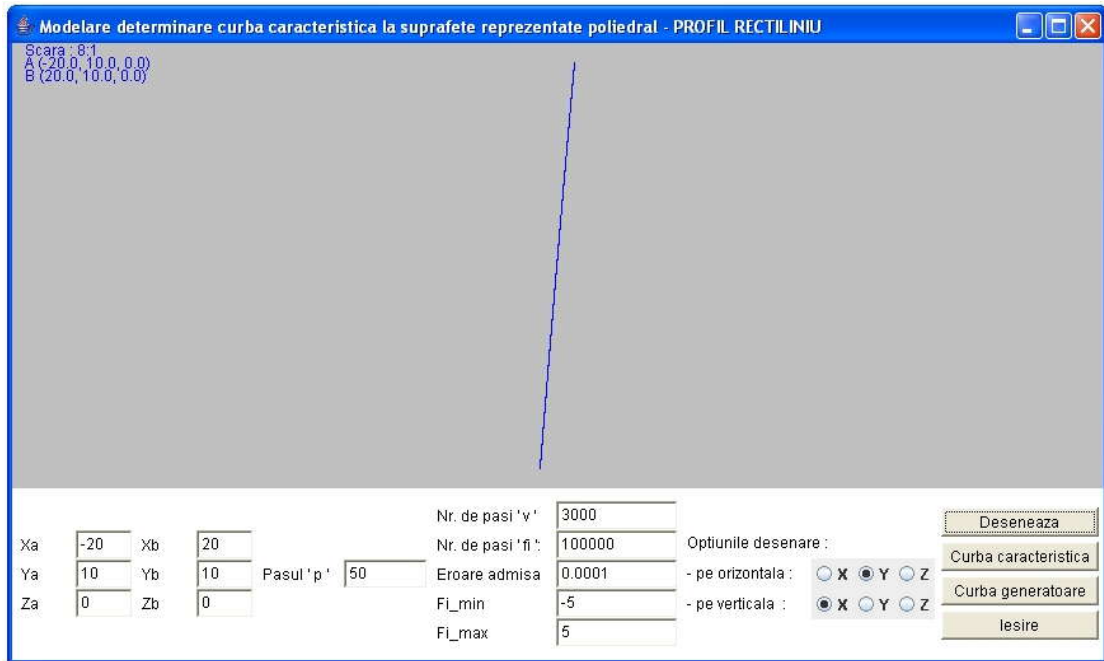


Fig. 1.3.5 Applet: generatoare rectilinie(metoda poliedrala)

Tabelul 1.3.5.Coordonatele curbei caracteristice, profil rectiliniu

X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	V [grd]	ϵ [grd]
-19.05234	11.70506	-4.36332	0.00000	0.00000
-19.03907	11.70387	-4.36324	0.01334	-0.08726
-19.02580	11.70267	-4.36315	0.02668	-0.08726
-19.01254	11.70147	-4.36306	0.04001	-0.08726
-18.99927	11.70028	-4.36297	0.05335	-0.08726
-18.98600	11.69908	-4.36289	0.06669	-0.08726
-18.97274	11.69789	-4.36280	0.08003	-0.08726
.....
20.63264	8.33708	-4.10239	39.87996	-0.08205
20.64592	8.33602	-4.10231	39.89330	-0.08205
20.65920	8.33497	-4.10222	39.90664	-0.08204
20.67248	8.33391	-4.10213	39.91997	-0.08204
20.68576	8.33285	-4.10204	39.93331	-0.08204
20.69903	8.33180	-4.10196	39.94665	-0.08204
20.71231	8.33074	-4.10187	39.95999	-0.08204
20.72559	8.32968	-4.10178	39.97332	-0.08204
20.73887	8.32863	-4.10170	39.98666	-0.08203
20.75215	8.32757	-4.10161	40.00000	-0.08203

Concluzii

Metoda reprezentării poliedrale a suprafețelor elicoidale cilindrice și de pas constant este specifică situației în care suprafețele elicoidale sunt cunoscute prin măsurare directă, pe mașini de măsurat.

- S-au elaborat algoritmi specifici pentru reprezentarea suprafețelor poliedrale de substituere a suprafeței elicoidale.

- Aplicarea metodei s-a făcut prin imaginarea unor „modele” analitice ale generatoarei efective a suprafeței elicoidale.
- S-a conceput un produs soft dedicat acestei probleme, cu aplicații sub formă de applet java.
- Metodologia de profilare a sculei cilindro-frontale s-a aplicat pentru profiluri elementare: arc de cerc și segment de dreaptă, finalizată prin reprezentarea curbei caracteristice specifice.
- Metodica prezintă avantajul, aici, în baza modelării numerice a unor generatoare efective, că permite exprimarea riguroasă a curbei caracteristice exprimate numeric, ca linie de contact între suprafața periferică primară a sculei – suprafața de revoluție – și suprafața poliedrală, substitutivă suprafeței elicoidale.
- Appleturile realizate sunt interactive, permițând utilizatorului alegerea coordonatelor generatoarei, numărul de pași de incrementare, stabilirea erorii de determinare a curbei caracteristice, precum și reprezentarea deosebit de riguroasă a profilurilor (curbele caracteristice) astfel determinate.
- Suprafetele elementare prezentate constituie suprafețe elementare din componenta canalului burghiului elicoidal.

Obiectivul 2 Sinteza unor modalități de reprezentare prin poli a matricelor de coordonate reprezentând generatoare exprimate în formă discretă a suprafețelor generate, ca metoda de apreciere rapidă și riguroasă a formei efective a generatoarei suprafeței.

ACTIVITATEA 2.1. FORME DE REPREZENTARE PRIN POLI A GENERATOAREI SUPRAFETEI CILINDRICE

2.1.1. Definirea curbelor prin poli

Definirea curbelor prin puncte are la bază teoria baricentrelor. Curba generată de deplasarea centrului de greutate a unui sistem de puncte materiale este de formă polinomială.

2.1.2. Curbe definite prin doi poli

Fie două puncte A și B de mase respectiv 5 și 2. Centrul de greutate P se află la distanțe L1 și L2 date de relația:

$$L1 \times 5 = L2 \times 2 \quad (2.1.1)$$

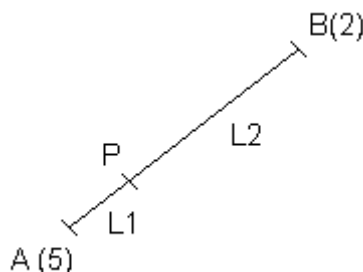


Fig. 2.1.1 Centrul de greutate a două puncte

În scriere vectorială cu centrul sistemului O putem scrie:

$$\vec{AP} \times 5 = \vec{PB} \times 2 \quad (2.1.2)$$

$$(\vec{OA} - \vec{OP}) \times 5 = (\vec{OP} - \vec{OB}) \times 2 \quad (2.1.3)$$

de unde rezultă :

$$\vec{OP} = \frac{5 \cdot \vec{OA} + 2 \cdot \vec{OB}}{7} \quad (2.1.4)$$

Dacă notăm cu λ și μ masele punctelor A și B, vom avea:

$$\vec{OP} = \frac{\lambda \cdot \vec{OA} + \mu \cdot \vec{OB}}{\lambda + \mu} \quad (2.1.5)$$

Pentru simplificare vom nota $\lambda + \mu = 1$, $\vec{OP} = P$, $\vec{OA} = A$, $\vec{OB} = B$ și relația 2.1.5 va deveni:

$$P = \lambda \cdot A + \mu \cdot B \quad (2.1.6)$$

Pentru $\mu=0$, P coincide cu A, pentru $\mu=1$ P coincide cu B, când μ variază între 0 și 1 P descrie segmentul AB. A și B sunt punctele unei curbe de gradul I.

2.1.3. Curbe definite prin trei poli

Fie trei puncte A, B, C și două puncte I și J centrele de greutate a punctelor AB și BC (vezi fig. 2.1.2).

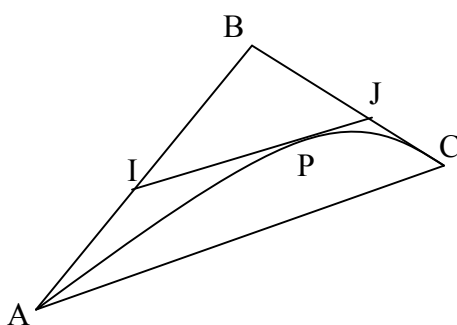


Fig. 2.1.2 Curba de gradul 2 exprimată prin poli

Aplicând teoria de la centrele de greutate a două puncte vom avea pozițiile punctelor I și J, definite astfel:

$$I = \lambda \cdot A + \mu \cdot B \quad ; \quad (2.1.7)$$

$$J = \lambda \cdot A + \mu \cdot B \quad . \quad (2.1.8)$$

Putem defini punctul P în funcție de I și J în același mod:

$$P = \lambda \cdot I + \mu \cdot J \quad (2.1.9)$$

si înlocuind pe I și J cu valorile lor va rezulta:

$$P = \lambda \cdot (\lambda \cdot A + \mu \cdot B) + \mu \cdot (\lambda \cdot B + \mu \cdot C) ; \quad (2.1.10)$$

$$P = \lambda^2 \cdot A + 2 \cdot \lambda \cdot \mu \cdot B + \mu^2 \cdot C . \quad (2.1.11)$$

Când valoarea parametrului μ variază de la 0 la 1, punctul P descrie un arc de curbă de gradul 2 în care punctele ce o definesc sunt A, B, C.

Poziția punctului P pentru $\mu=0,5$ permite recunoașterea proprietăților unei parabole.

2.1.4. Curbe definite prin n poli

Se generalizeaza formele de mai sus. Printr-un raționament asemănător, pentru 4 puncte se poate deduce formula

$$P = \lambda^3 \cdot A + 2 \cdot \lambda^2 \cdot \mu \cdot B + 2 \cdot \lambda \cdot \mu^2 \cdot C + \mu^3 \cdot D , \quad (2.1.12)$$

iar pentru 5 puncte vom avea forma

$$P = \lambda^4 \cdot A + 4 \cdot \lambda^3 \cdot \mu \cdot B + 6 \cdot \lambda^2 \cdot \mu^2 \cdot C + 4 \cdot \lambda \cdot \mu^3 \cdot D + \mu^4 \cdot E . \quad (2.1.13)$$

Se generalizeaza cazurile de mai sus prezentind o formulă generală, pornind de la asemănarea funcțiilor de mai sus cu binomul lui Newton.

Fie n puncte notate cu P_1, P_2, \dots, P_n și $P(n)$ centrul de greutate al acestui sistem de puncte. Centrul de greutate $P(n)$ este dat de formula

$$P(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-1} \cdot \mu^k \cdot P_{k+1} . \quad (2.1.14)$$

Demonstrarea formulei (2.1.14) se face rapid prin inducție matematică.

2.1.5. Tangenta unei curbe definite prin puncte

Aflarea tangentei grafic se poate face ca în exemplul de mai jos în cazul pentru 4 puncte:

$$P' = 3\lambda^2 A + 6\lambda\mu B + 3\mu^2 C - 3\lambda^2 B - 6\lambda\mu C - 3\lambda^2 D ; \quad (2.1.15)$$

$$P' = 3\left[\left(\lambda^2 A + 2\lambda\mu B + \mu^2 C\right) - \left(\lambda^2 B + 2\lambda\mu C + \mu^2 D\right)\right] . \quad (2.1.16)$$

Regăsim expresia centrelor de greutate I și J pe LM și MN (vezi fig. 2.1.3)



Fig. 2.1.3 Tangenta la o curbă definită prin puncte

$$P' = 3(I - J) = 3\vec{IJ} \quad (2.1.17)$$

IJ este tangenta la curbă în punctul P.

În punctul A, $\lambda=1$ și $\mu=0$, derivata va deveni $P' = 3A - 3B = 3\vec{BA}$. Tangenta în punctul A este BA, la fel și tangenta punctului D este CD. Prima și ultima linie folosite în unirea punctelor sunt, prin urmare, tangente la curbă, în extremitățile acesteia.

Pentru simplificare, în cazul general, având în vedere relația

$$\lambda + \mu = 1 \quad (2.1.18)$$

se obține o funcție de o variabilă. În acest mod, formula (2.1.14) devine:

$$P(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-1} \cdot (1-\lambda)^k \cdot P_{k+1} \quad (2.1.19)$$

Derivarea formulei (2.1.19) va duce la

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \left((n-k-1) \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot (1-\lambda)^k - k \cdot \lambda^{n-k-1} \cdot (1-\lambda)^{k-1} \right) \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot P_{k+1} \quad (2.1.20)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \left((n-k-1) \cdot (1-\lambda) - k \cdot \lambda \right) \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot (1-\lambda)^{k-1} P_{k+1} \quad (2.1.21)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} (n-k-1-n\lambda+\lambda) \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot (1-\lambda)^{k-1} P_{k+1} \quad (2.1.22)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \left((n-1) \cdot (1-\lambda) - k \right) \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot (1-\lambda)^{k-1} P_{k+1} \quad (2.1.23)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \left[\frac{(n-1)(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^k - \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^{k-1} \right] \cdot P_{k+1} \quad (2.1.24)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \left[\frac{n-1}{k} \cdot \mu - 1 \right] \cdot \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^{k-1} \cdot P_{k+1}$$

Ecuția tangentei la o curbă definită prin puncte $Y(n) = P(n) + P'(n) \cdot \tau$

$$Y(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-1} \cdot \mu^k \cdot P_{k+1} + \sum_{k=0}^{n-1} \left[\frac{(n-1)(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^k P_{k+1} - \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^{k-1} P_{k+1} \right] \cdot \tau \quad (2.1.25)$$

Deși formula generală pare a fi extrem de complicată, în marea majoritate a cazurilor se folosesc doar câteva puncte pentru a defini cu suficient de bună precizie o curbă, ceea ce conduce la calcule simple.

O rezolvare mult mai elegantă a descrierii tangentei este dată chiar de modul de definire a curbei prin formula (2.1.14), pentru cazul a 3 puncte. În figura 2.1.2., se poate observa că tangenta la curbă este dată de punctele I și J, descrise prin ecuațiile (2.1.7) și (2.1.8) ceea ce duce la următoarea relație (ecuația dreptei definită prin 2 puncte):

$$\frac{y - I_y}{x - I_x} = \frac{J_y - I_y}{J_x - I_x} \quad (2.1.26)$$

Pentru cazurile cu un număr mai mare de puncte, analog cu deducerea formulei (2.1.14) se obțin ecuațiile generale a punctelor I și J din exemplul anterior:

$I(n) = \sum_{k=0}^{n-2} \frac{(n-2)!}{k! \cdot (n-k-2)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^k \cdot P_{k+1}$ $J(n) = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(n-2)!}{k! \cdot (n-k-2)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^k \cdot P_{k+1}$	$(2.1.27)$
---	------------

unde $n \geq 3$. Ca și în cazul formulei (2.1.14), relațiile (2.1.2) sunt demonstrabile prin inducție matematică și, cum era de așteptat, conduc la același rezultat.

2.1.6. Familii de curbe tangente

Dacă în geometria diferențială ecuația familiei curbelor tangente la o curbă plană dată se află rezolvând simultan ecuațiile:

$$f(x, y, p) = 0 \quad (2.1.28)$$

$$\frac{\partial}{\partial p} f(x, y, p) = 0 \quad (2.1.29)$$

cu ajutorul noii descrieri a curbelor familia de curbe tangente intr-un punct se rezuma, din nou, la formula (2.1.14).

Fie Π punctul de tangență al familiei de curbe Σ . Presupunem că fiecare curbă din familia Σ este definită prin același număr de puncte n ($n \geq 3$). În acest caz, toate curbele familiei vor avea aceeași tangență definită de punctele $I(n)$, $J(n)$, toate vor avea aceeași ecuație definită de relația (2.1.14) și, mai mult, ele vor fi definite numai prin punctele care satisfac condiția

$$> \Pi = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-1} \cdot \mu^k \cdot P_{k+1} \quad (2.1.30)$$

(2.1.27) și (2.1.26). La o analiză atentă se observă ca ecuația (2.1.30) este echivalentă cu (2.1.28) și (2.1.26) (tangenta) este echivalentă cu (2.1.29).

2.1.7. Normala unei curbe definite prin poli

Pentru determinarea planului osculator al curbei este necesara cunoasterea și celei de a doua derivată a curbei. Din formula (2.1.24) derivata încă o dată, folosind și substituția $\mu = 1 - \lambda$, rezulta

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \left[\frac{(n-1)(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^k P_{k+1} - \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^{k-1} P_{k+1} \right] \quad (2.1.31)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \left[\frac{(n-1)(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot (1-\lambda)^k P_{k+1} - \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot (1-\lambda)^{k-1} P_{k+1} \right] \quad (2.1.32)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \left[\frac{(n-1)(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot P_{k+1} - \frac{(n-1)(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-2} P_{k+1} - \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot P_{k+1} + \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-3} \cdot P_{k+1} \right] \quad (2.1.33)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot P_{k+1} \cdot \left[\frac{n-1}{k} \cdot \lambda^{n-k-2} - \frac{n-1}{k} \cdot \lambda^{n-2} - \lambda^{n-k-2} + \lambda^{n-3} \right] \quad (2.1.34)$$

Astfel, a fost adusă prima derivată la o formă ce poate fi ușor prelucrată.

$$P''(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k-1)!} \cdot P_{k+1} \cdot \left[\frac{(n-1) \cdot (n-k-2)}{k} \cdot \lambda^{n-k-3} - \frac{(n-1) \cdot (n-2)}{k} \cdot \lambda^{n-3} - \right. \\ \left. - (n-k-2) \cdot \lambda^{n-k-3} + (n-3) \cdot \lambda^{n-4} \right] \quad (2.1.35)$$

Simplificând a doua derivata (2.1.35) rezultă:

$$P''(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} \cdot P_{k+1} \cdot [(n-k-2) \cdot (n-k-1) \cdot \lambda^{n-k-3} - (n-1) \cdot (n-2) \cdot \lambda^{n-3} + k \cdot (n-3) \cdot \lambda^{n-4}] \quad (2.1.25)$$

2.1.8. Translația unei curbe definite prin puncte

În mod evident, translația unei curbe astfel definite se reduce la translația punctelor. Luând cazul general din formula 2.1.14, presupunem efectuarea unei translații a unei curbe oarecare definită prin punctele P_1, P_2, \dots, P_n .

Fie curba definită prin punctele P_1, P_2, \dots, P_n a carei ecuație este dată de formula (2.1.14), în sistemul de coordonate mobil $O_1x_1y_1z_1$. Translația curbei definită în sistemului $O_1x_1y_1z_1$ față de sistemul de referință fix $Oxyz$, presupus fix, se rezumă la translația punctelor P_1, P_2, \dots, P_n .

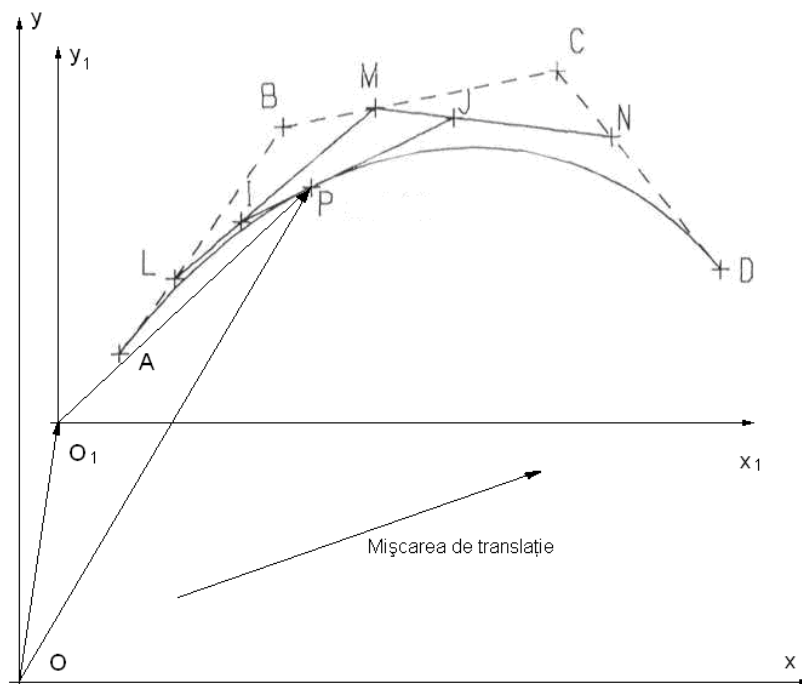


Fig. 2.1.4 Translația unei curbe definită prin puncte

Demonstrația este evidentă, în condițiile date, formula (2.1.14) fiind chiar identică și în sistemul de referință fix, singura modificare survine la definirea punctelor care efectuează mișcare de translație.

Teorema de mai sus are o implicație deosebită în simulările computerizate deoarece reduce mișcarea unei curbe complexe la mișcarea citorva puncte, cu îmbunătățirea substanțială a timpului de prelucrare a datelor.

2.1.9. Rotația unei curbe definite prin puncte

Problema rotației unei curbe definite prin puncte este asemănătoare translației

Fie curba definită prin punctele P_1, P_2, \dots, P_n a carei ecuație este dată de formula (2.1.14), în sistemul de coordonate mobil $O_1x_1y_1z_1$. Rotația curbei definită în sistemul $O_1x_1y_1z_1$ față de sistemul de referință fix $Oxyz$, presupus fix, se rezumă la rotația punctelor P_1, P_2, \dots, P_n , față de $Oxyz$.

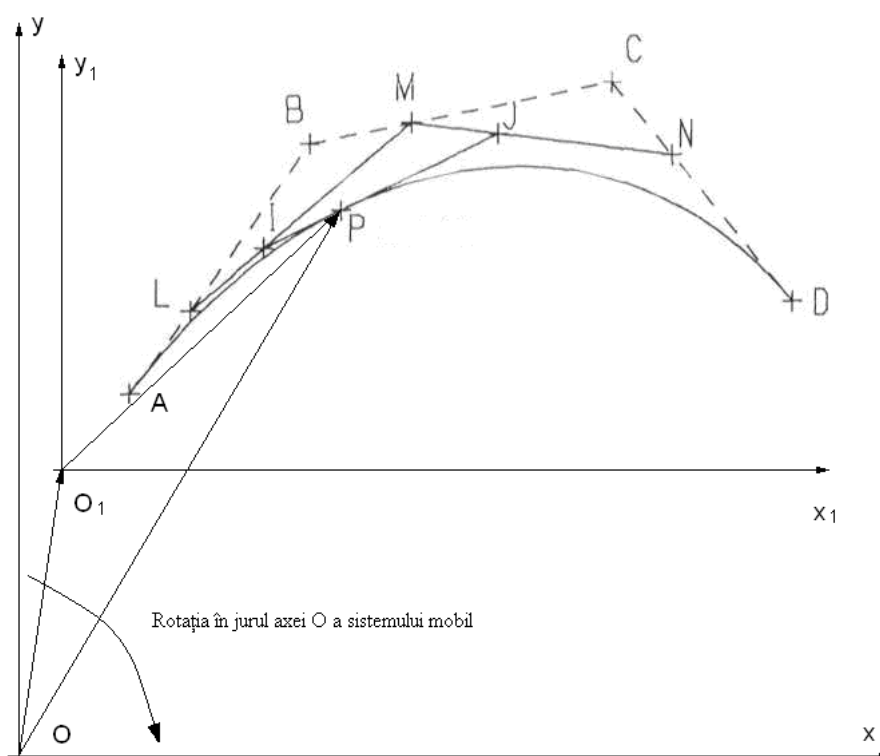


Fig. 2.1.5 Rotația unei curbe definite prin puncte

La fel ca și în cazul precedent demonstrația este evidentă, în condițiile date, formula (2.1.14) fiind chiar identică și în sistemul de referință fix, singura modificare survine la definirea punctelor care efectuează mișcare de translație.

2.1.10. Consecințe ale teoremelor anterioare

Câteva din consecințele teoriei expuse anterior sunt:

- invarianța formei (2.1.14) față de transformările aplicate sistemelor de coordonate;
- rezultatul unei transformări aplicate polilor, este identică cu aceea aplicată asupra punctelor curbei;

- posibilitatea realizării unor algoritmi îmbunătățiți din punct de vedere a vitezei de execuție datorită proprietăților polilor ce descriu curba dată;
- posibilitatea realizării unor noi algoritmi mai performanți pentru proiectarea asistată de computer, prin obținerea unor curbe asociate pornind de la o curbă dată. (de exemplu pornind de la profilul piesei finite să se ajungă la profilul conjugat al cuțitului roată ce trebuie realizat în vederea prelucrării).

Determinarea profilurilor conjugate presupune următoarele:

- cunoașterea punctelor ce descriu curba cunoscută (evident);
- definirea funcției de transformare a polilor curbei cunoscute.

Funcția de transformare va fi dependentă de mișcările relative ale celor 2 curbe, întrucât nu se poate eluda realitatea fizică.

ACTIVITATEA 2.2. ELABORAREA UNOR ALGORITMI PENTRU IDENTIFICAREA NIVELULUI DE EROARE A REPREZENTĂRII PRIN POLI A GENERATOAREI SUPRAFETELOR

2.2.1. Aplicații ale reprezentării curbelor prin poli

Favrolles (1998), în baza teoriei baricentrelor, propune o extindere, în scopul reprezentării aproximative a curbelor, în principiu, figura 2.2.1,

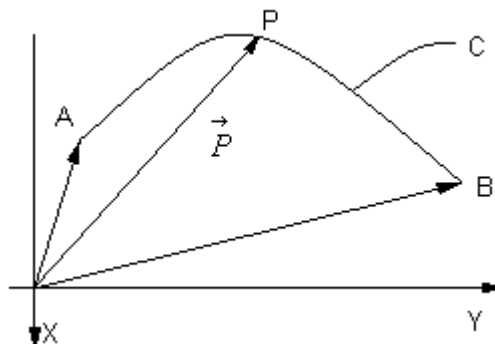


Fig. 2.2.1 Cazul curbei plane

o curbă oarecare, în exemplul de față o curbă plană, poate fi descrisă cu o bună aproximație de o formă polinomială ce depinde de un parametru variabil „ λ ”, dacă se impun anumite condiții de capăt. Fie A, B, și P, de exemplu, punctele prin care se impune să treacă arcul de curbă. În sistemul XY, vectorul $\vec{P}(\lambda)$ al punctului curent pe arcul de curbă C, poate fi exprimat cu forma

$$\vec{P} = P_x(\lambda) \vec{i} + P_y(\lambda) \vec{j} \quad (2.2.1)$$

în care $P_x(\lambda)$ și $P_y(\lambda)$ sunt parametrii directori ai vectorului și λ parametrul variabil în lungul curbei.

Pentru exemplificare, propunem formele:

$$\begin{aligned} P_x(\lambda) &= \lambda^2 A_x + 2\lambda(1-\lambda)B_x + (1-\lambda)^2 C_x; \\ P_y(\lambda) &= \lambda^2 A_y + 2\lambda(1-\lambda)B_y + (1-\lambda)^2 C_y, \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

în care A_x, B_x, C_x, A_y, B_y și C_y sunt constante, determinate de coordonatele punctelor A și B, în sistemul XY; $P_x(\lambda)$ și $P_y(\lambda)$ - valori cunoscute (impuse) modulului vectorului $\vec{P}(\lambda)$.

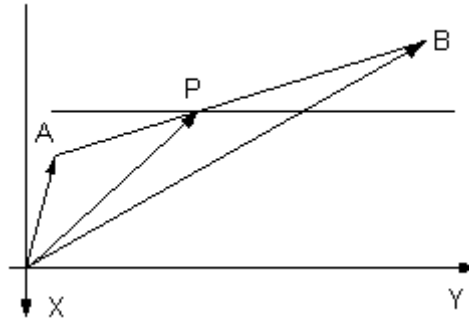


Fig. 2.2.2 Segment de dreaptă

Pentru cazul unui segment de dreaptă, fig. 2.2.2, vectorul \vec{P} are forma

$$\vec{P}_x(\lambda) = \lambda \vec{A} + (1-\lambda) \vec{B}; \quad (2.2.3)$$

sau, prin proiecțiile sale:

$$\begin{aligned} P_x(\lambda) &= \lambda X_A + (1-\lambda)X_B; \\ P_y(\lambda) &= \lambda Y_A + (1-\lambda)Y_B; \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

în care, prin X_A, Y_A, X_B, Y_B s-au notat coordonatele capetelor segmentului \overline{AB} , în sistemul XY, coordonate presupuse cunoscute.

În această formă de reprezentare a profilului, pentru $\lambda=0$, funcțiile $P_x(\lambda)$ și $P_y(\lambda)$ reprezintă coordonatele punctului B. Pentru $\lambda=1$, aceleași funcții (2.2.4) reprezintă coordonatele punctului A. Facem precizarea, de altfel evidentă, că reprezentarea unui segment de dreaptă prin poli este absolut riguroasă.

2.2.2. Precizia reprezentării unui arc de cerc

Profilurile compozite frecvent întâlnite în problematica generării prin înfășurare, (de exemplu cazul profilurilor transversale ale melcilor pompelor elicoidale; melcii compresoarelor elicoidale; profiluri ale sculelor așchietoare) includ, adesea, segmente de arc de cerc. Astfel, precizia reprezentării unui arc de cerc prin această modalitate va depinde de gradul polinomului (vezi relațiile (2.2.2)), de poziția punctelor A și B în lungul arcului de cerc și de mărimea razei R a acestuia.

Determinarea erorii absolute de aproximare se face în lungul razei punctului curent al cercului. Ecuațiile parametrice ale cercului de rază R sunt:

$$\begin{aligned} x(t) &= R \cdot \cos(t); \\ y(t) &= R \cdot \sin(t), \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

cu t parametru variabil.

Se considera câteva cazuri pentru a ilustra cele de mai sus.

Primul caz este acela a unui arc de cerc care corespunde unui unghi la centru de 90° , definit prin 3 puncte (fig. 2.2.3).

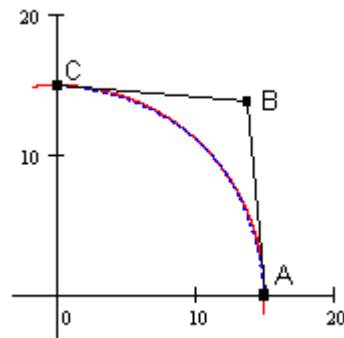


Fig. 2.2.3 Generarea arcului de cerc

Punctele ce definesc arcul de cerc au coordonatele: $A(R,0)$, $C(0, R)$ iar B se definește prin:

$$B_x = \frac{R \cdot \cos(\alpha) - 0,25 \cdot A_x - 0,25 \cdot C_x}{0,5};$$

$$B_y = \frac{R \cdot \sin(\alpha) - 0,25 \cdot A_y - 0,25 \cdot C_y}{0,5};$$
(2.2.6)

Aproximarea arcului se face formele polinomiale de gradul doi (2.2.2).

Pentru aflarea erorii de aproximare se determină dependența dintre unghiul la centru t , vezi (2.2.5) și parametrul λ .

O dreaptă radială a cercului are ecuația

$$y(x) = x \cdot \tan(t). \quad (2.2.7)$$

În punctul de intersecție dintre dreapta (2.2.7) și curba definită prin puncte există egalitatea

$$P_y(\lambda) = P_x(\lambda) \cdot \tan(t). \quad (2.2.8)$$

Din (2.2.8), rezulta dependența dintre t și λ

$$t(\lambda) = \arctan\left(\frac{\lambda^2 A_y + 2\lambda(1-\lambda)B_y + (1-\lambda)^2 C_y}{\lambda^2 A_x + 2\lambda(1-\lambda)B_x + (1-\lambda)^2 C_x}\right). \quad (2.2.9)$$

Eroarea de aproximare a arcului de cerc prin funcția polinomială va fi dată de

$$E(\lambda) = \sqrt{(x(t(\lambda)) - P_x(t(\lambda)))^2 + (y(t(\lambda)) - P_y(t(\lambda)))^2}. \quad (2.2.10)$$

Eroarea absolută are forma prezentată în figura 2.2.4, în funcție de mărimea parametrului λ

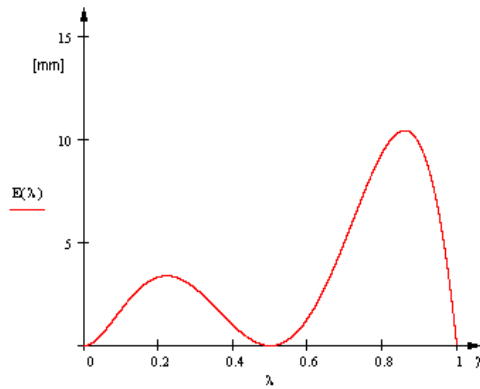


Fig. 2.2.4 Eroarea obținută în funcție de λ pentru o rază 1000 mm

Eroarea maxima, în acest caz, reprezintă aproximativ 1% din dimensiunea razei. Mărirea preciziei se realizează prin mărirea gradului polinomial. Astfel, după un raționament asemănător, pentru un polinom de gradul 4, se obține o eroare maximă de 0,013% (vezi fig. 2.2.5):

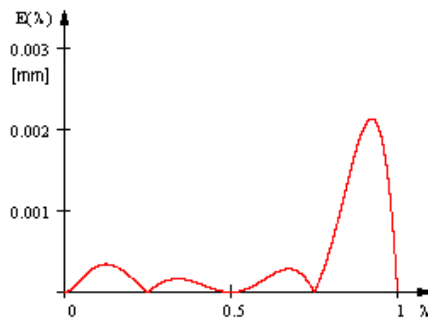


Fig. 2.2.5 Eroarea obținută în funcție de λ pentru 5 puncte, rază 15 mm

Eroarea devine și mai mică pentru gradul 5 al polinomului, de aproximativ 0,002% din raza cercului.

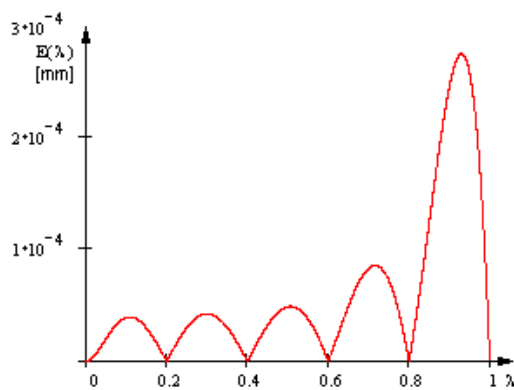


Fig. 2.2.6 Eroarea obținută în funcție de λ pentru 6 puncte rază 15 mm

ACTIVITATEA 2.3. MODELE DE APROXIMARE PRIN POLI A PROFILURILOR GENERATE PRIN ÎNFĂȘURARE PRIN METODA RULĂRII

În cele ce urmeaza, se prezintă algoritmi pentru determinarea erorii profilului aproximat pentru procese de generare cu scule asociate unui cuplu de centroide in rulare a unor forme de *profiluri elementare* ale semifabricatului de generat.

2.3.1. Generarea cu scula cremaliera

2.3.1.1. Profilul elementar rectiliniu

Se propune determinarea nivelului de eroare a profilului sculei cremaliera reciproc infasurator unui segment de dreapta apartinand unui profil compus asociat centroidei de raza Rrp , figura 2.3.1.

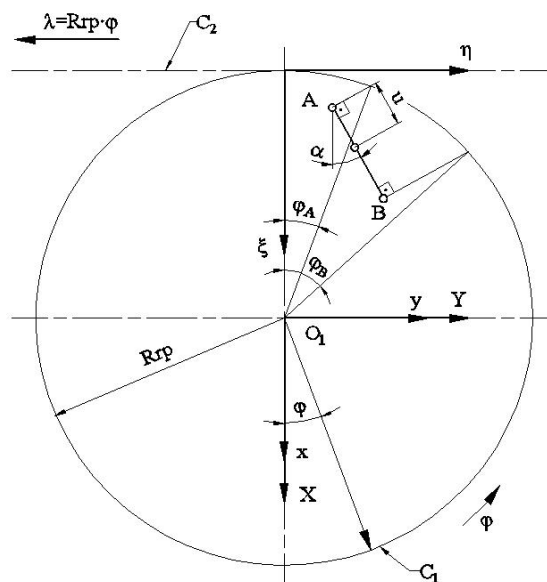


Fig. 2.3.1 - Profil rectiliniu (C_1, C_2 – centroide de rulare)

Sunt cunoscute sistemele de referinta:

XY este spatiul asociat semifabricatului;

$\xi\eta$ – sistemul asociat sculei – cremaliera;

xy – sistemul fix.

Sunt cunoscute coordonatele punctelor apartinand capetelor segmentului, in sistemul XY :

$A[X_A, Y_A]$; $B[X_B, Y_B]$ și

$$\tan(\alpha) = \frac{|Y_B - Y_A|}{|X_B - X_A|} \quad (2.3.1)$$

precum si reprezentarea analitica a acestuia

$$\Delta \begin{cases} X(u) = X_A + u \cdot \cos \alpha \\ Y(u) = Y_A + u \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad (2.3.2)$$

cu u parametru variabil; $u_{\min} = 0$ si $u_{\max} = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2}$.

In miscarea relativa a sistemelor de referinta mobile, XY si $\xi\eta$, miscare ce poate fi descrisa de transformarea

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_A + u \cdot \cos \alpha \\ Y_A + u \cdot \sin \alpha \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -Rrp \\ -Rrp \cdot \varphi \end{bmatrix}, \quad (2.3.3)$$

se genereaza familia de profiluri:

$$(\Delta)_\varphi \begin{cases} \xi = X(u) \cos \varphi - Y(u) \sin \varphi + Rrp; \\ \eta = X(u) \sin \varphi + Y(u) \cos \varphi + Rrp \cdot \varphi, \end{cases} \quad (2.3.4)$$

a carei infasuratoare reprezinta profilul sculei cremaliera generatoare, in miscarea de rulare a celor doua centroide.

Ecuatiile parametrice (2.3.4) permit determinarea coordonatelor punctelor de pe profilul sculei cremaliera, pentru diferite marimi ale parametrului u .

Pentru $u = 0$, rezulta coordonatele punctului de pe profilul cremalierii $[\xi_A, \eta_A]$:

$$\begin{aligned} \xi_A &= X_A \cos \varphi_A - Y_A \sin \varphi_A + Rrp; \\ \eta_A &= X_A \sin \varphi_A + Y_A \cos \varphi_A + Rrp \cdot \varphi_A. \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

cu φ_A - marimea parametrului φ corespunzator punctului A de pe profilul de generat.

Pentru $u = u_{\max}$, rezulta coordonatele punctului de pe cremaliera corespunzator punctului B

$$\begin{aligned} &[\xi_B, \eta_B]: \\ \xi_B &= X_B \cos \varphi_B - Y_B \sin \varphi_B + Rrp; \\ \eta_B &= X_B \sin \varphi_B + Y_B \cos \varphi_B + Rrp \cdot \varphi_B. \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

cu φ_B - marimea parametrului φ corespunzator punctului B de pe profilul de generat.

Se pot exprima marimile φ_A si φ_B in functie de coordonatele capetelor segmentului Δ , din conditia respectarii teoremei Willis pentru cele doua puncte, A si B, apartinand profilului de generat: normala la profil sa intereseceze centroida asociata acesteia. Astfel, cunoscand normala la profilul de generat, in principiu in forma,

$$[X - X(u)]X'_u + [Y - Y(u)]Y'_u = 0 \quad (2.3.7)$$

si ecuatiile centroidei circulare:

$$\begin{aligned} X &= Rrp \cdot \cos \varphi; \\ Y &= Rrp \cdot \sin \varphi, \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

ansamblul acestor ecuatii permit determinarea marimii unghiurilor corespunzatoare punctelor caracteristice ale segmentului AB:

$$\varphi_A = \arccos \left(\frac{X_A \cos \alpha + Y_A \sin \alpha}{Rrp} \right) + \alpha; \quad (2.3.9)$$

$$\varphi_B = \arccos\left(\frac{X_B \cos \alpha + Y_B \sin \alpha}{Rrp}\right) + \alpha. \quad (2.3.10)$$

In mod similar, se pot defini si corespondentele pentru orice alt punct de pe profilul de generat, fie C acest punct, pentru $u = 0.5 \cdot u_{\max}$:

$$\begin{cases} X_C = 0.5 \cdot X_A + 0.5 \cdot X_B; \\ Y_C = 0.5 \cdot Y_A + 0.5 \cdot Y_B, \end{cases} \quad (2.3.11)$$

precum si coordonatele punctului corespunzator aflat pe profilul cremalierii:

$$\begin{aligned} \xi_C &= X_C \cos \varphi_C - Y_C \sin \varphi_C + Rrp; \\ \eta_C &= X_C \sin \varphi_C + Y_C \cos \varphi_C + Rrp \cdot \varphi_C \end{aligned} \quad (2.3.12)$$

De asemenea, se defineste marimea unghiului

$$\varphi_C = \arccos\left(\frac{X_C \cos \alpha + Y_C \sin \alpha}{Rrp}\right) + \alpha. \quad (2.3.13)$$

Ansamblul celor *trei puncte* apartinand profilului sculei-cremaliera determina profilul, in totalitatea sa, exprimat in forma:

	Profilul piesei			Profilul sculei	
	X	Y		ξ	η
$u = 0$	X_A	Y_A	(7),(8),(9)	$\lambda = 0$	ξ_A, η_A
$u = \frac{1}{2} \cdot u_{\max}$	X_C	Y_C	enveloping condition	$\lambda = \frac{1}{2}$	ξ_C, η_C
$u = u_{\max}$	X_B	Y_B		$\lambda = 1$	ξ_B, η_B

(2.3.14)

In forma (14), marimile $A_\xi, A_\eta, B_\xi, B_\eta, C_\xi, C_\eta$ reprezinta coeficientii polinomului de aproximare a profilului sculei cremaliera:

$$\begin{aligned} \xi &= \lambda^2 \cdot A_\xi + 2\lambda(1-\lambda) \cdot B_\xi + (1-\lambda)^2 \cdot C_\xi; \\ \eta &= \lambda^2 \cdot A_\eta + 2\lambda(1-\lambda) \cdot B_\eta + (1-\lambda)^2 \cdot C_\eta, \end{aligned} \quad (2.3.15)$$

care conduce la formele coeficientilor, vezi tabelul 2.3.1.

Tabelul 2.3.1-Polinomul de aproximare de gradul 2

u	Profilul primar	Conditia de infasurare
0	X_A, Y_A	$\varphi_A = \arccos\left[\frac{X_A \cos \alpha + Y_A \sin \alpha}{Rrp}\right] + \alpha$
$0.5 u_{\max}$	$X_C = 0.5 \cdot X_A + 0.5 \cdot X_B$ $Y_C = 0.5 \cdot Y_A + 0.5 \cdot Y_B$	$\varphi_C = \arccos\left[\frac{X_C \cos \alpha + Y_C \sin \alpha}{Rrp}\right] + \alpha$
u_{\max}	X_B, Y_B	$\varphi_B = \arccos\left[\frac{X_B \cos \alpha + Y_B \sin \alpha}{Rrp}\right] + \alpha$
λ	Puncte pe profilul cremalierii	Coeficientii polinomului de aproximare

1	$\xi_A = X_A \cos \varphi_A - Y_A \sin \varphi_A + Rrp$ $\eta_A = X_A \sin \varphi_A + Y_A \sin \varphi_A + Rrp \cdot \varphi_A$	$A_\xi = \xi_A$ $A_\eta = \eta_A$
0.5	$\xi_C = X_C \cos \varphi_C - Y_C \sin \varphi_C + Rrp$ $\eta_C = X_C \sin \varphi_C + Y_C \sin \varphi_C + Rrp \cdot \varphi_C$	$B_\xi = \frac{\xi_C - 0.25 \cdot \xi_A - 0.25 \cdot \xi_B}{0.5}$ $B_\eta = \frac{\eta_C - 0.25 \cdot \eta_A - 0.25 \cdot \eta_B}{0.5}$
0	$\xi_B = X_B \cos \varphi_B - Y_B \sin \varphi_B + Rrp$ $\eta_B = X_B \sin \varphi_B + Y_B \sin \varphi_B + Rrp \cdot \varphi_B$	$C_\xi = \xi_B$ $C_\eta = \eta_B$

In mod similar, daca se considera pentru profilul sculei cremaliera un polinom de aproximare de gradul 3 in forma:

$$\xi = \lambda^3 \cdot A_\xi + 3\lambda^2(1-\lambda) \cdot B_\xi + 3\lambda(1-\lambda)^2 \cdot C_\xi + (1-\lambda)^3 \cdot D_\xi; \quad (2.3.16)$$

$$\eta = \lambda^3 \cdot A_\eta + 3\lambda^2(1-\lambda) \cdot B_\eta + 3\lambda(1-\lambda)^2 \cdot C_\eta + (1-\lambda)^3 \cdot D_\eta,$$

identificarea coeficientilor $A_\xi, A_\eta, B_\xi, B_\eta, C_\xi, C_\eta, D_\xi, D_\eta$ presupune a cunoaste pe profilul primar, de generat, a cel putin 4 puncte, vezi tabelul 2.3.2. Evident, cu exceptia punctelor de capat: A si B, pentru punctele C si D de pe profilul de generat se pot realiza si alte combinatii ale marimilor acceptate pentru parametrul λ .

Tabelul 2.3.2- Polinom de gradul 3

u	Profilul primar	Conditia de infasurare
0	X_A, Y_A	$\varphi_A = \arccos \left[\frac{X_A \cos \alpha + Y_A \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
$1/3 u_{\max}$	$X_B = X_A + \frac{1}{3}[X_D - X_A]$ $Y_B = Y_A + \frac{1}{3}[Y_D - Y_A]$	$\varphi_B = \arccos \left[\frac{X_B \cos \alpha + Y_B \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
$2/3 u_{\max}$	$X_C = X_A + \frac{2}{3}[X_D - X_A]$ $Y_C = Y_A + \frac{2}{3}[Y_D - Y_A]$	$\varphi_C = \arccos \left[\frac{X_C \cos \alpha + Y_C \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
u_{\max}	X_D, Y_D	$\varphi_D = \arccos \left[\frac{X_D \cos \alpha + Y_D \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
λ	Puncte pe profilul cremalierii	Coeficientii polinomului de aproximare
0	$\xi_A = X_A \cos \varphi_A - Y_A \sin \varphi_A + Rrp$ $\eta_A = X_A \sin \varphi_A + Y_A \sin \varphi_A + Rrp \cdot \varphi_A$	$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
$1/3$	$\xi_C = X_C \cos \varphi_C - Y_C \sin \varphi_C + Rrp$ $\eta_C = X_C \sin \varphi_C + Y_C \sin \varphi_C + Rrp \cdot \varphi_C$	$B_\xi = \frac{18 \cdot \xi_C - 9 \cdot \xi_D + 2 \cdot \xi_A - 5 \cdot \xi_D}{6}$ $B_\eta = \frac{18 \cdot \eta_C - 9 \cdot \eta_D + 2 \cdot \eta_A - 5 \cdot \eta_D}{6}$

2/3	$\xi_D = X_D \cos \varphi_D - Y_D \sin \varphi_D + Rrp$ $\eta_D = X_D \sin \varphi_D + Y_D \cos \varphi_D + Rrp \cdot \varphi_D$	$C_\xi = \frac{-5 \cdot \xi_A + 2 \cdot \xi_D + 18 \cdot \xi_B - 9 \cdot \xi_C}{6}$ $C_\eta = \frac{-5 \cdot \eta_A + 2 \cdot \eta_D + 18 \cdot \eta_B - 9 \cdot \eta_C}{6}$
1	$\xi_B = X_B \cos \varphi_B - Y_B \sin \varphi_B + Rrp$ $\eta_B = X_B \sin \varphi_B + Y_B \cos \varphi_B + Rrp \cdot \varphi_B$	$A_\xi = \xi_D$ $A_\eta = \eta_D$

Mărimea erorii de profilare

Se urmareste a se determina marimea erorii de profilare a sculei cremaliera prin metoda de aproximare propusa, in comparatie cu profilul determinat printr-o metoda analitica acceptata ca riguroasa.

In acest sens, familiei de profiluri (2.3.4) i se asociaza conditia de infasurare:

$$\frac{\xi'_u}{\xi'_\varphi} = \frac{\eta'_u}{\eta'_\varphi}, \quad (2.3.17)$$

in care, $\xi'_u, \xi'_\varphi, \eta'_u, \eta'_\varphi$ sunt derivatele partiale ale ecuatiilor familiei de profiluri (2.3.4), in functie de parametrii variabili.

Astfel, se definesc:

$$\begin{aligned} \xi'_u &= \cos \alpha \cdot \cos \varphi - \sin \alpha \cdot \sin \varphi = \cos(\alpha + \varphi); \\ \eta'_u &= \cos \alpha \cdot \sin \varphi - \sin \alpha \cdot \cos \varphi = \sin(\alpha + \varphi); \\ \xi'_\varphi &= -[X_A + u \cdot \cos \alpha] \cdot \sin \varphi - [Y_A + u \cdot \sin \alpha] \cdot \cos \varphi; \\ \eta'_\varphi &= +[X_A + u \cdot \cos \alpha] \cdot \cos \varphi - [Y_A + u \cdot \sin \alpha] \cdot \sin \varphi + Rrp; \end{aligned} \quad (2.3.18)$$

care, impreuna cu ecuatiile familiei (2.3.4) si conditia (2.3.17), definesc, in sistemul $\xi\eta$, profilul sculei-cremaliera reciproc infasuratoare profilului de generat (2.3.2).

Pentru limitele de variatie ale parametrului u intre:

$$u_{\min} = 0 ; u_{\max} = \sqrt{[X_B - X_A]^2 + [Y_B - Y_A]^2}, \quad (2.3.19)$$

principal, profilul sculei-cremaliera se exprima prin matricea coordonatelor

$$S = \begin{pmatrix} \xi_1 \eta_1 \\ \xi_2 \eta_2 \\ \vdots \\ \xi_i \eta_i \\ \xi_{i+1} \eta_{i+1} \\ \vdots \\ \xi_n \eta_n \end{pmatrix}. \quad (2.3.20)$$

Se urmareste a se stabili eroarea maxima a profilului aproximat prin reprezentarea prin poli in raport cu profilul dat (2.3.20) (vezi figura 2.3.2).

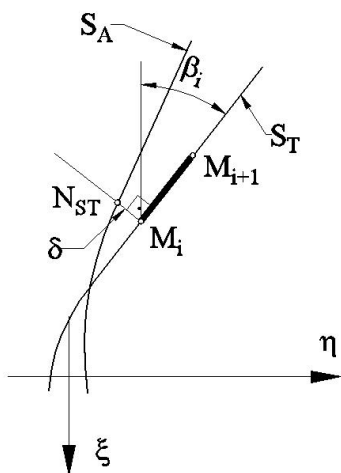


Fig. 2.3.2- Pozitia relativa a profilurilor: teoretic – S_T , aproximat – S_A .

Astfel, pentru doua puncte succesive de pe profilul teoretic, fie $M_i[\xi_i, \eta_i]$ si $M_{i+1}[\xi_{i+1}, \eta_{i+1}]$, acestea se liniarizeaza prin segmentul $\overline{M_i M_{i+1}}$ in forma:

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_i - t \cdot \cos \beta_i \\ \eta &= \eta_i + t \cdot \sin \beta_i \end{aligned} \quad (2.3.21)$$

cu

$$\tan \beta = \left| \frac{\eta_{i+1} - \eta_i}{\xi_{i+1} - \xi_i} \right| \quad (2.3.22)$$

si t – parametru variabil.

Normala la segmentul $[M_i, M_{i+1}]$ are ecuatia:

$$\overrightarrow{N_{ST}} : -[\xi - \xi_i] \cos \beta_i + [\eta - \eta_i] \sin \beta_i = 0. \quad (2.3.23)$$

Distanta masurata pe directia normalei (2.3.23) la profilul aproximat (2.3.15) respectiv (2.3.16), vezi si tabelele 2.3.1 si 2.3.2, determina marimea erorii in punctul i al profilului teoretic.

Astfel, daca se noteaza cu ξ_{A_i}, η_{A_i} coordonatele punctului de intersectie intre normala $\overrightarrow{N_{ST}}$ (2.3.23) si curba de aproximare, atunci, marimea erorii in punctul M_i se defineste ca fiind

$$\delta = \sqrt{[\xi_{A_i} - \xi_i]^2 + [\eta_{A_i} - \eta_i]^2}. \quad (2.3.24)$$

Evident, este de asteptat ca, odata cu marirea gradului polinomului Bezier de aproximare, eroarea δ (2.3.24) sa se micsoareze. Exemplele numerice ilustreaza aceasta supozitie, mai mult, polinoame de aproximare de ordin doi sau trei, conduc la erori care, pentru cele mai multe dintre profilurile tehnice, sunt acceptabile.

2.3.1.2. Profilul elementar arc de cerc

Se examineaza, in cele ce urmeaza, aplicarea metodologiei de aproximare a profilurilor sculei cremalierii reciproc infasuratoare unor arce de cerc, figura 2.3.3.

$$\varphi = \arcsin \left[\frac{X(\theta) \sin \theta + Y(\theta) \cos \theta}{Rrp} \right] - \theta, \quad (2.3.30)$$

conditie ce reprezinta, de fapt, conditia de infasurare specifica, vezi tabelul 2.3.4, pentru un polinom de aproximare de gradul 2 al profilului cremalierii si, similar, in tabelul 2.3.5, pentru un polinom de gradul 3.

Tabelul 2.3.4 - Polinomul de aproximare de grad 2

θ	Profilul primar	Conditia de infasurare
θ_A	$X_A = X_{O_C} + r \cdot \cos \theta_A$ $Y_A = Y_{O_C} - r \cdot \sin \theta_A$	$\varphi_A = \arcsin \left[\frac{X_A \sin \theta_A + Y_A \cos \theta_A}{Rrp} \right] - \theta_A$
θ_C	$\theta_C = \theta_A + \frac{\theta_B - \theta_A}{2}$ $X_A = X_{O_C} + r \cdot \cos \theta_C$ $Y_A = Y_{O_C} - r \cdot \sin \theta_C$	$\varphi_C = \arcsin \left[\frac{X_C \sin \theta_C + Y_C \cos \theta_C}{Rrp} \right] - \theta_C$
θ_B	$X_B = X_{O_C} + r \cdot \cos \theta_B$ $Y_B = Y_{O_C} - r \cdot \sin \theta_B$	$\varphi_B = \arcsin \left[\frac{X_B \sin \theta_B + Y_B \cos \theta_B}{Rrp} \right] - \theta_B$
λ	Puncte pe profilul cremalierii	Coefficientii polinomului de aproximare
1	$\xi_A = X_A \cos \varphi_A - Y_A \sin \varphi_A + Rrp$ $\eta_A = X_A \sin \varphi_A + Y_A \cos \varphi_A + Rrp \cdot \varphi_A$	$A_\xi = \xi_A$ $A_\eta = \eta_A$
0.5	$\xi_C = X_C \cos \varphi_C - Y_C \sin \varphi_C + Rrp$ $\eta_C = X_C \sin \varphi_C + Y_C \cos \varphi_C + Rrp \cdot \varphi_C$	$B_\xi = \frac{\xi_C - 0.25 \cdot \xi_A - 0.25 \cdot \xi_B}{0.5}$ $B_\eta = \frac{\eta_C - 0.25 \cdot \eta_A - 0.25 \cdot \eta_B}{0.5}$
0	$\xi_B = X_B \cos \varphi_B - Y_B \sin \varphi_B + Rrp$ $\eta_B = X_B \sin \varphi_B + Y_B \cos \varphi_B + Rrp \cdot \varphi_B$	$C_\xi = \xi_B$ $C_\eta = \eta_B$

Tabelul 2.3.5- Polinomul de aproximare de gradul 3

θ	Profilul primar	Conditia de infasurare
θ_A	$X_A = X_{O_C} + r \cdot \cos \theta_A$ $Y_A = Y_{O_C} - r \cdot \sin \theta_A$	$\varphi_A = \arcsin \left[\frac{X_A \sin \theta_A + Y_A \cos \theta_A}{Rrp} \right] - \theta_A$
θ_C	$\theta_C = \theta_A + \frac{\theta_B - \theta_A}{3}$ $X_C = X_{O_C} + r \cdot \cos \theta_C$ $Y_C = Y_{O_C} - r \cdot \sin \theta_C$	$\varphi_B = \arcsin \left[\frac{X_B \sin \theta_B + Y_B \cos \theta_B}{Rrp} \right] - \theta_B$
θ_D	$\theta_D = \theta_A + 2 \frac{\theta_B - \theta_A}{3}$ $X_D = X_{O_C} + r \cdot \cos \theta_D$ $Y_D = Y_{O_C} - r \cdot \sin \theta_D$	$\varphi_C = \arcsin \left[\frac{X_C \sin \theta_C + Y_C \cos \theta_C}{Rrp} \right] - \theta_C$
θ_B	$X_B = X_{O_C} + r \cdot \cos \theta_B$ $Y_B = Y_{O_C} - r \cdot \sin \theta_B$	$\varphi_D = \arcsin \left[\frac{X_D \sin \theta_D + Y_D \cos \theta_D}{Rrp} \right] - \theta_D$

λ	Puncte pe profilul cremalierei	Coeficientii polinomului de aproximare
0	$\xi_A = X_A \cos \varphi_A - Y_A \sin \varphi_A + Rrp$ $\eta_A = X_A \sin \varphi_A + Y_A \cos \varphi_A + Rrp \cdot \varphi_A$	$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
1/3	$\xi_B = X_B \cos \varphi_B - Y_B \sin \varphi_B + Rrp$ $\eta_B = X_B \sin \varphi_B + Y_B \cos \varphi_B + Rrp \cdot \varphi_B$	$B_\xi = \frac{18 \cdot \xi_C - 9 \cdot \xi_B + 2 \cdot \xi_A - 5 \cdot \xi_D}{6}$ $B_\eta = \frac{18 \cdot \eta_C - 9 \cdot \eta_B + 2 \cdot \eta_A - 5 \cdot \eta_D}{6}$
2/3	$\xi_C = X_C \cos \varphi_C - Y_C \sin \varphi_C + Rrp$ $\eta_C = X_C \sin \varphi_C + Y_C \cos \varphi_C + Rrp \cdot \varphi_C$	$C_\xi = \frac{-5 \cdot \xi_A + 2 \cdot \xi_D + 18 \cdot \xi_B - 9 \cdot \xi_C}{6}$ $C_\eta = \frac{-5 \cdot \eta_A + 2 \cdot \eta_D + 18 \cdot \eta_B - 9 \cdot \eta_C}{6}$
1	$\xi_D = X_D \cos \varphi_D - Y_D \sin \varphi_D + Rrp$ $\eta_D = X_D \sin \varphi_D + Y_D \cos \varphi_D + Rrp \cdot \varphi_D$	$A_\xi = \xi_D$ $A_\eta = \eta_D$

2.3.1.3. Profilul elementar arc de evolventa

In aceleasi sisteme de referinta ca cele prezentate anterior (vezi fig. 2.3.3), se definesc ecuatiile parametriche ale evolventei cercului de raza R_b :

$$E \begin{cases} X(\theta) = -R_b \cdot \cos \theta - R_b \cdot \theta \cdot \sin \theta; \\ Y(\theta) = R_b \cdot \sin \theta - R_b \cdot \theta \cdot \cos \theta. \end{cases} \quad (2.3.31)$$

Limitele de variatie ale parametrului θ se stabilesc in functie de razele, interioara (R_i) si exterioara (R_e), intre care se extinde profilul,

$$\theta_A = \frac{\sqrt{R_i^2 - R_b^2}}{R_b} \quad \text{si} \quad \theta_B = \frac{\sqrt{R_e^2 - R_b^2}}{R_b}. \quad (2.3.32)$$

Din conditia de intersectie a normalei la evolventa,

$$\vec{N}_E : [X - X(\theta)](-\cos \theta) + [Y - Y(\theta)] \sin \theta = 0, \quad (2.3.33)$$

cu cercul de rulare:

$$C_1 \begin{cases} X = -Rrp \cdot \cos \varphi; \\ Y = Rrp \cdot \sin \varphi, \end{cases} \quad (2.3.34)$$

cu φ parametru variabil, rezulta conditia

$$\varphi = \arccos \left[\frac{R_b}{Rrp} \right] + \theta, \quad (2.3.35)$$

reprezentand conditia de infasurare. Pentru un polinom de substituire de gradul 3, se definesc marimile pentru definirea coordonatelor polilor curbei de substituire in tabelul 2.3.6.

Tabelul 2.3.6. Arc de evolventa – Polinom de aproximare de gradul 3

θ	Profilul primar	Conditia de infasurare
θ_A	$X_A = -R_b \cdot \cos \theta_A - R_b \cdot \theta_A \cdot \sin \theta_A$ $Y_A = R_b \cdot \sin \theta_A - R_b \cdot \theta_A \cdot \cos \theta_A$	$\varphi_A = \arccos \left[\frac{R_b}{Rrp} \right] + \theta_A$

θ_B	$\theta_B = \theta_A + \frac{\theta_D - \theta_A}{3}$ $X_B = -R_b \cdot \cos \theta_B - R_b \cdot \theta_B \cdot \sin \theta_B$ $Y_B = R_b \cdot \sin \theta_B - R_b \cdot \theta_B \cdot \cos \theta_B$	$\varphi_B = \arccos \left[\frac{R_b}{Rrp} \right] + \theta_B$
θ_C	$\theta_C = \theta_A + 2 \frac{\theta_D - \theta_A}{3}$ $X_C = -R_b \cdot \cos \theta_C - R_b \cdot \theta_C \cdot \sin \theta_C$ $Y_C = R_b \cdot \sin \theta_C - R_b \cdot \theta_C \cdot \cos \theta_C$	$\varphi_C = \arccos \left[\frac{R_b}{Rrp} \right] + \theta_C$
θ_D	$X_D = X_{O_C} + r \cdot \cos \theta_D$ $Y_D = Y_{O_C} - r \cdot \sin \theta_D$	$\varphi_D = \arccos \left[\frac{R_b}{Rrp} \right] + \theta_D$

Modul de calcul al punctelor apartinand profilului infasurator aproximativ —profilul cremalierii— este identic cu cel prezentat in tabelul 2.3.5, pentru aceleasi marimi ale parametrului λ .

2.3.1.4. Profil elementar arc de (epi)cicloida

Epicycloida descrisa de un punct M , de pe ruleta de raza r , ce se rostogoleste fara alunecare pe baza de raza R are ecuatiile:

$$\Sigma \begin{cases} X = r \cdot \cos(\theta + \psi) - (R + r) \cos \psi; \\ Y = -r \cdot \sin(\theta + \psi) + (R + r) \sin \psi, \end{cases} \quad (2.3.36)$$

cu

$$\theta = \frac{R}{r} \psi, \quad (2.3.37)$$

in care ψ este parametrul unghiular variabil.

Din conditia ca normala la epicycloida Σ sa intersecteze cercul de raza $Rrp \equiv R$ (se accepta ca cercul de rulare este identic cu cercul bazei)

$$\vec{N}_\Sigma : [X - X(\psi)]X'_\psi + [Y - Y(\psi)]Y'_\psi = 0, \quad (2.3.38)$$

$$C_1 \begin{cases} X = Rrp \cdot \cos \varphi; \\ Y = Rrp \cdot \sin \varphi, \end{cases} \quad (2.3.39)$$

rezulta conditia $\varphi = \psi$.

Pentru punctele pe epicycloida A si B, rezulta elementele de calcul ale polinomului de aproximare a infasuratoarei, vezi tabelul 2.3.7.

Tabelul 2.3.7.

θ	Profilul primar	Conditia de infasurare
θ_A	$X_A = r \cdot \cos(\theta_A + \psi_A) - (R + r) \cdot \cos \psi_A$ $Y_A = -r \cdot \sin(\theta_A + \psi_A) + (R + r) \cdot \sin \psi_A$ $\theta_A = \frac{R}{r} \psi_A$	$\varphi_A = \psi_A$

θ_B	$X_B = r \cdot \cos(\theta_B + \psi_B) - (R+r) \cdot \cos \psi_B$ $Y_B = -r \cdot \sin(\theta_B + \psi_B) + (R+r) \cdot \sin \psi_B$ $\theta_B = \frac{R}{r} \psi_B$ $\psi_B = \psi_A + \frac{ \psi_D - \psi_A }{3}$	$\varphi_C = \psi_C$
θ_C	$X_C = r \cdot \cos(\theta_C + \psi_C) - (R+r) \cdot \cos \psi_C$ $Y_C = -r \cdot \sin(\theta_C + \psi_C) + (R+r) \cdot \sin \psi_C$ $\theta_C = \frac{R}{r} \psi_C$ $\psi_C = \psi_A + 2 \frac{ \psi_D - \psi_A }{3}$	$\varphi_D = \psi_D$
θ_D	$X_D = r \cdot \cos(\theta_D + \psi_D) - (R+r) \cdot \cos \psi_D$ $Y_D = -r \cdot \sin(\theta_D + \psi_D) + (R+r) \cdot \sin \psi_D$ $\theta_D = \frac{R}{r} \psi_D$	$\varphi_B = \psi_B$

2.3.1.5. Aplicații numerice

- **Profil elementar rectiliniu**

Se consideră segmentul AB determinat de punctele: $A[-100,0], B[-80,20]$ și o raza de rulare $Rrp = 100$. Eroarea maximă profilului sculei cremaliera obținută, prin aproximarea cu un polinom de gradul 2, a celor trei puncte caracteristice, este: $err_{MAX} = 0.021120$.

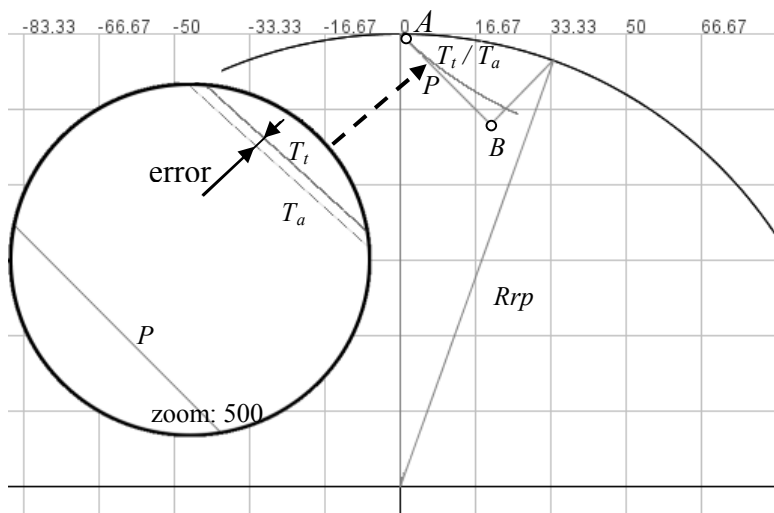


Fig. 2.3.4 – Profil liniar, (P) – Profilul piesei, (Tt) – Profilul teoretic al sculei, (Ta) – Profilul aproximat al sculei

Tabelul 2.3.8 Rezultate comparative profil aproximat/teoretic; polinomul de gradul 2.

λ	Profilul aproximat al sculei		Profilul teoretic al sculei		Eroare [mm]	φ
	ξ [mm]	η [mm]	ξ [mm]	η [mm]		
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.9916	1.0091	0.9996	1.0197	0.0133	0.0198
	1.9904	2.0656	1.9970	2.0779	0.0140	0.0392
	2.9956	3.1712	2.9901	3.1731	0.0058	0.0583
	3.9866	4.3045	3.9771	4.3039	0.0095	0.0771
	4.9636	5.4655	4.9564	5.4689	0.0079	0.0956
	5.9264	6.6543	5.9266	6.6669	0.0126	0.1138
	6.8940	7.8955	6.8862	7.8968	0.0079	0.1317
	7.8468	9.1655	7.8341	9.1573	0.0151	0.1494
	8.7667	10.4386	8.7692	10.4473	0.0090	0.1669
0.5	9.6905	11.7658	9.6905	11.7658	0.0000	0.1841
	10.5995	13.1218	10.5970	13.1117	0.0104	0.2012
	11.4765	14.4793	11.4878	14.4841	0.0123	0.2180
	12.3565	15.8925	12.3622	15.8820	0.0120	0.2347
	13.2049	17.3061	13.2195	17.3044	0.0147	0.2512
	14.0392	18.7473	14.0590	18.7505	0.0200	0.2676
	14.8594	20.2164	14.8800	20.2194	0.0208	0.2838
	15.6655	21.7131	15.6820	21.7102	0.0167	0.2999
	16.4575	23.2376	16.4645	23.2222	0.0170	0.3158
	17.2199	24.7586	17.2269	24.7544	0.0081	0.3316
1.0	17.9688	26.3062	17.9688	26.3062	0.0000	0.3472

- **Profil elementar arc de cerc**

Se consideră arcul de cerc AB aparținând cercului de rază $r = 20$ mm și cu centrul $O_C[-100,20]$, unde: $A[-100,0]$, $B[-80,20]$. Raza de rulare este $Rrp = 100$ mm. Eroarea maximă obținută prin aproximarea profilului cremalierii cu un polinom de gradul 2, pentru cele trei puncte caracteristice, este: $err_{MAX} = 0.027389$ mm.

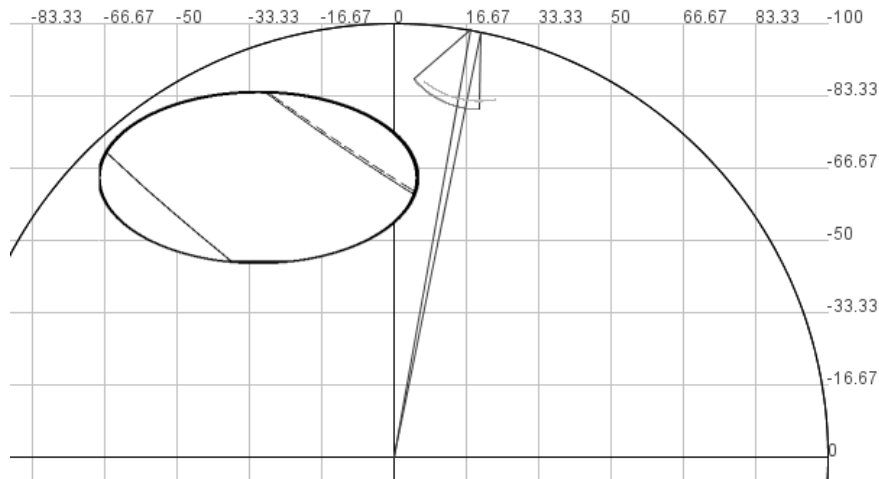


Fig. 2.3.5 – Profil arc de cerc

Tabelul 2.3.9 Rezultate comparative: profil aproximat/teoretic; polinom de gradul 2.

λ	Profilul aproximat al sculei		Profilul teoretic al sculei		Eroare [mm]	φ
	ξ [mm]	η [mm]	ξ [mm]	η [mm]		
0.0	13.5372	7.1565	13.5372	7.1565	0.0000	0.1810
	14.0700	7.8659	14.0867	7.8634	0.0169	0.1832
	14.5790	8.5984	14.6004	8.5885	0.0236	0.1851
	15.0433	9.3240	15.0619	9.3044	0.0270	0.1848
	15.4825	10.0730	15.5047	10.0616	0.0250	0.1860
	15.9099	10.8771	15.9257	10.8614	0.0223	0.1887
	16.2835	11.6591	16.2959	11.6478	0.0168	0.1895
	16.6203	12.4498	16.6304	12.4468	0.0105	0.1900
	16.9260	13.2653	16.9293	13.2575	0.0085	0.1905
	17.1984	14.1061	17.2013	14.1085	0.0038	0.1926
0.5	17.4269	14.9399	17.4269	14.9399	0.0000	0.1929
	17.6172	15.7827	17.6166	15.7800	0.0028	0.1932
	17.7719	16.6514	17.7747	16.6576	0.0068	0.1951
	17.8851	17.5126	17.8900	17.5123	0.0049	0.1955
	17.9589	18.3657	17.9684	18.3727	0.0118	0.1959
	17.9964	19.2448	18.0097	19.2378	0.0150	0.1965
	17.9965	20.0979	18.0134	20.1067	0.0191	0.1972
	17.9601	20.9771	17.9790	20.9780	0.0189	0.1981
	17.8889	21.8472	17.9061	21.8506	0.0175	0.1992
	17.7823	22.7256	17.7944	22.7231	0.0123	0.2005
1.0	17.6438	23.5943	17.6438	23.5943	0.0000	0.2020

- **Profil elementar arc de evolventa**

Se consideră arcul de evolventa AB cu $R_i = 80$ mm, $R_b = 90$ mm și $R_e = 110$ mm, unde: $A[-90,0]$. Raza de rulare este $R_{rp} = 100$ mm. Eroarea maximă

obținută în acest caz prin aproximarea cu un polinom de gradul 3 este:
 $err_{MAX} = 0.016425$ mm.

Tabelul 2.3.10 Rezultate comparative: Profilul aproximativ/teoretic; polinom de gradul 3.

λ	Profilul aproximativ al sculei		Profilul teoretic al sculei		Eroare [mm]	φ
	ξ [mm]	η [mm]	ξ [mm]	η [mm]		
0.0	11.0719	-1.6001	11.0719	-1.6001	0.0000	-0.1545
	9.7453	-0.5391	9.7474	-0.5421	0.0036	-0.1271
	8.4906	0.4666	8.4806	0.4728	0.0118	-0.1007
	7.2790	1.4398	7.2715	1.4440	0.0086	-0.0759
	6.1084	2.3820	6.1068	2.3819	0.0016	-0.0519
	4.9768	3.2949	4.9830	3.2890	0.0086	-0.0287
	3.9035	4.1626	3.8980	4.1667	0.0069	-0.0065
0.333	3.1995	4.7326	3.1995	4.7326	0.0000	0.0079
	2.8426	5.0220	2.8456	5.0197	0.0038	0.0151
	1.8143	5.8568	1.8235	5.8499	0.0115	0.0360
	0.8360	6.6526	0.8291	6.6591	0.0095	0.0564
	-0.1341	7.4435	-0.1397	7.4489	0.0078	0.0762
	-1.0781	8.2144	-1.0850	8.2209	0.0094	0.0955
	-2.0162	8.9820	-2.0085	8.9762	0.0096	0.1143
	-2.9138	9.7177	-2.9117	9.7161	0.0026	0.1328
0.666	-3.1967	9.9498	-3.1967	9.9498	0.0000	0.1385
	-3.7916	10.4383	-3.7960	10.4417	0.0056	0.1507
	-4.6688	11.1595	-4.6630	11.1540	0.0080	0.1683
	-5.5132	11.8546	-5.5140	11.8542	0.0010	0.1854
	-6.3443	12.5395	-6.3467	12.5400	0.0024	0.2026
	-7.1642	13.2157	-7.1687	13.2181	0.0050	0.2189
	-7.9751	13.8849	-7.9726	13.8819	0.0039	0.2355
1.0	-8.7631	14.5354	-8.7631	14.5354	0.0000	0.2517

Exemple numerice

Pe baza algoritmului de mai sus, se prezintă un exemplu numeric pentru un profil circular, vezi figura 2.3.5, pentru scula cremalieră, reciproc înfășurătoare cu un arc de cerc definit între punctele $A[-87.02; 4.8]$ și $B[-80; 20]$, cu caracteristicile: $r = 20$ mm; coordonatele centrului $O_C[-100, 20]$, profil asociat cu centroidă circulară de rază $R_{\gamma p} = 100$ mm.

În tabelul 2.3.11 și în tabelul 2.3.12, sunt prezentate forma profilului și coordonatele pentru aproximarea polinomială de gradul 2 și, respectiv, 3, în raport cu profilul calculat printr-una din metodele fundamentale.

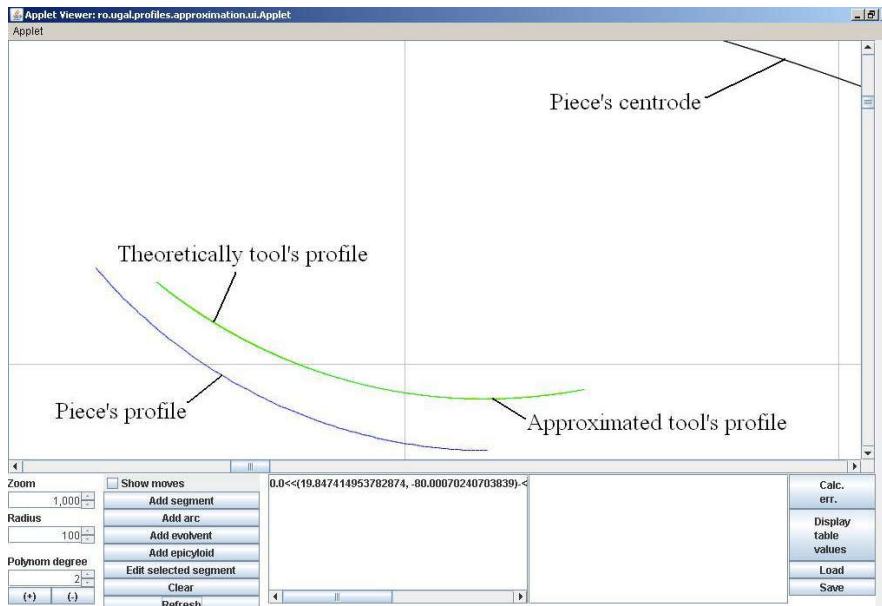


Fig. 2.3.6– Profilul aproximat și teoretic al sculei cremalieră(applet java)

Tabelul 2.3.11.Aproximare cu polinom de gradul 2

λ	Approximated tool profile		Theoretical tool profile		Error [mm]	φ [rad]
	ξ [mm]	η [mm]	ξ [mm]	η [mm]		
0.0	13.5372	7.1565	13.5372	7.1565	0.0000	0.1810
	14.0700	7.8659	14.0867	7.8634	0.0169	0.1832
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	17.1984	14.1061	17.2013	14.1085	0.0038	0.1926
0.5	17.4269	14.9399	17.4269	14.9399	0.0000	0.1929
	17.6172	15.7827	17.6166	15.7800	0.0028	0.1932
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	17.7823	22.7256	17.7944	22.7231	0.0123	0.2005
1.0	17.6438	23.5943	17.6438	23.5943	0.0000	0.2020

Tabelul 2.3.12Aproximare cu polinom de gradul 3

λ	Approximated tool profile		Theoretical tool profile		Error [mm]	φ [rad]
	ξ [mm]	η [mm]	ξ [mm]	η [mm]		
0.0	13.5372	7.1565	13.5372	7.1565	0.0000	0.1810
	14.0846	7.8609	14.0867	7.8634	0.0033	0.1832
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	16.2983	11.6531	16.2959	11.6478	0.0059	0.1895
0.333	16.5243	12.1824	16.5243	12.1824	0.0000	0.1904
	16.6283	12.4410	16.6304	12.4468	0.0062	0.1900
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	17.8906	17.5162	17.8900	17.5123	0.0040	0.1955
0.666	17.9181	17.7753	17.9181	17.7753	0.0000	0.1950
	17.9679	18.3641	17.9684	18.3727	0.0086	0.1959

	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	17.7943	22.7240	17.7944	22.7231	0.0009	0.2005
1.0	17.6438	23.5943	17.6438	23.5943	0.0000	0.2020

În continuare este prezentat un alt exemplu numeric pentru profil circular, pentru cremaliera reciproc înfășurătoare cu un arc de cerc definit între punctele $A[-95;-10]$ și $B[-105;5]$, cu caracteristicile: $r = 15$ mm; profilul asociat având o centroidă circulară cu raza $R_{rp} = 100$ mm.

În tabele 2.3.13 și 2.3.14 și figura 2.3.7, sunt prezentate forma profilului și coordonatele pentru aproximarea polinomială de gradul 3 și 4, comparat cu profilul calculat printr-o metodă fundamentală.

Evident, eroarea maximă a profilului, pentru acest caz, pentru ambele polinoame folosite este suficient de mică pentru a fi acceptabilă.

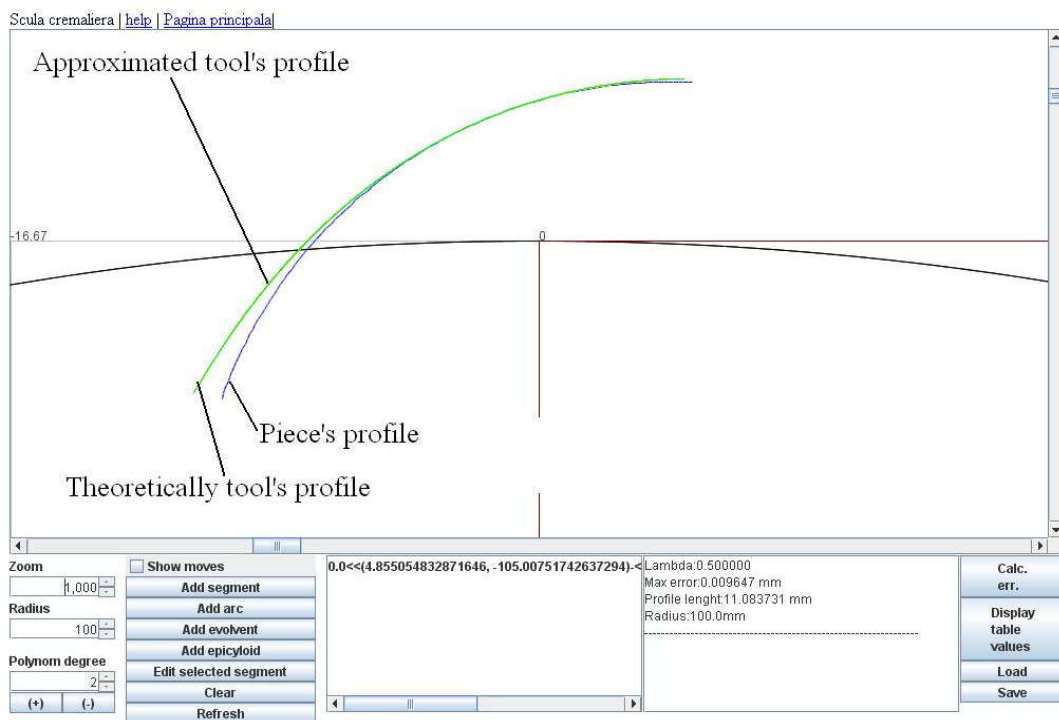


Fig. 2.3.7 – Profilul cremalierii aproximat și teoretic(applet java0)

Tabelul 2.3.13 Aproximare cu polinom de gradul 2

λ	Profilul aproximat al sculei		Profilul teoretic al sculei		Eroare [mm]	φ [rad]
	ξ [mm]	η [mm]	ξ [mm]	η [mm]		
0	4.8251	-10.8809	4.8251	-10.8809	0	-0.1905
0.05	3.7995	-10.2555	3.8073	-10.2613	0.0097	-0.1625
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.45	-2.0173	-4.931	-2.0156	-4.9393	0.0085	-0.035
0.5	-2.5385	-4.1663	-2.5385	-4.1663	0	-0.0254
0.55	-3.0208	-3.365	-3.017	-3.3682	0.0049	-0.0164
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.95	-5.0794	3.6859	-5.0935	3.693	0.0158	0.04
1	-5.1197	4.6192	-5.1197	4.6192	0	0.0464

Tabelul 2.3.14 Aproximare cu polinom de gradul 3

λ	Approximated tool profile		Theoretical tool profile		Error [mm]	φ [rad]
	ξ [mm]	η [mm]	ξ [mm]	η [mm]		
0	4.8251	-10.8809	4.8251	-10.8809	0	-0.1905
0.05	3.7986	-10.2683	3.8073	-10.2613	0.0112	-0.1625
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.3	-0.1921	-7.0973	-0.1896	-7.099	0.003	-0.0691
0.333	-0.6241	-6.6446	-0.6241	-6.6446	0	-0.0607
0.35	-0.8456	-6.4004	-0.8405	-6.406	0.0076	-0.0565
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.65	-3.839	-1.6948	-3.8356	-1.7001	0.0063	-0.0007
0.666	-3.9498	-1.4241	-3.9498	-1.4241	0	0.0013
0.7	-4.1747	-0.8256	-4.1736	-0.8342	0.0086	0.0063
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.95	-5.0851	3.689	-5.0935	3.693	0.0093	0.04
1	-5.1197	4.6192	-5.1197	4.6192	0	0.0464

În fig. 2.3.8 și tabelul 2.3.15, sunt prezentate forma și coordonatele pentru înfășurătoarea reciprocă a profilului sculei cremalieră cu un profil evolventic având $A[-140,9;0]$; $R_i = 142$ mm; $R_e = 160$ mm; $R_b = 150$ mm; $R = 150$ mm. Eroarea maximă este $\varepsilon = 0.0208$ mm.

Tabelul 2.3.15 Aproximare cu polinom de gradul 3

λ	Profilul aproximat al sculei		Profilul teoretic al sculei		Eroare [mm]	φ [rad]
	ξ [mm]	η [mm]	ξ [mm]	η [mm]		
0	11.6295	-2.7423	11.6295	-2.7423	0	-0.347
0.05	7.3435	-1.1825	7.3255	-1.1759	0.0192	-0.2128
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.3	1.0199	1.119	1.0237	1.1176	0.004	-0.017
0.33 3	0.4518	1.3258	0.4518	1.3258	0	0.0009
0.35	0.1625	1.4311	0.1683	1.4289	0.0062	0.0097
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.65	-4.0114	2.9501	-4.0125	2.9505	0.0012	0.1399
0.66 6	-4.2058	3.0209	-4.2058	3.0209	0	0.1458
0.7	-4.6025	3.1653	-4.6071	3.167	0.005	0.1582
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.95	-7.3109	4.151	-7.3113	4.1511	0.0004	0.2412
1	-7.767	4.317	-7.767	4.317	0	0.2583

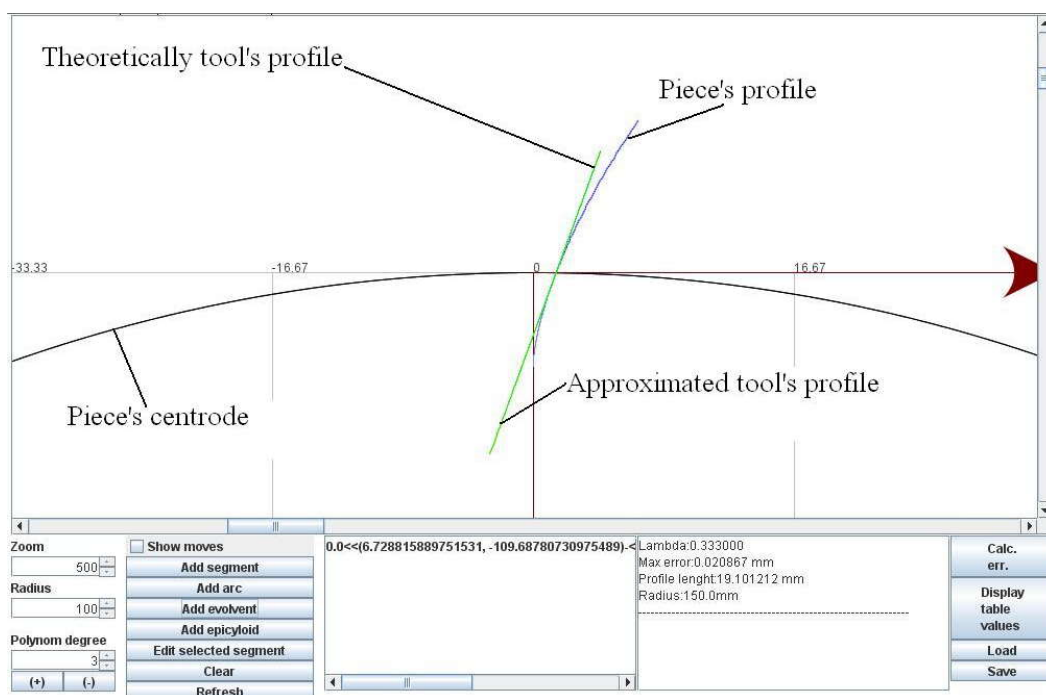


Fig. 2.3.8 – Aproximarea sculei cremalieră pentru profilul evolventic (aplet java)

În fig. 2.3.9 și tabelul 2.3.16, sunt prezentate de forma și coordonatele profilului reciproc înfășurător al sculei cremalieră cu o profilul unei curbei epicyloidale având $A[-50;0]$; $r = 10\text{ mm}$; $R = 50\text{ mm}$. Eroarea maximă este $\varepsilon = 0.023\text{ mm}$.

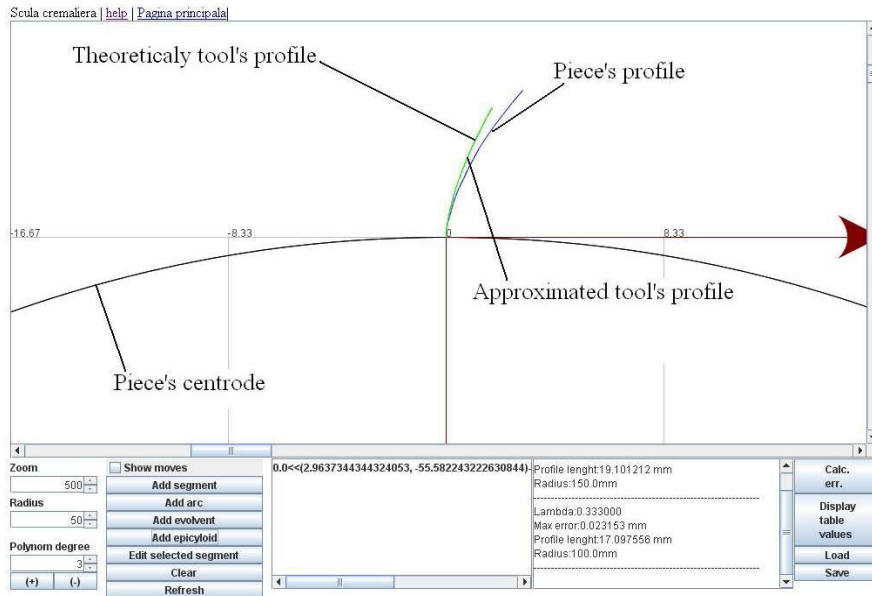


Fig. 2.3.9 – Aproximarea sculei cremalieră pentru profilul epicloidal (Applet java)

Tabelul 2.3.16 Aproximare cu polinom de gradul 3

λ	Profilul aproximat al sculei		Profilul teoretic al sculei		Eroare [mm]	φ [rad]
	ξ [mm]	η [mm]	ξ [mm]	η [mm]		
0	0	0	0	0	0	0
0.05	-0.266	0.0297	-0.2693	0.0239	0.0067	0.0449
0.1	-0.5383	0.0705	-0.5417	0.0643	0.0071	0.0619
0.15	-0.7851	0.116	-0.7841	0.11	0.0061	0.0825
0.2	-1.0268	0.1679	-1.0294	0.1638	0.0048	0.0981
0.25	-1.2788	0.2293	-1.2816	0.2268	0.0037	0.1099
0.3	-1.5408	0.3007	-1.5408	0.2991	0.0016	0.1191
0.333	-1.7443	0.3613	-1.7443	0.3613	0	0.1189
0.35	-1.8068	0.3807	-1.8059	0.3803	0.001	0.1263
0.4	-2.0765	0.4691	-2.0755	0.4697	0.0012	0.132
0.45	-2.3492	0.5656	-2.3483	0.5665	0.0012	0.1368
0.5	-2.6242	0.6699	-2.6236	0.6698	0.0006	0.1407
0.55	-2.8057	0.7424	-2.805	0.7428	0.0009	0.1579
0.6	-3.0847	0.8592	-3.0866	0.8609	0.0025	0.1599
0.65	-3.3687	0.9848	-3.3686	0.9838	0.001	0.1615
0.666	-3.4268	1.0113	-3.4268	1.0113	0	0.1663
0.7	-3.547	1.067	-3.5464	1.0667	0.0006	0.1767
0.75	-3.8307	1.2027	-3.8332	1.2035	0.0026	0.1771
0.8	-4.0067	1.29	-4.0051	1.2882	0.0024	0.1916
0.85	-4.2959	1.4384	-4.2958	1.4384	0.0001	0.1909
0.9	-4.463	1.5269	-4.4635	1.5259	0.0011	0.2048
0.95	-4.7571	1.6875	-4.757	1.6889	0.0015	0.2032
1	-4.9216	1.7799	-4.9216	1.7799	0	0.2165

2.3.1.6. Concluzii asupra profilării sculei cremalieră

Pe baza principiilor prezentate mai sus, a fost dezvoltată o aplicație software care permite atât determinarea profilului teoretic reciproc înfasurator pentru profiluri elementare ale pieselor de generat, cât și determinarea profilului înfasurator aproximat prin metoda prezentată. Odată determinate aceste două profile ele pot fi analizate comparativ pentru a decide dacă eroarea de aproximare este suficient de mică pentru aplicațiile practice.

Mai mult, exemplele numerice, arată că, dacă se dorește determinarea valorii maxime a erorii aceasta se va măsura în unul din punctele corespunzătoare parametrului $\lambda = 1/4$ sau $\lambda = 3/4$, pentru polinomul de grad 2, și $\lambda = 1/6$, $\lambda = 3/6$, sau $\lambda = 5/6$ pentru polinomul de grad 3.

Se observă, de asemenea, în urma testelor efectuate, că timpul de calcul pentru determinarea a N puncte de pe profilul teoretic al sculei, este sensibil mai mare decât timpul de calcul pentru determinarea polinomului de aproximare al sculei și a coordonatelor de pe acesta.

Tabelul 2.3.17 – Comparative result execution time

Tipul profilului piesei	N	Timp calcul poziții puncte pe profilul teoretic(ms)	Timp calcul polinom aproximare + calcul poziții puncte pe acesta(ms)
Rectiliniu(gr.2)	1000	$157 \cdot 10^{-5}$	$47 \cdot 10^{-5}$
Arc de cerc(gr.2)	1000	$125 \cdot 10^{-5}$	$47 \cdot 10^{-5}$

2.3.2. Generarea cu cuțitul-roată

2.3.2.1. Profilul elementar rectiliniu

În fig. 2.3.10, se prezintă sistemele de referință față de care sunt referite spațiile asociate semifabricatului (profilului de generat) și sculei, cuțitul-roată:

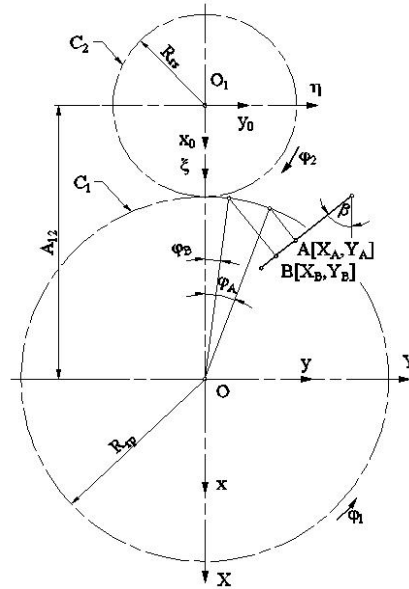


Fig. 2.3.10. Centroide în rulare, C_1 a semifabricatului și C_2 a sculei

- xyz este sistemul de referință fix, asociat spațiului vârtejului de generat;
- $x_0y_0z_0$ — sistem fix, asociat spațiului sculei;
- XYZ — sistem mobil, solidar cu profilul de generat;
- $\xi\eta\zeta$ — sistem mobil, asociat profilului sculei (cuțitului-roată).

Între sistemele de referință mobile, este definită transformarea

$$\xi = \omega_3(-\varphi_2) \left[\omega_3^T(\varphi_1) X - A \right],$$

$$A = \begin{pmatrix} -A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

(2.3.10)

cu φ_1 și φ_2 parametrii unghiulari ai mișcărilor de rotație a celor două centroide, C_1 și C_2 , între care există relația, reprezentând condiția de rulare,

$$R_{rp}\varphi_1 = R_{rs}\varphi_2 \quad \text{sau} \quad \varphi_2 = \frac{R_{rp}}{R_{rs}}\varphi_1.$$

(2.3.11)

Generarea unui vârtej de profiluri rectilinii

Dacă, acum, se acceptă ca formă a profilului de generat, segmentul de dreaptă \overline{AB} , definit prin coordonatele punctelor de capăt: $A[X_A, Y_A]$ și $B[X_B, Y_B]$ în sistemul

de referință mobil, XYZ , atunci, o formă parametrică a ecuațiilor ce descriu segmentul, poate fi:

$$\Sigma \begin{cases} X = X_A + u \cos \beta; \\ Y = Y_A + u \sin \beta, \end{cases} \quad (2.3.12)$$

$$\text{cu } \operatorname{tg} \beta = \frac{|Y_B| - |Y_A|}{|X_B| - |X_A|}, \text{ cu } u \text{ parametru variabil.} \quad (2.3.13)$$

Este evident, în mișcarea (2.3.10), profilul Σ (2.3.12), descrie familia de profiluri Σ în sistemul $\xi\eta\zeta$:

$$\begin{aligned} \xi &= [X_A + u \cos \beta] \cos[(1+i)\varphi_1] - [Y_A + u \sin \beta] \sin[(1+i)\varphi_1] + A_{12} \cos(i\varphi_1); \\ \eta &= [X_A + u \cos \beta] \sin[(1+i)\varphi_1] - [Y_A + u \sin \beta] \cos[(1+i)\varphi_1] + A_{12} \sin(i\varphi_1). \end{aligned} \quad (2.3.14)$$

$$\text{Se definesc } i = \frac{R_{rp}}{R_{rs}}, \text{ raportul de transmitere} \quad (2.3.15)$$

$$\text{și } A_{12} = R_{rp} + R_{rs}. \quad (2.3.16)$$

Se pot determina, din condiția de intersecție a normalei la profilul Σ , teorema Willis,

$$N_{\Sigma}: [X - (X_A + u \cos \beta)] \cos \beta + [Y - (Y_A + u \sin \beta)] \sin \beta = 0 \quad (2.3.17)$$

cu centroida asociată, cercul C_1 :

$$C_1: \begin{cases} X = R_{rp} \cos \varphi_1; \\ Y = R_{rp} \sin \varphi_1, \end{cases} \quad (2.3.18)$$

mărima parametrului unghiular φ_1 , corespunzătoare punctelor de pe profilul de generat,

$$[R_{rp} \cos \varphi_1 - (X_A + u \cos \beta)] \cos \beta + [R_{rp} \sin \varphi_1 - (Y_A + u \sin \beta)] \sin \beta = 0. \quad (2.3.19)$$

După dezvoltări, se ajunge la forma

$$\varphi_1 = \arccos \left[\frac{X_A \cos \beta + Y_A \sin \beta + u}{R_{rp}} \right] + \beta \quad (2.3.20)$$

din care, pentru $u = 0$, se obține

$$\varphi_{1A} = \arccos \left[\frac{X_A \cos \beta + Y_A \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta \quad (2.3.21)$$

$$\text{și, respectiv, pentru } u = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} = u_{\max}, \quad (2.3.22)$$

reprezentând valoarea maximă a parametrului u , u_{\max} , rezultă

$$\varphi_{1B} = \arccos \left[\frac{X_B \cos \beta + Y_B \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta. \quad (2.3.23)$$

În mod absolut similar, se pot determina mărimile parametrului unghiular φ_l , în procesul rulării celor două centroide, pentru oricare alt punct de pe profilul de generat.

Definind, în acest fel, mărimile parametrului unghiular de rotație al centroidei asociate profilului de generat, devine posibilă determinarea coordonatelor punctelor de pe profilul sculei-roată, în baza ecuațiilor (2.3.14).

În consecință, pentru un profil rectiliniu, definit prin coordonatele capetelor $A[X_A, Y_A]$ și $B[X_B, Y_B]$, se prezintă în tabelul 2.3.18 algoritmul pentru determinarea formei polinomului Bezier de gradul doi, care aproximează profilul dintelui cuțitului-roată generator al profilului piesei.

Tabelul 2.3.18 Aproximare cu polinom de gradul 2

λ	Profilul primar	Condiții de înfășurare
$\lambda = 1$ $u = 0$	X_A, Y_A	$\varphi_{1A} = \arccos \left[\frac{X_A \cos \beta + Y_A \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta$
$\lambda = \frac{1}{2}$ $u = 0.5 \cdot u_{\max}$	$X_C = \frac{1}{2} X_A + \frac{1}{2} X_B$ $Y_C = \frac{1}{2} Y_A + \frac{1}{2} Y_B$	$\varphi_{1C} = \arccos \left[\frac{X_C \cos \beta + Y_C \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta$
$\lambda = 0$ $u = u_{\max}$	X_B, Y_B	$\varphi_{1B} = \arccos \left[\frac{X_B \cos \beta + Y_B \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta$
λ	Puncte pe profilul cremalierii	Coeficienții polinomului de aproximare
$\lambda = 1$ $u = 0$	$\begin{cases} \xi_A = X_A \cos(1+i)\varphi_{1A} - Y_A \sin(1+i)\varphi_{1A} + A_{12} \cos(i\varphi_{1A}) \\ \eta_A = X_A \sin(1+i)\varphi_{1A} + Y_A \cos(1+i)\varphi_{1A} + A_{12} \sin(i\varphi_{1A}) \end{cases}$	$A_\xi = \xi_A$ $A_\eta = \eta_A$
$\lambda = \frac{1}{2}$ $u = 0.5 \cdot u_{\max}$	$\begin{cases} \xi_C = X_C \cos(1+i)\varphi_{1C} - Y_C \sin(1+i)\varphi_{1C} + A_{12} \cos(i\varphi_{1C}) \\ \eta_C = X_C \sin(1+i)\varphi_{1C} + Y_C \cos(1+i)\varphi_{1C} + A_{12} \sin(i\varphi_{1C}) \end{cases}$	$C_\xi = \frac{\xi_C - 0.25\xi_A - 0.25\xi_B}{0.5}$ $C_\eta = \frac{\eta_C - 0.25\eta_A - 0.25\eta_B}{0.5}$
$\lambda = 0$ $u = u_{\max}$	$\begin{cases} \xi_B = X_B \cos(1+i)\varphi_{1B} - Y_B \sin(1+i)\varphi_{1B} + A_{12} \cos(i\varphi_{1B}) \\ \eta_B = X_B \sin(1+i)\varphi_{1B} + Y_B \cos(1+i)\varphi_{1B} + A_{12} \sin(i\varphi_{1B}) \end{cases}$	$B_\xi = \xi_B$ $B_\eta = \eta_B$

În cazul în care precizia aproximării profilului sculei-roată este necesar a fi mărită, se poate accepta ca polinom de aproximare un polinom de grad superior, de tipul:

$$\xi = \lambda^3 A_\xi + 3\lambda^2 (1-\lambda) B_\xi + 3\lambda (1-\lambda)^2 C_\xi + (1-\lambda)^3 D_\xi;$$

$$\eta = \lambda^3 A_\eta + 3\lambda^2 (1-\lambda) B_\eta + 3\lambda (1-\lambda)^2 C_\eta + (1-\lambda)^3 D_\eta. \quad (2.3.24)$$

Coeficienții polinomului de aproximare sunt prezentați în tabelul 2.3.19.

Tabelul 2.3.19 Aproximare cu polinom de gradul 3

λ	Profilul primar	Condiții de înfășurare
$\lambda = 1$ $u = 0$	X_A, Y_A	$\varphi_{1A} = \arccos \left[\frac{X_A \cos \beta + Y_A \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta$
$\lambda = \frac{1}{3}$ $u = 0.33 \cdot u_{\max}$	$X_B = X_A + \frac{1}{3} [X_D - X_A]$ $Y_B = Y_A + \frac{1}{3} [Y_D - Y_A]$	$\varphi_{1B} = \arccos \left[\frac{X_B \cos \beta + Y_B \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta$
$\lambda = \frac{2}{3}$ $u = 0.66 \cdot u_{\max}$	$X_C = X_A + \frac{2}{3} [X_D - X_A]$ $Y_C = Y_A + \frac{2}{3} [Y_D - Y_A]$	$\varphi_{1C} = \arccos \left[\frac{X_C \cos \beta + Y_C \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta$
$\lambda = 0$ $u = u_{\max}$	X_D, Y_D	$\varphi_{1D} = \arccos \left[\frac{X_D \cos \beta + Y_D \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta$
λ	Puncte pe profilul cremalierii	Coefficienții polinomului de aproximare
$\lambda = 1$ $u = 0$	$\begin{cases} \xi_A = X_A \cos(1+i)\varphi_{1A} - Y_A \sin(1+i)\varphi_{1A} + A_{12} \cos(i\varphi_{1A}) \\ \eta_A = X_A \sin(1+i)\varphi_{1A} + Y_A \cos(1+i)\varphi_{1A} + A_{12} \sin(i\varphi_{1A}) \end{cases}$	$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
$\lambda = \frac{1}{3}$ $u = 0.33 \cdot u_{\max}$	$\begin{cases} \xi_B = X_B \cos(1+i)\varphi_{1B} - Y_B \sin(1+i)\varphi_{1B} + A_{12} \cos(i\varphi_{1B}) \\ \eta_B = X_B \sin(1+i)\varphi_{1B} + Y_B \cos(1+i)\varphi_{1B} + A_{12} \sin(i\varphi_{1B}) \end{cases}$	$B_\xi = \frac{18\xi_C - 9\xi_B + 2\xi_A - 5\xi_D}{6}$ $B_\eta = \frac{18\eta_C - 9\eta_B + 2\eta_A - 5\eta_D}{6}$
$\lambda = \frac{2}{3}$ $u = 0.66 \cdot u_{\max}$	$\begin{cases} \xi_C = X_C \cos(1+i)\varphi_{1C} - Y_C \sin(1+i)\varphi_{1C} + A_{12} \cos(i\varphi_{1C}) \\ \eta_C = X_C \sin(1+i)\varphi_{1C} + Y_C \cos(1+i)\varphi_{1C} + A_{12} \sin(i\varphi_{1C}) \end{cases}$	$C_\xi = \frac{-5\xi_A + 2\xi_D + 18\xi_B - 9\xi_C}{6}$ $C_\eta = \frac{-5\eta_A + 2\eta_D + 18\eta_B - 9\eta_C}{6}$
$\lambda = 0$ $u = u_{\max}$	$\begin{cases} \xi_D = X_D \cos(1+i)\varphi_{1D} - Y_D \sin(1+i)\varphi_{1D} + A_{12} \cos(i\varphi_{1D}) \\ \eta_D = X_D \sin(1+i)\varphi_{1D} + Y_D \cos(1+i)\varphi_{1D} + A_{12} \sin(i\varphi_{1D}) \end{cases}$	$A_\xi = \xi_D$ $A_\eta = \eta_D$

Notă: Evident, mărimea gradului polinomului de aproximare Bezier conduce la creșterea preciziei aproximării profilului cuțitului-roată. Un grad ridicat al polinomului (mai mare ca 3) atrage după sine complicații în determinarea mărimii coeficienților, complicând problema propusă.

Verificarea erorii metodei

Se propune determinarea erorii de aproximare prin polinoame Bezier a profilului sculei-roată, conform algoritmilor prezentați, în comparație cu profilul determinat, pentru aceeași situație, segment de dreaptă, prin metodele teoretice, în acest caz, metoda normalelor.

Condiția de înfășurare specifică, după dezvoltare, este

$$\varphi_1 = \arccos \left[\frac{X_A \cos \beta + Y_A \sin \beta + u}{R_{rp}} \right] + \beta, \quad (2.3.25)$$

care, împreună cu familia de profiluri (2.3.14) determină, pentru $0 \leq u \leq u_{\max}$

$$u_{\max} = \sqrt{[X_A - X_B]^2 + [Y_A - Y_B]^2} \quad (2.3.26)$$

forma teoretică a profilului cuțitului-roată, reciproc înfășurătoare segmentului de dreaptă \overline{AB} .

Principial, profilul sculei-roată este de forma unei matrice,

$$S_T = \begin{Bmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_i & \dots & \xi_n \\ \eta_1 & \eta_2 & \dots & \eta_i & \dots & \eta_n \end{Bmatrix}^T. \quad (2.3.27)$$

Se definește eroarea între profilul teoretic, ecuațiile (2.3.14) și (2.3.25), și profilul aproximat, vezi tabelul 2.3.18, pentru polinomul de gradul 2 și tabelul 2.3.19, pentru polinomul de gradul 3, măsurată ca distanță între punctele profilului teoretic și cel aproximat, vezi figura 2.3.11, în forma

$$\delta = \sqrt{[\xi_{A_i} - \xi_i]^2 + [\eta_{A_i} - \eta_i]^2}. \quad (2.3.28)$$

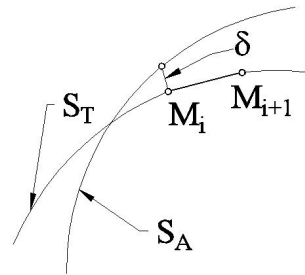


Fig. 2.3.11. Poziții relative ale profilurilor teoretic S_T și S_A

2.3.2.2. Profiluri elementare curbilinii

Profilurile tehnice generabile prin înfășurare sunt profiluri compozite formate dintr-un ansamblu de profiluri simple: segmente de dreapta, arce de cerc, evolvente, curbe trochoidale.

Deși nu deosebit de frecvente, în multe situații mai ales pentru piese cu profiluri cuprinzătoare (de interior) se impune profilarea unor scule "cuprinse" în raport cu piesele de generare -cuțite tip roata, fig. 2.3.12

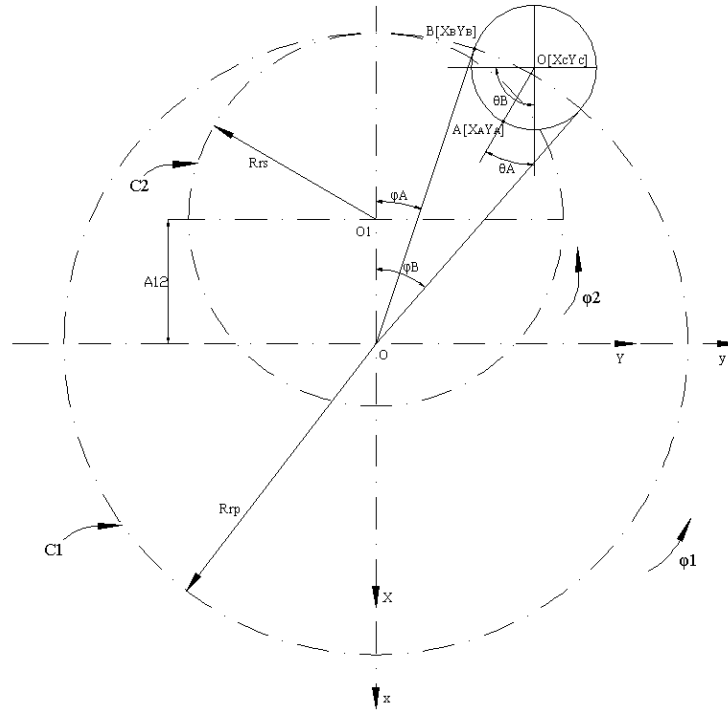


Fig. 2.3.12. Centroida in rulare C₁, C₂

A fost analizată problematica profilării sculei-roata pentru un profil rectiliniu stabilindu-i forma algoritmilor specifici pentru aproximarea cu polinoame Bezier a profilului sculei roată reciproc înfasuratoare. O problemă particulară o prezintă profilurile cu raza de curbură finita: arcul de cerc, evolventa, arcul de trohoida, profiluri componente ale unui vârtej ordonat de profiluri compozite.

Sisteme de referinta - Cinematica generatoarei

In fig. 2.3.12 se prezintă ansamblul de centroide în rulare (angrenaj de interior):

- C₁ - centroida semifabricatului cu care este solidar profilul (de generat), arcul AB.
- C₂ - centroida sculei de raza R_{rs}.

Se definesc, de asemenea, sistemele de referință;

- x y z – sistemul de referință fix cu axa z ca axa de rotație a centroidei C₁.
- x₀y₀z₀ – sistemul de referință fix, ajutor, cu axa z₀ – axa de rotație a centroidei C₂.
- X Y Z – sistemul mobil solidar profilului de generat.
- ξηζ - sistem mobil, solidar sculei-roată.

Cinematica procesului generării presupune corelarea mișcărilor de rotație a celor două centroide:

$$x = \omega_3^T(\varphi_1)X \quad (2.3.29)$$

reprezentând mișcarea absolută a sistemului XY;

$$x_0 = \omega_3^T(\varphi_2)\xi \quad (2.3.30)$$

reprezentând mișcarea de rotație a sistemului ξη al sculei;

$$x_0 = x - A;$$

$$A = \begin{bmatrix} -A_{12} & 0 \end{bmatrix}^T ;$$

$$(2.3.31)$$

$$A_{12} = R_{rp} - R_{rs},$$

reprezentând poziția relativă a sistemelor de referință fixe.

Astfel din ansamblul de ecuații (2.3.29), (2.3.30), (2.3.31) se determină mișcarea relativă

$$\xi = \omega_3(\varphi_2)[\omega_3^T(\varphi_1)X - A],$$

$$(2.3.32)$$

la care se alătură condiția de rulare

$$\varphi_2 = i\varphi_1 ,$$

$$(2.3.33)$$

cu $i = \frac{R_{rp}}{R_{rs}}$ raport de transmitere.

a) Profil elementar – arc de cerc

Arcul de cerc cu profil elementar aparținând unui profil compus, definit între punctele $A[X_A Y_A]$ și $B[X_B Y_B]$ și având centrul în punctul $O_C[X_{O_C} Y_{O_C}]$ este descris de ecuațiile:

$$C_i \begin{cases} X_{(\theta)} = X_{O_C} + r \cos \theta; \\ Y_{(\theta)} = Y_{O_C} - r \sin \theta; \end{cases}$$

$$(2.3.34)$$

cu θ -parametru variabil definit în intervalul:

$$\theta_A = \arccos \left[\frac{|X_A| - |X_{O_C}|}{r} \right]; \quad \theta_B = \arccos \left[\frac{|X_B| - |X_{O_C}|}{r} \right].$$

$$(2.3.35)$$

Din (2.3.32), se determină transpusele coordonatelor punctelor de pe arcul AB, în sistemul $\xi\eta$ al sculei –roata;

$$\begin{cases} \xi = [X_{O_C} + r \cos \theta] \cos[(1-i)\varphi_1] - [Y_{O_C} - r \sin \theta] \sin[(1-i)\varphi_1] + A_{12} \cos(i\varphi_1); \\ \eta = [X_{O_C} + r \cos \theta] \cos[(1-i)\varphi_1] + [Y_{O_C} - r \sin \theta] \sin[(1-i)\varphi_1] - A_{12} \sin(i\varphi_1). \end{cases}$$

$$(2.3.36)$$

În tabelul 2.3.20, sunt definite pentru un polinom Bezier de gradul 3 de forma:

$$\begin{cases} \xi = \lambda^3 A_\xi + 3\lambda^2(1-\lambda)B_\xi + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_\xi + (1-\lambda)^3 D_\xi; \\ \eta = \lambda^3 A_\eta + 3\lambda^2(1-\lambda)B_\eta + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_\eta + (1-\lambda)^3 D_\eta, \end{cases}$$

$$(2.3.37)$$

mărimea coeficienților acestuia, în funcție de mărimea unghiurilor de rulare corespunzătoare acelor 4 puncte considerate pe arcul AB (punctele de capăt A și B și două puncte intermediare) corespunzătoare mărimilor unghiulare

$$\theta_C = \theta_A + \frac{\theta_B - \theta_A}{3} \text{ si } \theta_D = \theta_A + \frac{2}{3}(\theta_B - \theta_A) . \quad (2.3.38)$$

Nota

Este evident, rezolvarea problemei determinării coeficienților din componența polinomului Bezier substitutiv profilului cuțitului-roată, se poate face și pentru alte perechi de valori ale punctelor C și D și, în consecință, pentru alte mărimi ale unghiurilor θ_C și respectiv θ_D spre exemplu:

$$\begin{aligned} \theta_C &= \theta_A + 0.4(\theta_B - \theta_A); \\ \theta_D &= \theta_A + 0.6(\theta_B - \theta_A). \end{aligned} \quad (2.3.39)$$

Tabelul 2.3.20 Polinom de aproximare de gradul 3

θ	Profilul primar	Conditia de infasurare
Θ_A	$X_A = X_{Oc} + r \cdot \cos \theta_A$ $Y_A = Y_{Oc} - r \cdot \sin \theta_A$	$\varphi_A = \arcsin\left[\frac{X_A \sin \theta_A + Y_A \cos \theta_A}{R_{rp}}\right] - \theta_A$
1/3 Θ_C	$\theta_C = \theta_A + \frac{\theta_B - \theta_A}{3}$ $X_A = X_{Oc} + r \cdot \cos \theta_A$ $Y_A = Y_{Oc} - r \cdot \sin \theta_A$	$\varphi_C = \arcsin\left[\frac{X_C \sin \theta_C + Y_C \cos \theta_C}{R_{rp}}\right] - \theta_C$
2/3 Θ_C	$\theta_D = \theta_A + \frac{\theta_B - \theta_A}{3}$ $X_D = X_{Oc} + r \cdot \cos \theta_D$ $Y_D = Y_{Oc} - r \cdot \sin \theta_D$	$\varphi_D = \arcsin\left[\frac{X_D \sin \theta_D + Y_D \cos \theta_D}{R_{rp}}\right] - \theta_D$
1 Θ_B	$X_B = X_{Oc} + r \cdot \cos \theta_B$ $Y_B = Y_{Oc} - r \cdot \sin \theta_b$	$\varphi_B = \arcsin\left[\frac{X_B \sin \theta_B + Y_B \cos \theta_B}{R_{rp}}\right] - \theta_B$
λ	Punctele pe profilul cutitului	Coefficientii polinomului de aproximare
0	$\xi_A = [X_{Oc} + r \cos \theta_A] \cos[(1-i)\varphi_{1A}] - [Y_{Oc} - r \sin \theta_A] \sin[(1-i)\varphi_{1A}] + A_{12} \cos(i\varphi_{1A});$ $\eta_A = [X_{Oc} + r \cos \theta_A] \sin[(1-i)\varphi_{1A}] + [Y_{Oc} - r \sin \theta_A] \cos[(1-i)\varphi_{1A}] - A_{12} \sin(i\varphi_{1A});$	$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
1/3	$\xi_C = [X_{Oc} + r \cos \theta_C] \cos[(1-i)\varphi_{1C}] - [Y_{Oc} - r \sin \theta_C] \sin[(1-i)\varphi_{1C}] + A_{12} \cos(i\varphi_{1C});$ $\eta_C = [X_{Oc} + r \cos \theta_C] \sin[(1-i)\varphi_{1C}] + [Y_{Oc} - r \sin \theta_C] \cos[(1-i)\varphi_{1C}] - A_{12} \sin(i\varphi_{1C});$	$C_\xi = \frac{18 \cdot \xi_C - 9 \cdot \xi_D + 2 \cdot \xi_B - 5 \cdot \xi_A}{6}$ $C_\eta = \frac{18 \cdot \eta_C - 9 \cdot \eta_D + 2 \cdot \eta_B - 5 \cdot \eta_A}{6}$
2/3	$\xi_D = [X_{Oc} + r \cos \theta_D] \cos[(1-i)\varphi_{1D}] - [Y_{Oc} - r \sin \theta_D] \sin[(1-i)\varphi_{1D}] + A_{12} \cos(i\varphi_{1D});$ $\eta_D = [X_{Oc} + r \cos \theta_D] \sin[(1-i)\varphi_{1D}] + [Y_{Oc} - r \sin \theta_D] \cos[(1-i)\varphi_{1D}] - A_{12} \sin(i\varphi_{1D});$	$B_\xi = \frac{-5 \cdot \xi_B - 2 \cdot \xi_A + 18 \cdot \xi_D - 9 \cdot \xi_C}{6}$ $B_\eta = \frac{-5 \cdot \eta_B - 2 \cdot \eta_A + 18 \cdot \eta_D - 9 \cdot \eta_C}{6}$
1	$\xi_B = [X_{Oc} + r \cos \theta_B] \cos[(1-i)\varphi_{1B}] - [Y_{Oc} - r \sin \theta_B] \sin[(1-i)\varphi_{1B}] + A_{12} \cos(i\varphi_{1B});$ $\eta_B = [X_{Oc} + r \cos \theta_B] \sin[(1-i)\varphi_{1B}] + [Y_{Oc} - r \sin \theta_B] \cos[(1-i)\varphi_{1B}] - A_{12} \sin(i\varphi_{1B});$	$A_\xi = \xi_B$ $A_\eta = \eta_B$

b) Profil elementar – arc de epicloida

Se analizează aplicarea modalității de profilare a sculei de tip roată, prin aproximarea cu polinoame Bezier pentru profil, constituent al unui profil compozit, de forma cicloidală, vezi fig. 2.3.13fig. .

Se consideră spre exemplificare cazul în care ruleta arcului de raza „r” se rostogolește fără alunecare pe baza cercului de raza „R_{rp}”.

Epicloida descrisă de un punct M de pe ruleta are în sistemul XY ecuațiile:

$$\Sigma \begin{cases} X = r \cos(\theta + \psi) - (R + r) \cos \psi; \\ Y = -r \sin(\theta + \psi) + (R + r) \sin \psi. \end{cases} \quad (2.3.40)$$

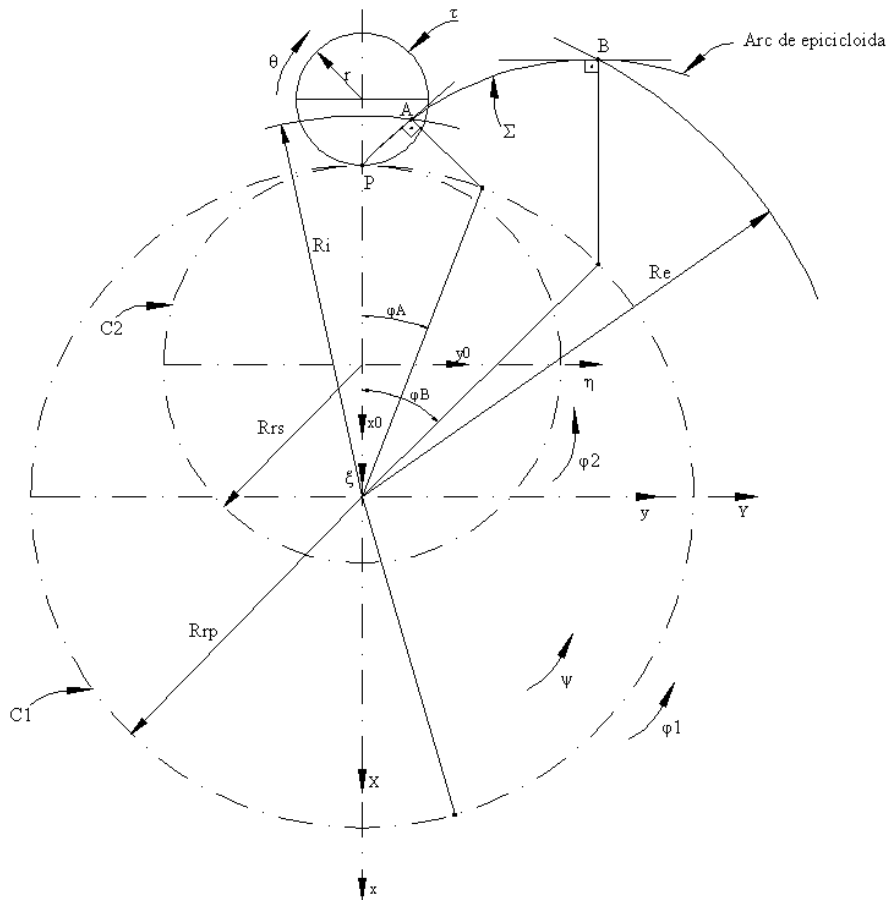


Fig. 2.3.13. Arc de epicloida, sisteme de referinta.

De asemenea, este definită relația:

$$\theta = \frac{R_{rp}}{r} \psi \quad (2.3.41)$$

între parametrii unghiulari variabili măsurati pe baza (Ψ) și rostogolitoare (θ).

Din condiția ca normala la epicloidă Σ să intersecteze cercul de rulare, aici R_{rp} – (cercul de baza)

$$\vec{N}_{\Sigma} : [X - X_{(\psi)}]X'_{\psi} + [Y - Y_{(\psi)}]Y'_{\psi} = 0 \quad (2.3.42)$$

$$C_1 : \begin{cases} X = R_{rp} \cos \varphi_1; \\ Y = R_{rp} \sin \varphi_1, \end{cases} \quad (2.3.43)$$

rezultă condiția $\varphi = \psi$. (2.3.44)

Condiția (2.3.44) reprezintă, pentru acest caz, condiția de înfășurare.

Pentru punctele A și B de pe epicloidă, reprezentând cercurile de rază R_i , respectiv R_e ca mărimi date ale profilului generat, se definesc unghiurile:

$$\varphi_A = \varphi_A \text{ și } \varphi_B = \varphi_B \quad (2.3.45)$$

vezi figura 2.3.13.

De asemenea, pot fi definite, în baza relației (2.3.44) și mărimile unghiurilor corespunzătoare unor puncte intermediare pe profil, C și D;

$$\begin{aligned} \psi_C &= \psi_A + \frac{|\psi_B - \psi_A|}{3} \\ \psi_D &= \psi_A + 2 \frac{|\psi_B - \psi_A|}{3} \end{aligned} \quad (2.3.46)$$

În tabelul 2.3.21, se definesc mărimile coeficienților de tip Bezier definit în baza unei relații de tip (4), polinom substitutiv al profilului înfășurator profilului de generat ,vezi și relațiile (2.3.45) și (2.3.46).

Tabelul 2.3.21 Aproximare cu polinom de gradul 3

λ	Profilul primar	Condiția de înfășurare
θ_A	$\begin{aligned} X_A &= r \cos(\theta_A + \psi_A) - (R + r) \cos \psi_A \\ Y_A &= -r \sin(\theta_A + \psi_A) + (R + r) \sin \psi_A \\ \theta_A &= \frac{R}{r} \psi_A \end{aligned}$	$\varphi_A = \psi_A$
θ_C	$\begin{aligned} X_C &= r \cos(\theta_C + \psi_C) - (R + r) \cos \psi_C \\ Y_C &= -r \sin(\theta_C + \psi_C) + (R + r) \sin \psi_C \\ \theta_C &= \frac{R}{r} \psi_C \\ \psi_C &= \psi_A + \frac{- \psi_A + \psi_B }{3} \end{aligned}$	$\varphi_C = \psi_C$
θ_D	$\begin{aligned} X_D &= r \cos(\theta_D + \psi_D) - (R + r) \cos \psi_D \\ Y_D &= -r \sin(\theta_D + \psi_D) + (R + r) \sin \psi_D \\ \theta_D &= \frac{R}{r} \psi_D \\ \psi_D &= \psi_A + 2 \frac{- \psi_A + \psi_B }{3} \end{aligned}$	$\varphi_D = \psi_D$
θ_B	$\begin{aligned} X_B &= r \cos(\theta_B + \psi_B) - (R + r) \cos \psi_B \\ Y_B &= -r \sin(\theta_B + \psi_B) + (R + r) \sin \psi_B \end{aligned}$	$\varphi_B = \psi_B$

Tabelul 2.3.22 Polinom de gradul 3

Puncte pe profilul cremalierii
$\xi_A = X_A \cos[(1-i)\varphi_{1A}] - Y_A \sin[(1-i)\varphi_{1A} + A_{12}]$ $\eta_A = X_A \sin[(1-i)\varphi_{1A}] + Y_A \cos[(1-i)\varphi_{1A} - A_{12}]$
$\xi_C = X_C \cos[(1-i)\varphi_{1C}] - Y_C \sin[(1-i)\varphi_{1C} + A_{12}]$ $\eta_C = X_C \sin[(1-i)\varphi_{1C}] + Y_C \cos[(1-i)\varphi_{1C} - A_{12}]$
$\xi_D = X_D \cos[(1-i)\varphi_{1D}] - Y_D \sin[(1-i)\varphi_{1D} + A_{12}]$ $\eta_D = X_D \sin[(1-i)\varphi_{1D}] + Y_D \cos[(1-i)\varphi_{1D} - A_{12}]$
$\xi_B = X_B \cos[(1-i)\varphi_{1B}] - Y_B \sin[(1-i)\varphi_{1B} + A_{12}]$ $\eta_B = X_B \sin[(1-i)\varphi_{1B}] + Y_B \cos[(1-i)\varphi_{1B} - A_{12}]$

Tabelul 2.3.23 Polinom de gradul 3

Coeficientii polinomului de aproximare
$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
$C_\xi = \frac{18\xi_C - 9\xi_D + 2\xi_B - 5\xi_A}{6}$ $C_\eta = \frac{18\eta_C - 9\eta_D + 2\eta_B - 5\eta_A}{6}$
$B_\xi = \frac{-5\xi_B + 2\xi_A + 18\xi_D - 9\xi_C}{6}$ $B_\eta = \frac{-5\eta_B + 2\eta_A + 18\eta_D - 9\eta_C}{6}$
$A_\xi = \xi_B$ $A_\eta = \eta_B$

2.3.2.3. Aplicații numerice

- **Segment de dreaptă**

Coordonatele capetelor:

A[-100,0] ; B[-80, 20];

R_{rp} = 100mm

Raportul de transmitere $i = 0.5$

Tabel. 2.3.24. Aproximare polinom grad 3.

Lambda	Approx ξ [mm]	Approx η [mm]	Tool profile ξ [mm]	Tool profile η [mm]	Err. [mm]	Phi

0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.05	1.0196	1.0250	0.9977	1.0596	0.0410	0.0198
0.1	2.0219	2.1948	1.9817	2.2361	0.0577	0.0392
0.15	2.9807	3.4831	2.9395	3.5260	0.0595	0.0583
0.2	3.9085	4.9123	3.8598	4.9247	0.0502	0.0771
0.25	4.7637	6.4194	4.7323	6.4270	0.0323	0.0956
0.3	5.5597	8.0247	5.5476	8.0275	0.0125	0.1138
0.333	6.0503	9.1347	6.0503	9.1347	0.0000	0.1256
0.35	6.2915	9.7214	6.2973	9.7201	0.0059	0.1317
0.4	6.9540	11.5028	6.9739	11.4986	0.0204	0.1494
0.45	7.5418	13.3621	7.5706	13.3564	0.0294	0.1669
0.5	8.0499	15.2926	8.0815	15.2867	0.0321	0.1841
0.55	8.4732	17.2875	8.5013	17.2826	0.0285	0.2012
0.6	8.8065	19.3402	8.8253	19.3371	0.0191	0.2180
0.65	9.0446	21.4439	9.0496	21.4431	0.0051	0.2347
0.666	9.0998	22.1268	9.0998	22.1268	0.0000	0.2400
0.7	9.1823	23.5918	9.1709	23.5935	0.0115	0.2512
0.75	9.2146	25.7773	9.1863	25.7812	0.0285	0.2676
0.8	9.1363	27.9935	9.0936	27.9990	0.0430	0.2838
0.85	8.9421	30.2337	8.8910	30.2398	0.0514	0.2999
0.9	8.6270	32.4913	8.5773	32.4968	0.0501	0.3158
0.95	8.1859	34.7593	8.1516	34.7629	0.0345	0.3316
1.0	7.6135	37.0313	7.6135	37.0313	0.0000	0.3472

Max error:0.060286 mm

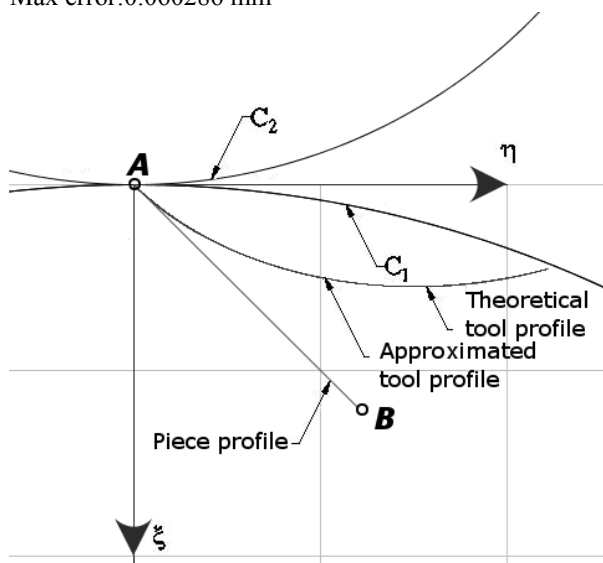


Fig. 2.3.14. Segment de dreapta – cutit roata exterior

Raportul de transmitere $i = -0.5$

Tabel. 2.3.25. Aproximare polinom grad 3.

Lambda	Approx(ξ) [mm]	Approx(η) [mm]	Tool profile(ξ) [mm]	Tool profile(η) [mm]	Err. [mm]	Phi
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.05	1.0000	0.9749	1.0000	0.9804	0.0055	0.0198
0.1	2.0000	1.9153	2.0000	1.9230	0.0077	0.0392
0.15	3.0000	2.8223	3.0000	2.8299	0.0076	0.0583
0.2	4.0000	3.6968	4.0000	3.7029	0.0061	0.0771
0.25	5.0000	4.5397	5.0000	4.5436	0.0039	0.0956
0.3	6.0000	5.3519	6.0000	5.3534	0.0015	0.1138
0.333	6.6600	5.8717	6.6600	5.8717	0.0000	0.1256
0.35	7.0000	6.1345	7.0000	6.1338	0.0007	0.1317

0.4	8.0000	6.8882	8.0000	6.8859	0.0024	0.1494
0.45	9.0000	7.6142	9.0000	7.6108	0.0034	0.1669
0.5	10.0000	8.3132	10.0000	8.3095	0.0037	0.1841
0.55	11.0000	8.9863	11.0000	8.9830	0.0032	0.2012
0.6	12.0000	9.6344	12.0000	9.6322	0.0021	0.2180
0.65	13.0000	10.2584	13.0000	10.2578	0.0006	0.2347
0.666	13.3200	10.4531	13.3200	10.4531	0.0000	0.2400
0.7	14.0000	10.8592	14.0000	10.8605	0.0013	0.2512
0.75	15.0000	11.4379	15.0000	11.4410	0.0031	0.2676
0.8	16.0000	11.9953	16.0000	12.0000	0.0047	0.2838
0.85	17.0000	12.5324	17.0000	12.5380	0.0056	0.2999
0.9	18.0000	13.0502	18.0000	13.0555	0.0054	0.3158
0.95	19.0000	13.5494	19.0000	13.5531	0.0037	0.3316
1.0	20.0000	14.0312	20.0000	14.0312	0.0000	0.3472

Max error:0.007860 mm

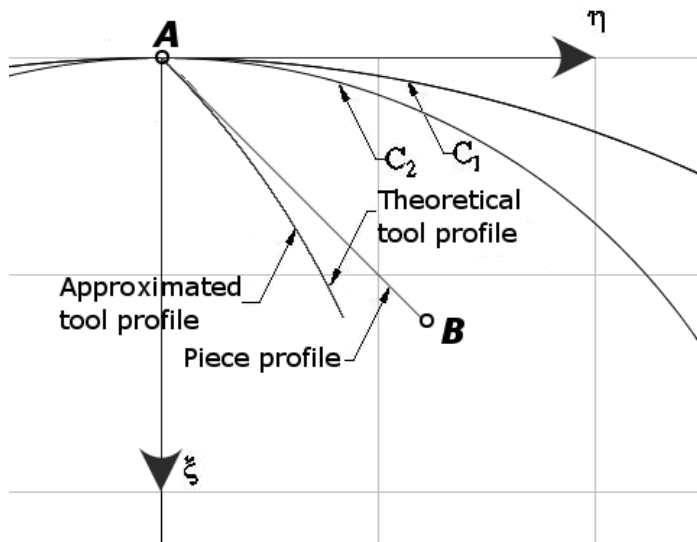


Fig. 2.3.15 . Segment de dreapta – cutit roata interior

- **Arc de cerc**

Coordonatele capetelor:

A[-87.02; 4.8]; B[-80; 20]

Centrul cercului de care apartine arcul Oc[-100; 20]

Rrp = 100mm

Raportul de transmitere $i = -0.5$

Tabel. 2.3.26. Aproximare polinom grad 3.

Lambda	Approx(ξ) [mm]	Approx(η) [mm]	Tool profile(ξ) [mm]	Tool profile(η) [mm]	Err. [mm]	Phi
0.0	12.0190	2.6755	12.0190	2.6755	0.0000	0.1814
0.05	12.7372	3.1072	12.7325	3.1087	0.0048	0.1828
0.1	13.4219	3.5608	13.4208	3.5665	0.0058	0.1847
0.15	14.1136	4.0636	14.1067	4.0652	0.0071	0.1854
0.2	14.7701	4.5860	14.7632	4.5861	0.0069	0.1866
0.25	15.4042	5.1361	15.4006	5.1369	0.0036	0.1876
0.3	16.0030	5.7011	16.0059	5.7056	0.0054	0.1893
0.333	16.4048	6.1075	16.4048	6.1075	0.0000	0.1893

0.35	16.6014	6.3151	16.5997	6.3124	0.0032	0.1899
0.4	17.1518	6.9288	17.1586	6.9337	0.0084	0.1912
0.45	17.6981	7.5911	17.7017	7.5911	0.0037	0.1916
0.5	18.2063	8.2625	18.2079	8.2593	0.0035	0.1928
0.55	18.6866	8.9546	18.6860	8.9485	0.0061	0.1940
0.6	19.1380	9.6662	19.1424	9.6698	0.0057	0.1944
0.65	19.5597	10.3961	19.5602	10.3960	0.0005	0.1956
0.666	19.6881	10.6333	19.6881	10.6333	0.0000	0.1959
0.7	19.9506	11.1431	19.9532	11.1510	0.0083	0.1961
0.75	20.3099	11.9060	20.3071	11.9069	0.0029	0.1975
0.8	20.6366	12.6837	20.6335	12.6879	0.0052	0.1982
0.85	20.9298	13.4750	20.9256	13.4791	0.0059	0.1991
0.9	21.1935	14.2948	21.1870	14.2911	0.0074	0.1995
0.95	21.4121	15.0933	21.4092	15.0964	0.0042	0.2009
1.0	21.5994	15.9181	21.5994	15.9181	0.0000	0.2018

Max error:0.009953 mm

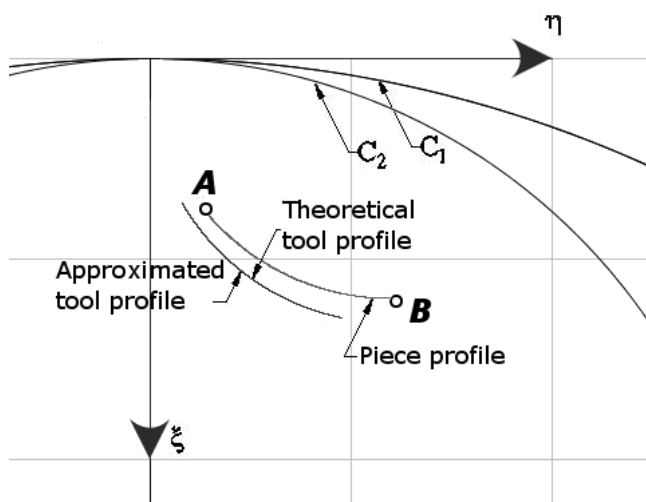


Fig. 2.3.16 Arc de cerc – cutit roata interior

• Arc de evolventa

A[-140.9; 0]
Rb = 142mm
Rb=150mm
Rrp=150mm
Re=160mm

Raportul de transmitere $i = -0.5$

Tabel. 2.3.27. Aproximare polinom grad 3.

Lambda	Approx(ξ) [mm]	Approx(η) [mm]	Tool profile(ξ) [mm]	Tool profile(η) [mm]	Err. [mm]	Phi
0.0	7.5183	1.0733	7.5183	1.0733	0.0000	-0.1418
0.05	7.2215	1.1343	7.2192	1.1374	0.0039	-0.1312
0.1	6.9017	1.2091	6.9038	1.2122	0.0037	-0.1207
0.15	6.5857	1.2911	6.5876	1.2943	0.0037	-0.1096
0.2	6.2420	1.3884	6.2404	1.3920	0.0039	-0.0995
0.25	5.8770	1.5001	5.8798	1.5013	0.0030	-0.0897

0.3	5.5059	1.6218	5.5067	1.6223	0.0010	-0.0799
0.333	5.2542	1.7087	5.2542	1.7087	0.0000	-0.0736
0.35	5.1226	1.7555	5.1220	1.7553	0.0006	-0.0704
0.4	4.7279	1.9011	4.7267	1.9002	0.0015	-0.0610
0.45	4.3228	2.0586	4.3214	2.0572	0.0020	-0.0518
0.5	3.9082	2.2280	3.9034	2.2278	0.0048	-0.0431
0.55	3.4849	2.4093	3.4818	2.4086	0.0032	-0.0342
0.6	3.0538	2.6022	3.0525	2.6015	0.0015	-0.0254
0.65	2.6158	2.8069	2.6150	2.8069	0.0008	-0.0171
0.666	2.4743	2.8749	2.4743	2.8749	0.0000	-0.0144
0.7	2.1718	3.0233	2.1733	3.0234	0.0015	-0.0086
0.75	1.7227	3.2514	1.7256	3.2519	0.0029	-0.0005
0.8	1.2693	3.4910	1.2739	3.4918	0.0046	0.0077
0.85	0.8127	3.7422	0.8179	3.7431	0.0054	0.0157
0.9	0.3535	4.0049	0.3586	4.0058	0.0052	0.0236
0.95	-0.1072	4.2790	-0.1037	4.2797	0.0036	0.0313
1.0	-0.5687	4.5646	-0.5687	4.5646	0.0000	0.0390

Max error:0.005492 mm

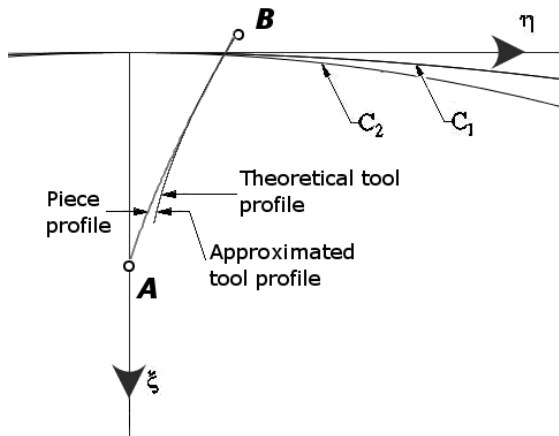


Fig. 2.3.17. Arc de evolventa – cutit roata interior

• Arc de epicloida

Epicloida

$A[-50;0]$

$r = 10\text{mm}$

$R = R_p = 50\text{mm}$

$\theta \in [0;0.5]$

Raportul de transmitere $i = -0.5$

Tabel. 2.3.28. Aproximare polinom grad 3.

Lambda	Approx(ξ) [mm]	Approx(η) [mm]	Tool profile(ξ) [mm]	Tool profile(η) [mm]	Err. [mm]	Phi
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	- 0.0000
0.05	-0.3588	0.0801	-0.3666	0.0540	0.0273	0.0449
0.1	-0.7082	0.1765	-0.7206	0.1465	0.0325	0.0619
0.15	-1.0834	0.3012	-1.0937	0.2747	0.0284	0.0825
0.2	-1.4481	0.4444	-1.4542	0.4240	0.0213	0.0981

0.25	-1.7894	0.5990	-1.7981	0.5890	0.0134	0.1099
0.3	-2.1216	0.7695	-2.1255	0.7660	0.0053	0.1191
0.333	-2.3067	0.8732	-2.3067	0.8732	0.0000	0.1189
0.35	-2.4389	0.9513	-2.4381	0.9528	0.0017	0.1263
0.4	-2.7422	1.1431	-2.7376	1.1476	0.0064	0.1320
0.45	-3.0322	1.3435	-3.0259	1.3491	0.0085	0.1368
0.5	-3.3098	1.5511	-3.3048	1.5563	0.0072	0.1407
0.55	-3.6552	1.8319	-3.6512	1.8370	0.0065	0.1579
0.6	-3.9082	2.0534	-3.9050	2.0570	0.0048	0.1599
0.65	-4.1507	2.2787	-4.1528	2.2805	0.0027	0.1615
0.666	-4.2541	2.3784	-4.2541	2.3784	0.0000	0.1663
0.7	-4.4690	2.5933	-4.4712	2.5917	0.0027	0.1767
0.75	-4.6909	2.8256	-4.6968	2.8236	0.0063	0.1771
0.8	-4.9967	3.1629	-5.0017	3.1543	0.0100	0.1916
0.85	-5.2003	3.3985	-5.2066	3.3923	0.0088	0.1909
0.9	-5.4906	3.7490	-5.4962	3.7398	0.0108	0.2048
0.95	-5.6780	3.9841	-5.6821	3.9822	0.0046	0.2032
1.0	-5.9551	4.3442	-5.9551	4.3442	0.0000	0.2165

Max error:0.033290 mm

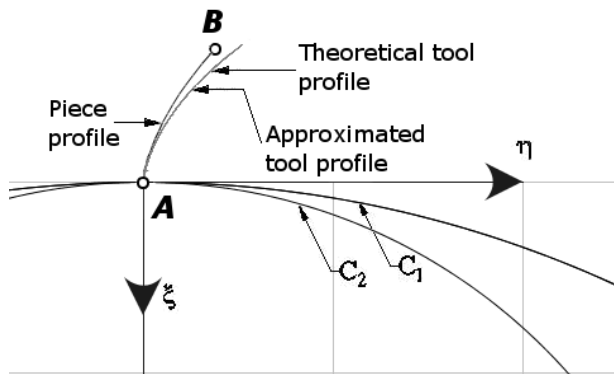


Fig. 2.3.18. Arc de epicloida – cutit roata interior

In concluzie , se poate afirma ca, si in cazul profilarii sculelor de tip roata, asa cum reiese din exemplele prezentate, marimea erorilor profilurilor sculelor , pentru diferitele profiluri elementare analizate, este acceptabila din punct de vedere industrial , pentru multiple situatii de utilizare a acestor profiluri.

2.3.3. Generarea cu cuțite rotative

2.3.3.1. Sisteme de referință – cinematica procesului

Se definesc în legătură cu fig. 2.3.19, centroidele în rulare precum și sistemele de referință specifice problemei generării cu scule rotative:

- xyz este sistemul de referință fix având axa z suprapusă axei cuțitului rotativ.
- XYZ este sistemul mobil asociat centroidei C_1 a secțiunii axiale a melcului generat
- $\xi\eta\zeta$ – sistem mobil asociat centroidei C_2 , a cuțitului rotativ.

Între parametrii de mișcare a celor două centroide; C_1 a semifabricatului și C_2 a sculei rotative, există dependența dată de condiția de rulare a centroidelor ,

$$\lambda = R_{r_s} \cdot \phi \quad (2.3.47)$$

în care, R_{r_s} este raza centroidei, circulară, C_2 .

Mișcarea relativă între sistemele de referință mobile, $\xi\eta\zeta$ și XYZ, este descrisă de transformarea :

$$\xi = \omega_3(\varphi)[X + a]; \quad a = \begin{vmatrix} -R_{r_s} \\ -\lambda \\ 0 \end{vmatrix} \quad (2.3.48)$$

astfel că pentru puncte aparținând profilului Σ (profilul secțiunii axiale a melcului de generat) transformarea (2) permite transpunerea acestora în sistemul de referință al sculei rotată.

Principial, pentru un profil Σ definit de formele parametrice ;

$$\Sigma \begin{cases} X = X(u) \\ Y = Y(u) \end{cases}; \quad (2.3.49)$$

cu u variabilă,

$$u_A \leq u \leq u_B, \quad (2.3.50)$$

u_A și u_B - mărimile parametrului u pentru cele două puncte care delimitează zona utilă a profilului Σ , dezvoltarea transformatei (2) conduce la forma:

$$\begin{cases} \xi = [X(u) - R_{r_s}] \cos(\varphi) + [Y(u) - R_{r_s} \varphi] \sin(\varphi); \\ \eta = [X(u) - R_{r_s}] \sin(\varphi) + [Y(u) - R_{r_s} \varphi] \cos(\varphi), \end{cases} \quad (2.3.51)$$

care, pentru diferitele mărimi ale parametrului u și, corespunzător, ale parametrului φ , determină coordonate ale înfășurătoarei în sistemul sculei $\xi\eta\zeta$.

2.3.3.2. Algoritm de profilare a sculei rotative

Din condiția ca normala la profilul Σ (3)

$$\overline{N}_z : [X - X(u)] \dot{X}_u + [Y - Y(u)] \dot{Y}_u \quad (2.3.52)$$

să intersecteze centrul C_1 ,

$$C_1 : X = 0; Y = \lambda \quad (2.3.53)$$

se determină mărimea parametrului φ corespunzătoare punctelor de pe profilul de generat, în forma

$$\varphi = \frac{X(u) \dot{X}_u + Y(u) \dot{Y}_u}{\dot{Y}_u R_{rs}} \quad (2.3.54)$$

Mărimea R_{rs} – raza centroidei circulare asociată sculei se determină din considerente tehnologice.

Se propun, în cele ce urmează, algoritmi specifici, pentru tipuri de profiluri elementare de generat, în vederea profilării prin aproximări polinomiale Bezier a sculei rotative.

2.3.3.3. Profil axial rectiliniu

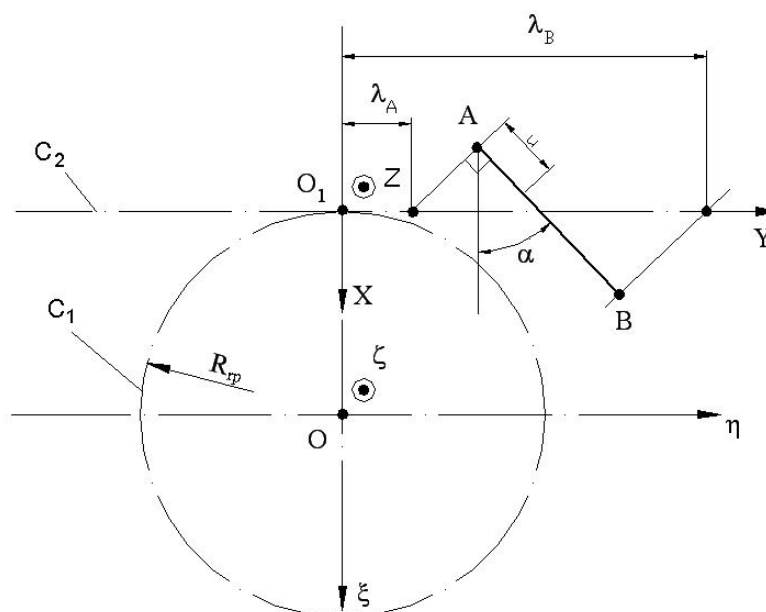


Fig. 2.3.19. Profil rectiliniu al secțiunii axiale

Se definește profilul rectiliniu, segmentul \overline{AB} , definit de ecuațiile parametrice :

$$\begin{aligned} X &= X_A + u \cdot \cos(\alpha); \\ Y &= Y_A + u \cdot \sin(\alpha), \end{aligned} \quad (2.3.55)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{|Y_B - Y_A|}{|X_B - X_A|}. \quad (2.3.56)$$

În conformitate cu relația (2.3.54), se determină mărimile parametrului φ corespunzătoare punctelor de capăt ale segmentului:

$$\varphi_A = \frac{X_A \cos(\alpha) + Y_A \sin(\alpha)}{R_{r_s} \cdot \sin(\alpha)} \quad (2.3.57)$$

și, respectiv,

$$\varphi_B = \frac{X_B \cos(\alpha) + Y_B \sin(\alpha)}{R_{r_s} \sin(\alpha)}. \quad (2.3.58)$$

În mod similar, vezi tabelul 2.3.29, se procedează pentru puncte intermediare, în lungul segmentului \overline{AB} (în total 4 puncte pe segmentul \overline{AB}).

$$\begin{aligned} \xi &= \lambda^3 A_\xi + 3\lambda^3(1-\lambda)B_\xi + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_\xi + (1-\lambda)^3 D_\xi \\ \eta &= \lambda^3 A_\eta + 3\lambda^3(1-\lambda)B_\eta + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_\eta + (1-\lambda)^3 D_\eta \end{aligned} \quad (2.3.59)$$

pentru cazul profilului elementar, de generat, segment de dreaptă.

Tabelul 2.3.29 Polinom de aproximare de gradul 3

λ	Profilul primar de generat	Condiția de înfășurare	Puncte pe profilul cuțitului rotativ	Coefficienții polinomului de gradul 3
0	X_A, Y_A $tg(\alpha) = \frac{ Y_B - Y_A }{ X_B - X_A }$	$\varphi_A = \frac{X_A \cos(\alpha) + Y_A \sin(\alpha)}{R_s \cdot \sin(\alpha)}$	$\xi_A = [X_A - R_s] \cdot \cos(\varphi_A) + [Y_A - R_s \cdot \varphi_A] \cdot \sin(\varphi_A)$ $\eta_A = [X_A - R_s] \cdot \sin(\varphi_A) + [Y_A - R_s \cdot \varphi_A] \cdot \cos(\varphi_A)$	$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
$\frac{1}{3}$	$X_B = X_A + \frac{1}{3}[X_D - X_A]$ $Y_B = Y_A + \frac{1}{3}[Y_D - Y_A]$	$\varphi_B = \frac{X_B \cos(\alpha) + Y_B \sin(\alpha)}{R_s \cdot \sin(\alpha)}$	$\xi_B = [X_B - R_s] \cdot \cos(\varphi_B) + [Y_B - R_s \cdot \varphi_B] \cdot \sin(\varphi_B)$ $\eta_B = [X_B - R_s] \cdot \sin(\varphi_B) + [Y_B - R_s \cdot \varphi_B] \cdot \cos(\varphi_B)$	$B_\xi = \frac{-5\xi_D + 2\xi_A + 18\xi_C - 9\xi_B}{6}$ $B_\eta = \frac{-5\eta_D + 2\eta_A + 18\eta_C - 9\eta_B}{6}$
$\frac{2}{3}$	$X_C = X_A + \frac{2}{3}[X_D - X_A]$ $Y_C = Y_A + \frac{2}{3}[Y_D - Y_A]$	$\varphi_C = \frac{X_C \cos(\alpha) + Y_C \sin(\alpha)}{R_s \cdot \sin(\alpha)}$	$\xi_C = [X_C - R_s] \cdot \cos(\varphi_C) + [Y_C - R_s \cdot \varphi_C] \cdot \sin(\varphi_C)$ $\eta_C = [X_C - R_s] \cdot \sin(\varphi_C) + [Y_C - R_s \cdot \varphi_C] \cdot \cos(\varphi_C)$	$C_\xi = \frac{18\xi_B - 9\xi_C + 2\xi_D - 5\xi_A}{6}$ $C_\eta = \frac{18\eta_B - 9\eta_C + 2\eta_D - 5\eta_A}{6}$
1	X_D, Y_D	$\varphi_D = \frac{X_D \cos(\alpha) + Y_D \sin(\alpha)}{R_s \cdot \sin(\alpha)}$	$\xi_D = [X_D - R_s] \cdot \cos(\varphi_D) + [Y_D - R_s \cdot \varphi_D] \cdot \sin(\varphi_D)$ $\eta_D = [X_D - R_s] \cdot \sin(\varphi_D) + [Y_D - R_s \cdot \varphi_D] \cdot \cos(\varphi_D)$	$A_\xi = \xi_D$ $A_\eta = \eta_D$

2.3.3.4. Profil axial circular

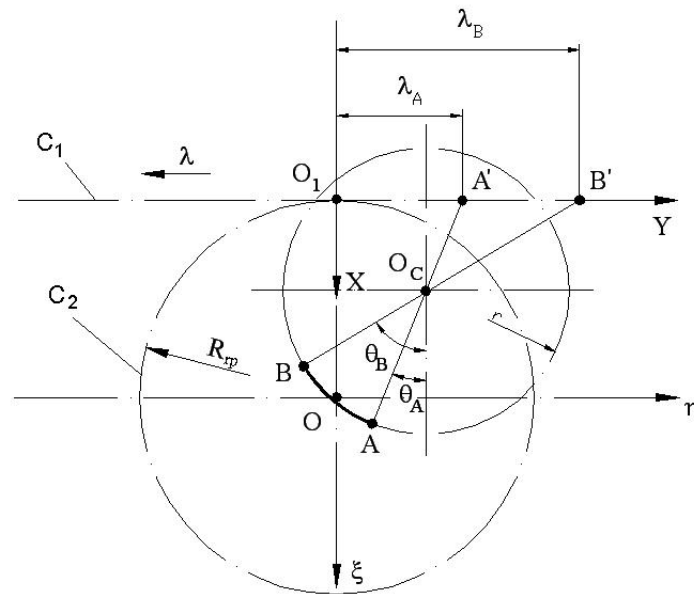


Fig. 2.3.20. Profil axial circular

Se definește, fig. 2.3.20, segmentul de arc de cerc \widehat{AB} prin ecuațiile parametrice:

$$\begin{aligned} X &= X_{o_c} + r \cdot \cos(\theta); \\ Y &= Y_{o_c} + r \cdot \sin(\theta), \end{aligned} \quad (2.3.60)$$

cu $O_C [X_{O_C}, Y_{O_C}]$ coordonatele centrului cercului de raza r ; θ parametru variabil.

Din condiția de intersecție a normalei la profilul (2.3.60) cu centroidele C_1 (6) se determină mărimea parametrului φ pentru punctele A' și B'

$$\varphi_A = \frac{X_{O_C} \sin(\theta_A) + Y_{O_C} \cos(\theta_A)}{R_B \cos(\theta_B)} \quad (2.3.61)$$

$$\varphi_B = \frac{X_{O_C} \sin(\theta_B) + Y_{O_C} \cos(\theta_B)}{R_B \cos(\theta_B)} \quad (2.3.62)$$

și, în mod similar, pentru puncte intermediare pe arc \widehat{AB} .

În tabelul 2.3.30, este prezentat algoritmul pentru calculul coeficienților polinomului Bezier (2.3.60) de aproximare a profilului cuțitului rotativ.

Tabelul 2.3.30 Aproximare cu polinom de gradul 3

θ λ	Profilul primar de generat	Condiția de înfășurare	Puncte pe profilul cuțitului rotativ	Coefficienții polinomului de gradul 3
θ_A 0	$X_A = X_{o_c} + r \cdot \cos(\theta_A)$ $Y_A = Y_{o_c} + r \cdot \sin(\theta_A)$	$\varphi_A = \frac{X_{o_c} \sin(\theta_A) + Y_{o_c} \cos(\theta_A)}{R_B \cos(\theta_B)}$	$\xi_A = [X_A - R_{r_s}] \cdot \cos(\varphi_A) + [Y_A - R_{r_s} \cdot \varphi_A] \cdot \sin(\varphi_A)$ $\eta_A = [X_A - R_{r_s}] \cdot \sin(\varphi_A) + [Y_A - R_{r_s} \cdot \varphi_A] \cdot \cos(\varphi_A)$	$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
$\frac{1}{3}$	$\theta_B = \theta_A + \frac{\theta_D - \theta_A}{3}$ $X_B = X_{o_c} + r \cdot \cos(\theta_B)$ $Y_B = Y_{o_c} + r \cdot \sin(\theta_B)$	$\varphi_B = \frac{X_{o_c} \sin(\theta_B) + Y_{o_c} \cos(\theta_B)}{R_B \cos(\theta_B)}$	$\xi_B = [X_B - R_{r_s}] \cdot \cos(\varphi_B) + [Y_B - R_{r_s} \cdot \varphi_B] \cdot \sin(\varphi_B)$ $\eta_B = [X_B - R_{r_s}] \cdot \sin(\varphi_B) + [Y_B - R_{r_s} \cdot \varphi_B] \cdot \cos(\varphi_B)$	$B_\xi = \frac{-5\xi_D + 2\xi_A + 18\xi_C - 9\xi_B}{6}$ $B_\eta = \frac{-5\eta_D + 2\eta_A + 18\eta_C - 9\eta_B}{6}$
$\frac{2}{3}$	$\theta_C = \theta_A + \frac{2}{3}(\theta_D - \theta_A)$ $X_C = X_{o_c} + r \cdot \cos(\theta_C)$ $Y_C = Y_{o_c} + r \cdot \sin(\theta_C)$	$\varphi_C = \frac{X_{o_c} \sin(\theta_C) + Y_{o_c} \cos(\theta_C)}{R_B \cos(\theta_C)}$	$\xi_C = [X_C - R_{r_s}] \cdot \cos(\varphi_C) + [Y_C - R_{r_s} \cdot \varphi_C] \cdot \sin(\varphi_C)$ $\eta_C = [X_C - R_{r_s}] \cdot \sin(\varphi_C) + [Y_C - R_{r_s} \cdot \varphi_C] \cdot \cos(\varphi_C)$	$C_\xi = \frac{18\xi_B - 9\xi_C + 2\xi_D - 5\xi_A}{6}$ $C_\eta = \frac{18\eta_B - 9\eta_C + 2\eta_D - 5\eta_A}{6}$
1	$X_D = X_{o_c} + r \cdot \cos(\theta_D)$ $Y_D = Y_{o_c} + r \cdot \sin(\theta_D)$	$\varphi_D = \frac{X_{o_c} \sin(\theta_D) + Y_{o_c} \cos(\theta_D)}{R_B \cos(\theta_D)}$	$\xi_D = [X_D - R_{r_s}] \cdot \cos(\varphi_D) + [Y_D - R_{r_s} \cdot \varphi_D] \cdot \sin(\varphi_D)$ $\eta_D = [X_D - R_{r_s}] \cdot \sin(\varphi_D) + [Y_D - R_{r_s} \cdot \varphi_D] \cdot \cos(\varphi_D)$	$A_\xi = \xi_D$ $A_\eta = \eta_D$

2.3.4. Discontinuități pe profilul sculei

2.3.4.1. Problema generală

Urmare a faptului că profilurile cremalierii, reciproc înfășurătoare celor două segmente \overline{AB} și \overline{BC} , se definesc pe zone de rulare distincte pe cercul de rulare, arcele $\widehat{A'B'}$ și $\widehat{B''C'}$, cărora le corespund unghiurile la centru φ_B , respectiv $\varphi_{B'}$, între cele două semiprofiluri ale cremalierii nu există continuitate, figura 2.3.21, neexistând un punct unic care să corespundă, pe cremaliera, punctului B de pe profilul de generat.

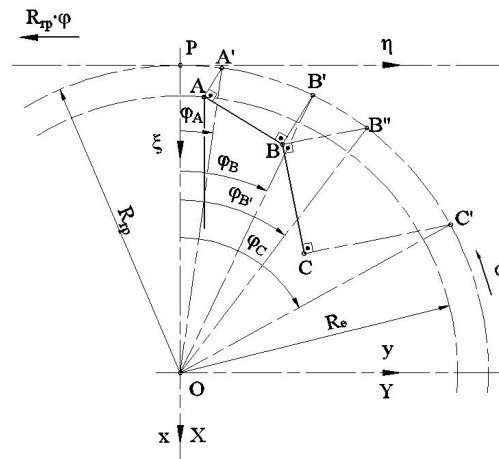


Fig. 2.3.21- Discontinuitate pe profilul cremalierii

Astfel, pe profilul cremalierii se vor defini punctele $[\xi_B, \eta_B]$ și, respectiv, $[\xi_{B'}, \eta_{B'}]$ vezi și tabelul 2.3.31.

Determinarea riguroasă a acestor puncte pe profilul cremalierii, în vederea execuției acestora, este dificilă, și, mai ales, neproductivă. Profilul cremalierii ar trebui realizat ca în forma prezentată în figura 2.3.22, cu o discontinuitate realizată prin unirea punctelor B' și B'' cu o curbă oarecare de trecere, $\widehat{B'B''}$.

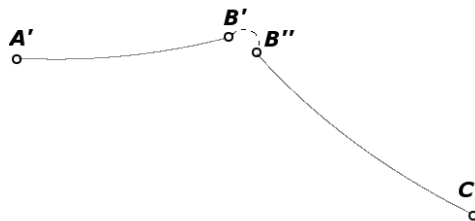


Fig. 2.3.22- Discontinuitate pe profilul cremalierii

Fizic și tehnologic o astfel de rezolvare nu este întotdeauna acceptabilă. Se propune o soluție cu o mai bună tehnologicitate și care nu impune determinarea riguroasă a punctelor B' și B'' : *prelungirea virtuală a profilurilor*.

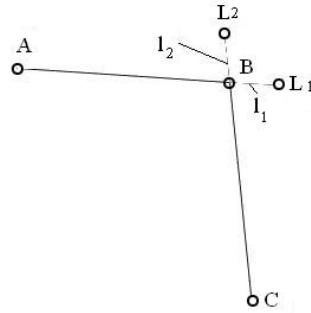


Fig. 2.3.23 - Prelungirea virtuală a profilurilor

Astfel, profilurile \overline{AB} și \overline{BC} se prelungesc virtual, vezi figura 2.3.23, cu segmentele l_1 respectiv l_2 . Se calculează scula-cremalieră pentru semiprofilurile $\overline{AL_1}$ și, respectiv, $\overline{CL_2}$, conform metodologiei prezentate anterior. Rezultatul va fi un profil compus al sculei cremaliere, vezi fig. 2.3.23.

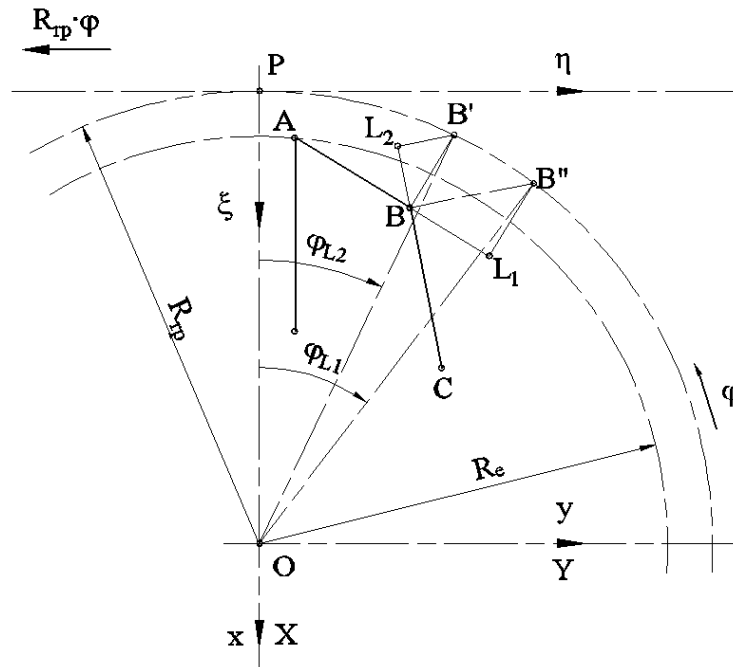


Fig. 2.3.24 - Profil compus din segmente de dreaptă

Se impune condiția ca normala la segmentul $\overline{AL_1}$, în punctul L_1 de pe prelungirea virtuală a segmentului \overline{AB} :

$$L_1 \begin{cases} X = X_A + [u_{\max} + l_1] \cdot \cos \alpha; \\ Y = Y_A + [u_{\max} + l_1] \cdot \sin \alpha, \end{cases} \quad (2.3.63)$$

$$u_{\max} = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2},$$

să intersecteze cercul de rulare în același punct în care normala la segmentul \overline{BC} îl intersectează – punctul B'' .

Normala la profil în punctul L_1 are forma:

$$N_{AL_1} : [X - X_A - (u_{\max} + l_1) \cos \alpha] \cos \alpha + [Y - Y_A - (u_{\max} + l_1) \sin \alpha] \sin \alpha = 0. \quad (2.3.64)$$

Cercul de rulare are ecuațiile parametrice:

$$C_1 \begin{cases} X = R_{rp} \cos \varphi; \\ Y = R_{rp} \sin \varphi, \end{cases} \quad (2.3.65)$$

Pentru $\varphi = \varphi_{B'}$, din condiția de intersecție a normalei la profil cu cercul de rază R_{rp} , rezultă mărimea l_1 a segmentului de prelungire virtuala:

$$l_1 = R_{rp} \cos[\varphi_{B'} - \alpha] - X_A \cos \alpha - Y_A \sin \alpha - u_{\max}. \quad (2.3.66)$$

In mod similar, pentru punctul L_2 de pe prelungirea virtuala a segmentului \overline{BC} :

$$L_2 \begin{cases} X = X_{L_2} - l_2 \cos \beta; \\ Y = Y_{L_2} - l_2 \sin \beta, \end{cases} \quad (2.3.67)$$

se obține forma

$$l_2 = X_B \cos \beta + Y_B \sin \beta - R_{rp} \cos(\varphi_B - \beta). \quad (2.3.68)$$

Cele doua profiluri ale sculei cremaliera, AB' si $B''C'$, reciproc înfășurătoare segmentelor virtual prelungite, $\overline{AL_1}$ si $\overline{CL_2}$, se intersectează într-un punct care nu trebuie riguros determinat, deoarece nu se află pe profilul efectiv generator al sculei, figura 2.3.25.

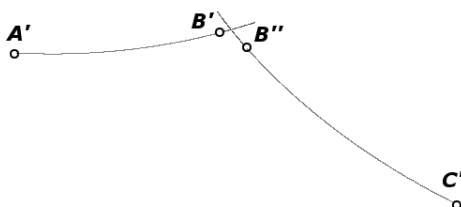


Fig. 2.3.25. Intersecția profilurilor virtuale ale sculei

În practică, este necesara prelungirea segmentelor \overline{AB} si \overline{BC} cu mărimi l_1 , respectiv, l_2 care pot fi mult mai mici decât cele determinate conform relațiilor prezentate, deoarece se urmărește numai eliminarea problemei stabilirii pe profilul sculei a punctelor corespunzătoare punctului singular, B , de pe profilul de generat, și nu realizarea unei continuități a generării profilului compus – condiție din care s-au determinat analitic mărimile l_1 și, respectiv, l_2 .

În acest fel, locul punctului B —punctul singular— este luat de două puncte L_1 și L_2 , de pe cele două semiprofiluri „virtual prelungite”. Profilurile sculei-cremalieră se calculează, acum, pentru $\overline{AL_1}$ și $\overline{L_2C}$, înlocuind în toate relațiile coordonatele $B[X_B Y_B]$ și φ_B , φ'_B — mărimea unghiurilor de rulare, cu $L_1[X_{L_1}, Y_{L_1}]$ și φ_{L_1} precum și $L_2[X_{L_2}, Y_{L_2}]$ și φ_{L_2} , vezi tabelul 2.3.31 și figura 2.3.25.

Tabelul 2.3.31 Identificarea coeficienților polinomului de aproximare de gradul 2 (profiluri virtuale)

Nr. crt.	λ u	Profilul primar	Unghiul de rulare
1.	$\lambda = 1$ $u = 0$	X_A, Y_A	$\varphi_A = \arccos \left[\frac{X_A \cos \alpha + Y_A \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
2.	$\lambda = 0.5$ $u = 0.5 u_{\max}$	$X_D = 0.5 \cdot X_A + 0.5 \cdot X_{L_1}$ $Y_D = 0.5 \cdot Y_A + 0.5 \cdot Y_{L_1}$	$\varphi_D = \arccos \left[\frac{X_D \cos \alpha + Y_D \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
3.	$\lambda = 0$ $u = u_{\max} + 1$	$X_{L_1} = X_A + (u_{\max} + l_1) \cdot \cos(\alpha)$ $Y_{L_1} = Y_A + (u_{\max} + l_1) \cdot \sin(\alpha)$	$\varphi_{L_1} = \arccos \left[\frac{X_{L_1} \cos \alpha + Y_{L_1} \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
4.	$\lambda_1 = 1$ $t = 0$	$X_{L_2} = X_B - l_2 \cos(\beta)$ $Y_{L_2} = Y_B - l_2 \sin(\beta)$	$\varphi_{L_2} = \arccos \left[\frac{X_{L_2} \cos \beta + Y_{L_2} \sin \beta}{Rrp} \right] + \beta$
5.	$\lambda_1 = 0.5$ $t = 0.5 t_{\max}$	$X_E = 0.5 \cdot X_B + 0.5 \cdot X_C$ $Y_E = 0.5 \cdot Y_B + 0.5 \cdot Y_C$	$\varphi_E = \arccos \left[\frac{X_E \cos \beta + Y_E \sin \beta}{Rrp} \right] + \beta$
6.	$\lambda_1 = 0$ $t = t_{\max}$	X_C, Y_C	$\varphi_C = \arccos \left[\frac{X_C \cos \beta + Y_C \sin \beta}{Rrp} \right] + \beta$
	Puncte pe profilul cremalierii		Coeficientii polinomului de aproximare
1.	$\xi_A = X_A \cos \varphi_A - Y_A \sin \varphi_A + Rrp$ $\eta_A = X_A \sin \varphi_A + Y_A \cos \varphi_A + Rrp \cdot \varphi_A$		$A_\xi = \xi_A$ $A_\eta = \eta_A$
2.	$\xi_D = X_D \cos \varphi_D - Y_D \sin \varphi_D + Rrp$ $\eta_D = X_D \sin \varphi_D + Y_D \cos \varphi_D + Rrp \cdot \varphi_D$		$B_\xi = \frac{\xi_D - 0.25 \cdot \xi_A - 0.25 \cdot \xi_{L_1}}{0.5}$ $B_\eta = \frac{\eta_D - 0.25 \cdot \eta_A - 0.25 \cdot \eta_{L_1}}{0.5}$
3.	$\xi_{L_1} = X_{L_1} \cos \varphi_{L_1} - Y_{L_1} \sin \varphi_{L_1} + Rrp$ $\eta_{L_1} = X_{L_1} \sin \varphi_{L_1} + Y_{L_1} \cos \varphi_{L_1} + Rrp \cdot \varphi_{L_1}$		$C_\xi = \xi_{L_1}$ $C_\eta = \eta_{L_1}$
4.	$\xi_{L_2} = X_{L_2} \cos \varphi_{L_2} - Y_{L_2} \sin \varphi_{L_2} + Rrp$ $\eta_{L_2} = X_{L_2} \sin \varphi_{L_2} + Y_{L_2} \cos \varphi_{L_2} + Rrp \cdot \varphi_{L_2}$		$A'_\xi = \xi_{L_2}$ $A'_\eta = \eta_{L_2}$
5.	$\xi_D = X_D \cos \varphi_D - Y_D \sin \varphi_D + Rrp$ $\eta_D = X_D \sin \varphi_D + Y_D \cos \varphi_D + Rrp \cdot \varphi_D$		$B'_\xi = \frac{\xi_E - 0.25 \cdot \xi_{L_2} - 0.25 \cdot \xi_C}{0.5}$ $B'_\eta = \frac{\eta_E - 0.25 \cdot \eta_{L_2} - 0.25 \cdot \eta_C}{0.5}$
6.	$\xi_C = X_C \cos \varphi_C - Y_C \sin \varphi_C + Rrp$ $\eta_C = X_C \sin \varphi_C + Y_C \cos \varphi_C + Rrp \cdot \varphi_C$		$C'_\xi = \xi_C$ $C'_\eta = \eta_C$

2.3.4.2. Aplicație numerică

Se prezintă o aplicație a algoritmului pentru un profil compus din două segmente de dreaptă, vezi fig. 2.3.26.

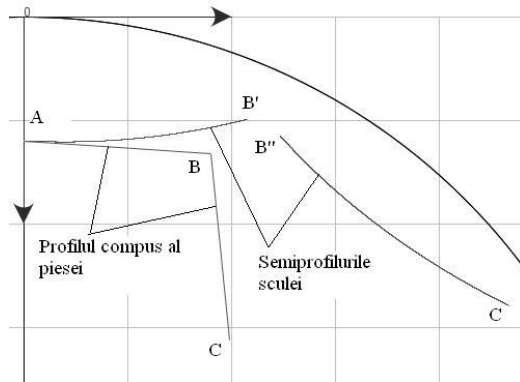


Fig. 2.3.26 Profil compus la piesei

În tabelul 2.3.32 și tabelul 2.3.33, sunt prezentate coordonatele profilului sculei-cremalieră, approximate cu un polinom Bezier de gradul doi.

Tabelul 2.3.32
Semiprofilul AB'

λ	Profilul aproximat al sculei	
	ξ [mm]	η [mm]
0.0	20.0071	0.2666
0.05	20.0867	2.0532
0.1	20.1415	3.8719
0.15	20.1694	5.6862
0.2	20.1705	7.4961
0.25	20.1449	9.3015
0.3	20.0925	11.1024
0.35	20.0132	12.8990
0.4	19.9072	14.6911
0.45	19.7715	16.5144
0.5	19.6113	18.2976
0.55	19.4244	20.0763
0.6	19.2061	21.8860
0.65	18.9651	23.6557
0.7	18.6973	25.4210
0.75	18.4026	27.1819
0.8	18.0812	28.9383
0.85	17.7330	30.6903
0.9	17.3580	32.4379
0.95	16.9562	34.1810
1.0	16.5365	35.8849

Raza: 100.0mm

Tabelul 2.3.33
Semiprofilul B''C

λ	Profilul aproximat al sculei	
	ξ [mm]	η [mm]
0.0	19.2708	41.2620
0.05	20.8710	42.7394
0.1	22.4439	44.2496
0.15	24.0208	45.8245
0.2	25.5693	47.4335
0.25	27.0895	49.0767
0.3	28.5812	50.7541
0.35	30.0446	52.4657
0.4	31.5081	54.2467
0.45	32.9142	56.0273
0.5	34.3191	57.8787
0.55	35.6946	59.7657
0.6	37.0144	61.6501
0.65	38.3058	63.5688
0.7	39.5939	65.5610
0.75	40.8280	67.5487
0.8	42.0337	69.5705
0.85	43.2111	71.6266
0.9	44.3374	73.6746
0.95	45.4586	75.7983
1.0	46.5298	77.9127

Raza: 100.0mm

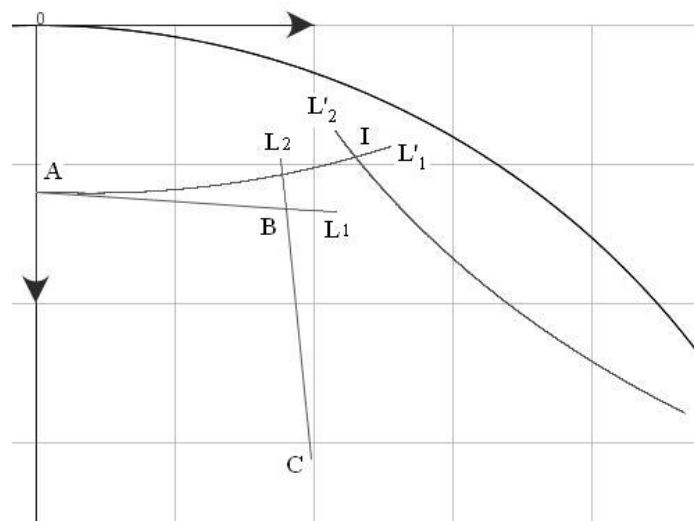


Fig. 2.3.27. Prelungiri virtuale ale profilurilor

Tabelul 2.3.34

λ	Profilul aproximat al sculei	
	ξ [mm]	η [mm]
0.0	20.0071	0.2666
0.05	20.0977	2.4212
0.1	20.1523	4.6114
0.15	20.1688	6.7497
0.2	20.1477	8.9233
0.25	20.0884	11.0884
0.3	19.9909	13.2452
0.35	19.8521	15.4364
0.4	19.6774	17.5761
0.45	19.4598	19.7500
0.5	19.2078	21.8727
0.55	18.9177	23.9870
0.6	18.5823	26.1350
0.65	18.2150	28.2323
0.7	17.8009	30.3629
0.75	17.3563	32.4432
0.8	16.8735	34.5151
0.85	16.3524	36.5786
0.9	15.8047	38.5926
0.95	15.2080	40.6394
1.0	14.5861	42.6371

Tabelul 2.3.35

λ	Profilul aproximat al sculei	
	ξ [mm]	η [mm]
0.0	12.7096	35.9371
0.05	14.6788	37.4608
0.1	16.6531	39.0673
0.15	18.5910	40.7254
0.2	20.5310	42.4706
0.25	22.4332	44.2695
0.3	24.3344	46.1597
0.35	26.1602	48.0672
0.4	27.9834	50.0682
0.45	29.7673	52.1250
0.5	31.5118	54.2378
0.55	33.2170	56.4066
0.6	34.8828	58.6312
0.65	36.4776	60.8665
0.7	38.0654	63.2018
0.75	39.5839	65.5456
0.8	41.0645	67.9432
0.85	42.5073	70.3945
0.9	43.8844	72.8490
0.95	45.2253	75.3550
1.0	46.5298	77.9127

Soluția propusă permite construcția unui profil cu o mai bună tehnologicitate a sculei așchietoare.

Evitarea problemelor legate de discontinuitățile de pe profilurile sculelor se poate realiza numai dacă se elimină punctele singulare pe profiluri, ceea ce înseamnă că în toate punctele singulare, trecerile între elementele componente ale profilului să fie prevăzute cu racordări.

ACTIVITATEA 2.4. APLICATII PENTRU SUPRAFETELE ACTIVE ALE SCULELOR ASCHIETOARE (BURGHIE ELICOIDALE)

Problematika profilării suprafețelor periferice primare a sculelor care generează prin înfășurare suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant (scula-disc, scula cilindro-frontală, scula inelară) este cunoscută și aplicată în baza teoremelor fundamentale ale înfășurării suprafețelor (Olivier, Gohman). De asemenea, este cunoscută soluționarea unor astfel de probleme, în baza unor metode complementare pentru exprimări analitice ale suprafețelor de generat.

În cele ce urmează, se propune o soluție de aproximare a suprafețelor cunoscute în formă discretă, printr-un număr mic de puncte în lungul unei generatoare a acesteia, prin polinoame Bezier și, pornind de aici, elaborarea unei metodologii specifice profilării sculelor mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție, care generează prin înfășurare o suprafață elicoidală. Metodica, care substituie o suprafață cunoscută în formă discretă, poate fi aplicată și în situația în care modelul suprafeței de generat este obținut prin măsurarea efectivă pe o mașină de măsurat 3D a coordonatelor punctelor de pe o generatoare a acesteia (cazul unei generatoare plane fiind situația cea mai ușor de aplicat). Se urmărește a se evidenția că nivelul de eroare al profilului sculei, în raport cu o metodă bazată pe teoremele fundamentale, poate fi suficient de redus, pentru multiple situații practice cunoscute.

2.4.1. Metode de profilare a sculelor în vederea obținerii unor muchii aschiatoare cu geometrie impusa

Se propune abordarea problemei profilării sculelor mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție (scule-disc) pentru generarea suprafețelor elicoidale cilindrice și de pas constant, în condițiile cunoșterii unui număr limitat de puncte ale unei generatoare plane ale acesteia.

Generatoarea plană este substituită cu un polinom Bezier de grad inferior (2 sau 3), vezi și Fig. 2.4.1, în condițiile în care se consideră că generatoarea aparține planului transversal axei suprafeței elicoidale – \vec{V} (axa Z):

$$\begin{aligned} X &= P_X(\lambda); \\ Y &= P_Y(\lambda), \end{aligned} \tag{2.4.1}$$

cu $\lambda \in [0,1]$, $P_X(\lambda)$ și $P_Y(\lambda)$ sunt polinoamele Bezier de aproximare a generatoarei G.

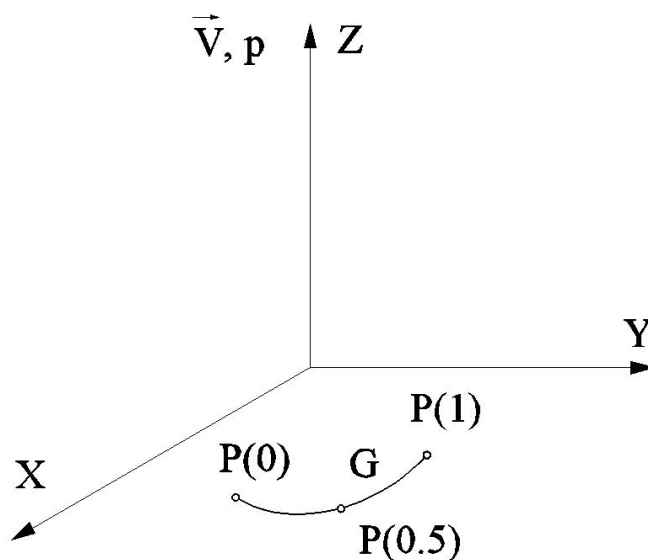


Fig. 2.4.1 Generatoare, în planul transversal axei suprafeței elicoidale (polinom de aproximare de gradul 2)

Notă: Problema poate fi tratată și în condițiile cunoașterii unei generatoare spațiale, prin acceptarea proiecțiilor acestora pe planele sistemului de referință triortogonal drept.

În mișcarea elicoidală de pe axă \vec{V} și parametru p ,

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_X(\lambda) \\ P_Y(\lambda) \\ P_Z(\lambda) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p\varphi \end{pmatrix}, \quad (2.4.2)$$

cu φ parametru variabil, și se definește suprafața elicoidală cilindrică și de pas constant în exprimarea:

$$\Pi(\lambda, \varphi) : \begin{cases} X = P_X(\lambda) \cdot \cos \varphi - P_Y(\lambda) \cdot \sin \varphi; \\ Y = P_X(\lambda) \cdot \sin \varphi + P_Y(\lambda) \cdot \cos \varphi; \\ Z = p \cdot \varphi, \end{cases} \quad (2.4.3)$$

cu λ și φ parametrii variabili.

Parametrul λ este cunoscut pentru un număr mic de valori (3 sau 4) în funcție de gradul polinomului de aproximare (2 sau 3) și de forma generatoarei suprafeței elicoidale. Se identifică, astfel, polinomul de aproximare pentru generatoarea suprafeței elicoidale în forma unor polinoame de gradul 2:

$$P \begin{cases} P_X(\lambda) = \lambda^2 A_x + 2\lambda(1-\lambda)C_x + (1-\lambda)^2 B_x; \\ P_Y(\lambda) = \lambda^2 A_y + 2\lambda(1-\lambda)C_y + (1-\lambda)^2 B_y, \end{cases} \quad (2.4.4)$$

sau de gradul 3,

$$P \begin{cases} P_X(\lambda) = \lambda^3 A_x + 3\lambda^2(1-\lambda)B_x + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_x + (1-\lambda)^3 D_x; \\ P_Y(\lambda) = \lambda^3 A_y + 3\lambda^2(1-\lambda)B_y + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_y + (1-\lambda)^3 D_y, \end{cases} \quad (2.4.5)$$

prin determinarea coeficienților $A_x, A_y, B_x, B_y, C_x, C_y, D_x, D_y$, în funcție de coordonatele punctelor cunoscute pe generatoarea suprafeței elicoidale.

Din (2.4.3), (2.4.4) și (2.4.5), se determină suprafața elicoidală “aproximată”, care, în această accepțiune, se poate considera ca având o reprezentare “analitică”, astfel că se pot utiliza teoremele fundamentale ale înfășurării suprafețelor pentru profilarea suprafețelor periferice, de revoluție, ale sculelor care generează prin înfășurare această suprafață elicoidală, cunoscută în forma de aproximare Bezier, în principiu, în forma:

$$\Pi(\lambda, \varphi) \begin{cases} X = \Pi_X(\lambda, \varphi); \\ Y = \Pi_Y(\lambda, \varphi); \\ Z = p \cdot \varphi, \end{cases} \quad (2.4.6)$$

în care, $\Pi_X(\lambda, \varphi)$ și $\Pi_Y(\lambda, \varphi)$ sunt determinabile din (2.4.3),

$$\begin{aligned} \Pi_X(\lambda, \varphi) &= P_X(\lambda) \cdot \cos \varphi - P_Y(\lambda) \cdot \sin \varphi; \\ \Pi_Y(\lambda, \varphi) &= P_X(\lambda) \cdot \sin \varphi + P_Y(\lambda) \cdot \cos \varphi. \end{aligned} \quad (2.4.7)$$

Se calculează normala la suprafața elicoidală “aproximată” - $\Pi(\lambda, \varphi)$, acum într-o formă de reprezentare analitică,

$$\vec{N}_{\Pi} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \Pi_X'(\varphi) & \Pi_Y'(\varphi) & p \\ \Pi_X'(\lambda) & \Pi_Y'(\lambda) & 0 \end{vmatrix}, \quad (2.4.8)$$

sau

$$\vec{N}_{\Pi} = N_X \vec{i} + N_Y \vec{j} + N_Z \vec{k}, \quad (2.4.9)$$

vezi și formulele (2.4.7), putându-se scrie, acum, condiția de înfășurare NIKOLAEV,

$$(\vec{N}_{\Pi}, \vec{r}_1, \vec{A}) = 0, \quad (2.4.10)$$

în care :

$$\vec{r}_1 = [\Pi_X(\lambda, \varphi) - a] \cdot \vec{j} + \Pi_Y(\lambda, \varphi) \cdot \vec{j} + p\varphi \cdot \vec{k}; \quad (2.4.11)$$

$$\vec{A} = -\sin(\alpha) \vec{j} + \cos(\alpha) \vec{k}; \quad (2.4.12)$$

a și α - parametrii determinați din considerente tehnologice, vezi și Fig. 2.4.6 .

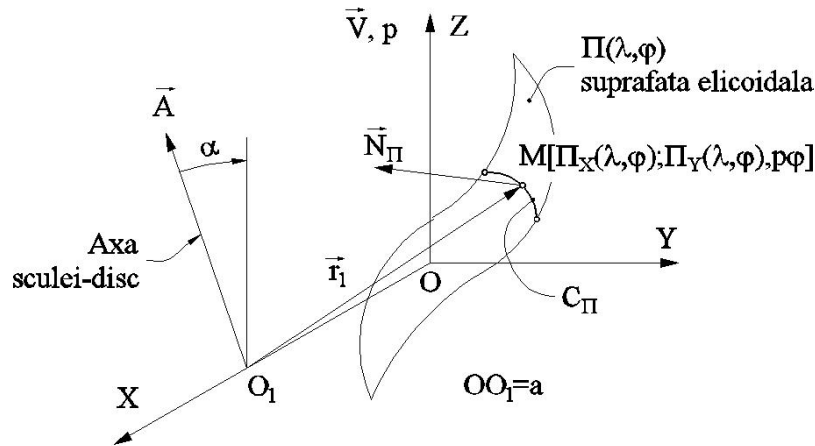


Fig. 2.4.6 Condiția Nikolaev

Condiția de înfășurare specifică devine (vezi (2.4.10))

$$-\varepsilon \leq \begin{vmatrix} N_X & N_Y & N_Z \\ \Pi_X(\lambda, \varphi) - a & \Pi_Y(\lambda, \varphi) & \Pi_Z(\lambda, \varphi) \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} \leq \varepsilon \quad (2.4.13)$$

cu ε suficient de mic în valoare absolută.

Se determină în baza condiției (2.4.13) punctele aparținând curbei caracteristice, pentru 3 sau 4 mărimi ale parametrului „ λ ”, în funcție de gradul polinomului de aproximare al generatoarei suprafeței elicoidale (2.4.4), (2.4.5), C_{Π} , vezi Fig. 2.4.6, în forma

$$C_{\Pi} = \begin{bmatrix} X_{C_{\Pi}, \lambda=0} & Y_{C_{\Pi}, \lambda=0} & Z_{C_{\Pi}, \lambda=0} \\ X_{C_{\Pi}, \lambda=1/2} & Y_{C_{\Pi}, \lambda=1/2} & Z_{C_{\Pi}, \lambda=1/2} \\ X_{C_{\Pi}, \lambda=1} & Y_{C_{\Pi}, \lambda=1} & Z_{C_{\Pi}, \lambda=1} \end{bmatrix}, \quad (2.4.14)$$

pentru un polinom de gradul 2.

Prin transformarea de coordonate la sistemul de referință al sculei-disc, Fig. 2.4.7, se determină aceste 3 sau 4 puncte de pe scula – S:

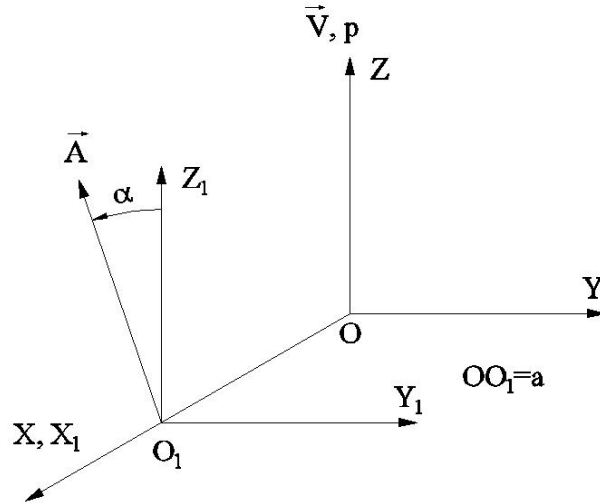


Fig. 2.4.7 Sisteme de referință, \vec{A} axa sculei-disc

$$\begin{bmatrix} X_{i_{C_{\Pi}}} \\ Y_{i_{C_{\Pi}}} \\ Z_{i_{C_{\Pi}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{C_{\Pi}} \\ Y_{C_{\Pi}} \\ Z_{C_{\Pi}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.4.15)$$

Rezultă, în baza transformării (2.4.15) coordonatele curbei caracteristice a sculei-disc, Fig. 2.4.8, fie acestea

$$\left[X_{i_{C_{\Pi}}}, Y_{i_{C_{\Pi}}}, Z_{i_{C_{\Pi}}} \right], \quad (i=1,2,3). \quad (2.4.16)$$

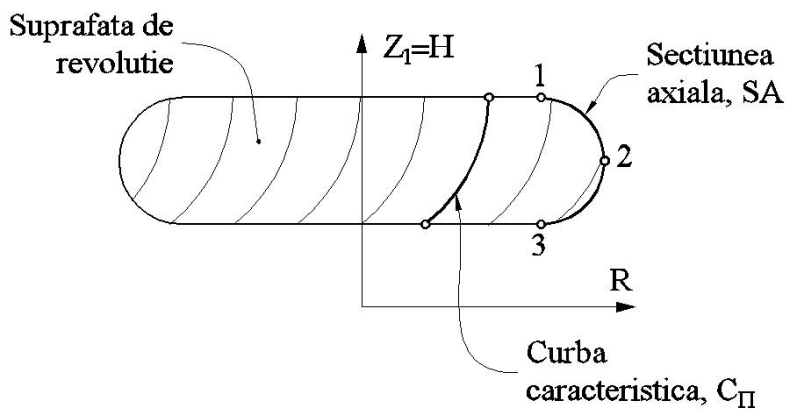


Fig. 2.4.8 Secțiunea axială a suprafeței periferice a sculei-disc

Se definesc, coordonatele secțiunii axiale, S_A :

$$S_A \begin{cases} (Z_{i_{c_{\Pi}}})_i = H_i; \\ (\sqrt{X_{i_{c_{\Pi}}}^2 + Y_{i_{c_{\Pi}}}^2})_i = R_i, \end{cases} \quad (i=1,2,3) \quad (2.4.17)$$

pentru un polinom de gradul 2, sau $i=1,2,\dots,4$ un polinom de gradul 3, în funcție de aproximarea generatoarei suprafeței elicoidale.

Aproximarea secțiunii axiale, astfel determinate, se face printr-un polinom Bezier de gradul 2,

$$Q: \begin{cases} Q_H(\lambda) = \lambda^2 D_H + 2\lambda(1-\lambda)E_H + (1-\lambda)^2 F_H; \\ Q_R(\lambda) = \lambda^2 D_R + 2\lambda(1-\lambda)E_R + (1-\lambda)^2 F_R, \end{cases} \quad (2.4.18)$$

în care

$$Q(0) = S_1; Q\left(\frac{1}{2}\right) = S_2; Q(1) = S_3, \quad (2.4.19)$$

vezi și definițiile (2.4.16).

Din aceste definiții (2.4.19), se determină coeficienții $D_H, D_R, E_H, E_R, F_H, F_R$ ai polinomului de aproximare $Q(\lambda)$ a secțiunii axiale aparținând sculei-disc - suprafața de revoluție.

Se obține, astfel, sub forma unei reprezentări polinomiale Bezier (mai sus, în forma unui polinom de gradul 2) o reprezentare aproximată a secțiunii axiale a sculei-disc, reciproc înfășurătoare unei suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant, cunoscută în formă discretă.

Metoda, caracterizată prin utilizarea unui număr restrâns de puncte de pe generatoarea suprafeței elicoidale (3 sau 4) în conformitate cu gradul polinomului de aproximare, poate avea avantajul unei profilări, deși aproximativă, mai rapidă decât în cazul utilizării unor metode ce decurg din legile generale ale înfășurării suprafețelor, în cazul reprezentării prin formele analitice ale suprafețelor de generare.

Mai mult, metoda permite profilarea sculei-disc și în condițiile în care suprafața elicoidală (generatoarea acesteia) este cunoscută prin măsurătoarea efectivă a acesteia, prin mijloace de măsurare specifice inclusiv mijloace O.M.M.

Evident, numărul de puncte de pe generatoarea discretă, poate fi oricât de mare, precizia reprezentării crescând, odată cu acesta.

Calitatea metodei propuse se poate exprima prin compararea rezultatelor obișnuite pentru aceleași cazuri numerice, pe suprafețe elicoidale cunoscute în forma analitică tratate prin metoda teoremelor fundamentale ale generării prin înfășurare (de exemplu, metoda NIKOLAEV) și metoda propusă, de aproximare prin polinoame Bezier.

2.4.2. Identificarea geometriei canalului burghiului - suprafață elicoidală și de pas constant cu profil rectiliniu al generatoarei (melcul convolut)

Se urmărește a se determina precizia de profilare a sculei-disc, reciproc înfășurătoare unui melc cu generatoarea rectilinie, prin metoda propusă, (metoda de aproximare prin polinoame Bezier), cu rezultatele obținute printr-o metodă analitică clasică.

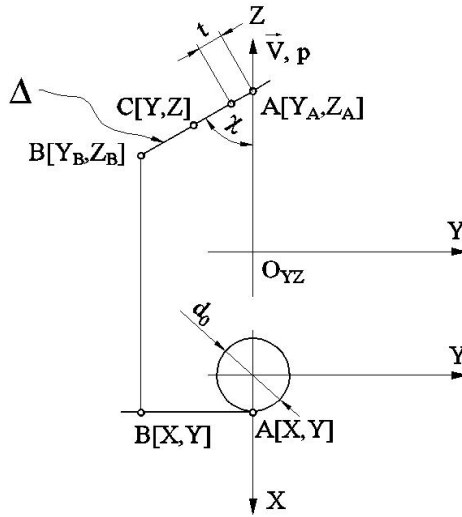


Fig. 2.4.9 Sisteme de referință. Generatoarea Δ a suprafeței elicoidale de axă \vec{V}

În Fig. , sunt prezentate sistemele de referință forma generatoarei rectilinii și punctele caracteristice ale acesteia:

- XYZ este sistemul de referință față de care este definită generatoarea suprafeței elicoidale Δ ;
- puncte caracteristice în lungul generatoarei, $A[X_A, Y_A, Z_A]$ și $B[X_B, Y_B, Z_B]$;
- κ - parametru unghiular constant;
- d_0 - diametrul cilindrului, coaxial suprafeței elicoidale la care este tangentă generatoarea.

Polinomul de substituire a generatoarei este un polinom de gradul 1, astfel încât ecuațiile generatoarei sunt:

$$\Delta \begin{cases} X = \frac{d_0}{2}; \\ Y = \lambda A_Y + (1 - \lambda) B_Y; \\ Z = \lambda A_Z + (1 - \lambda) B_Z. \end{cases} \quad (2.4.20)$$

Din transformarea (2.4.3), rezultă forma de exprimare a suprafeței elicoidale approximate:

$$\Pi(\lambda, \varphi) \begin{cases} X = \frac{d_0}{2} \cdot \cos(\varphi) - Y(\lambda) \sin(\varphi); \\ Y = \frac{d_0}{2} \cdot \cos(\varphi) + Y(\lambda) \sin(\varphi); \\ Z = Z(\lambda) + p \cdot \varphi. \end{cases} \quad (2.4.21)$$

Rezultă parametrii directori ai normalei suprafeței elicoidale approximate, vezi (2.4.8) și (2.4.9):

$$\begin{aligned}
N_{\Pi_x} &= p[A_Y - B_Y] \cos(\varphi) - [A_Z - B_Z] \cdot \left[\frac{d_0}{2} \cos(\varphi) - Y(\lambda) \cdot \sin(\varphi) \right]; \\
N_{\Pi_y} &= - \left\{ -p[A_Y - B_Y] \sin(\varphi) + [A_Z - B_Z] \cdot \left[\frac{d_0}{2} \sin(\varphi) + Y(\lambda) \cdot \cos(\varphi) \right] \right\}; \\
N_{\Pi_z} &= - \left[\frac{d_0}{2} \cos(\varphi) - Y(\lambda) \cdot \sin(\varphi) \right] \cdot (A_Y - B_Y) \cdot \sin(\varphi) - \\
&\quad \left[-\frac{d_0}{2} \sin(\varphi) - Y(\lambda) \cdot \cos(\varphi) \right] \cdot (A_Y - B_Y) \cdot \cos(\varphi).
\end{aligned} \tag{2.4.22}$$

Astfel, cu definiția

$$\begin{aligned}
\vec{r}_1 &= \left[\frac{d_0}{2} \cos(\varphi) + Y(\lambda) \cdot \sin(\varphi) - a \right] \cdot \vec{i} + \left[\frac{d_0}{2} \sin(\varphi) + Y(\lambda) \cdot \cos(\varphi) \right] \cdot \vec{j} + \\
&\quad [Z(\lambda) + p \cdot \varphi] \cdot \vec{j},
\end{aligned} \tag{2.4.23}$$

se scrie condiția de înfășurare specifică (2.4.13), care, împreună cu (2.4.21), determină curba caracteristică pe suprafața elicoidală aproximată (suprafața identificată a canalului burghiului). Se identifică polinomul de gradul 1, vezi Tabelul 2.4.1

Tabelul 2.4.1

t	Profilul primar	λ	Coef. polinomului de aproximare
t_A	$t_A = 0$ $Y = Y_A$ $Z = Z_A$	0	$B_Y = Y_A$ $B_Z = Z_A$
t_B	$t_B = \sqrt{[Y_A - Y_B]^2 + [Z_A - Z_B]^2}$	1	$A_Y = Y_B$ $A_Z = Z_B$

• Aplicație numerică

Se dezvoltă o aplicație numerică pentru profilarea sculei-disc generatoare a canalului elicoidal al burghiului elicoidal, vezi și Fig. 2.4.9 pentru datele inițiale:

- diametrul exterior al burghiului $D = 20\text{mm}$;
- diametrul miezului burghiului $d_0 = 0,16 \cdot D = 3,2\text{mm}$;
- distanța $a = 50\text{ mm}$;
- unghiul de înclinare al elicei pe diametrul exterior al burghiului, $\omega = \frac{\pi}{6}$;
- parametrul elicoidal al suprafeței canalului burghiului $p = \frac{D}{2 \cdot \text{tg} \omega}$.

Tabelul 2.4.2

λ	Profil aproximativ		Profil teoretic		Eroare [mm]
	R[mm]	H[mm]	R[mm]	H[mm]	
0.000	48.400	0.000	48.400	0.000	0.000
0.050	48.384	0.527	48.388	0.531	0.006
0.100	48.338	1.053	48.343	1.058	0.007
0.150	48.260	1.577	48.266	1.578	0.006
0.200	48.151	2.098	48.155	2.103	0.006
0.250	48.011	2.615	48.013	2.619	0.005
0.300	47.840	3.126	47.841	3.126	0.001
0.333	47.710	3.459	47.709	3.461	0.002
0.350	47.638	3.630	47.636	3.633	0.003
0.400	47.404	4.127	47.401	4.127	0.003
0.450	47.139	4.615	47.133	4.618	0.007
0.500	46.843	5.093	46.838	5.094	0.006
0.550	46.516	5.561	46.516	5.554	0.007
0.600	46.157	6.016	46.154	6.014	0.003
0.650	45.766	6.457	45.767	6.454	0.004
0.666	45.634	6.595	45.630	6.599	0.005
0.700	45.342	6.884	45.339	6.888	0.005
0.750	44.886	7.293	44.887	7.297	0.004
0.800	44.395	7.685	44.403	7.686	0.008
0.850	43.869	8.056	43.868	8.065	0.009
0.900	43.306	8.405	43.311	8.409	0.007
0.950	42.703	8.728	42.703	8.732	0.004
1.000	42.053	9.020	42.053	9.020	0.000

În Tabelul 2.4.2 , sunt prezentate, comparativ, coordonatele secțiunii axiale a sculei-disc calculate în baza unei metode analitice (riguroase) a suprafețelor reciproc înfășurătoare și prin metoda de aproximare cu polinoame Bezier.

Eroarea maximă obținută este:0.008mm pentru valoarea parametrului: $\lambda = 0.841$.

În Fig. 2.4.6 , este prezentată forma secțiunii axiale a suprafeței periferice primare a sculei-disc, corespunzătoare zonei identificate a canalului burghiului (zona fetei de degajare).

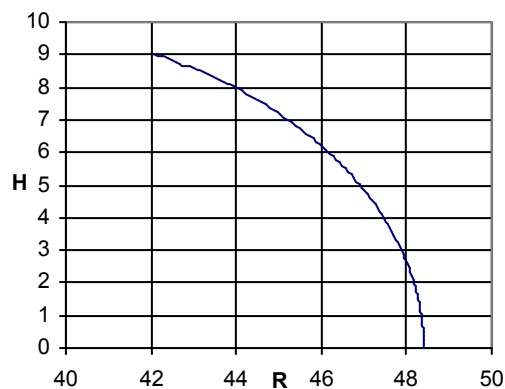


Fig. 2.4.6. Profilul secțiunii axiale al sculei

Este evident faptul că, eroarea între cele două profiluri axiale ale sculei-disc este suficient de mică astfel că metoda aproximării generatoarei suprafeței elicoidale prin polinoame Bezier de grad inferior (în cazul de față cu un polinom de gradul 3) asigură o precizie de determinare a profilului sculei-disc, satisfăcătoare pentru generarea canalului burghiului elicoidal.

2.4.3. Identificarea geometriei canalului burghiului - suprafață elicoidală și de pas constant cu profil circular al generatoarei într-un plan paralel planului axial (burghiu elicoidal cu tășuri curbe)

În Fig. 2.4.11, sunt prezentate forma profilului secțiunii plane prin suprafața elicoidală cilindrică și de pas constant, coordonate punctelor cunoscute și sistemele de referință.

Profilul suprafeței elicoidale este un arc de cerc, de rază R , având cunoscute punctele caracteristice $A[X_A, Y_A, Z_A]$ și $B[X_B, Y_B, Z_B]$, precum și centrul cercului $O[X_{O_c}, Y_{O_c}, Z_{O_c}]$.

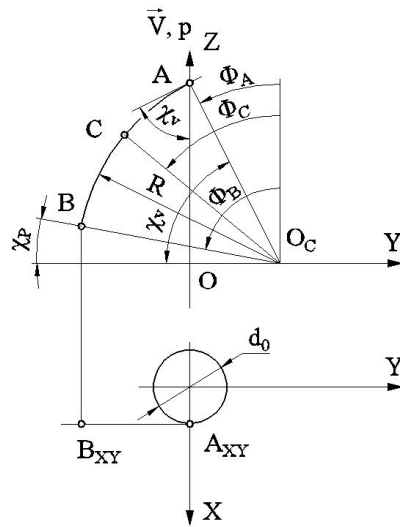


Fig. 2.4.11 Profilul generatoarei suprafeței elicoidale—puncte caracteristice

Se identifică polinomul de aproximare a profilului circular, (generatoarea suprafeței elicoidale) ca un polinom de gradul 2, vezi Tabelul 2.4.3 sau de gradul 3, vezi Tabelul 2.4.4 .

Tabelul 2.4.3

Φ	Profilul primar	λ	Polinomul înlocuitor
Φ_A	$X_A = \frac{d_0}{2}$ $Y_A = Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Phi_A)$ $Z_A = Z_{O_c} + R \cdot \sin(\Phi_A)$	1	$A_Y = Y_A$ $A_Z = Z_A$
Φ_C	$\Phi_C = \Phi_A + \frac{\Phi_B - \Phi_A}{2}$ $X_C = \frac{d_0}{2}$ $Y_C = Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Phi_C)$ $Z_C = Z_{O_c} + R \cdot \cos(\Phi_C)$	0,5	$C_Y = \frac{Y_C - 0,25 \cdot X_A - 0,25 \cdot X_B}{0,5}$ $C_Z = \frac{Z_C - 0,25 \cdot Z_A - 0,25 \cdot Z_B}{0,5}$
Φ_B	$X_B = \frac{d}{2}$ $Y_B = Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Phi_B)$ $Z_B = Z_{O_c} + R \cdot \sin(\Phi_B)$	0	$B_Y = Y_B$ $C_Z = Z_B$

Tabelul 2.4.4

Φ	Profil primar	λ	Coeficienții polinomului
Φ_A	Φ_A $X_A = \frac{d_0}{2}$ $Y_C = Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Phi_C)$ $Z_C = Z_{O_c} + R \cdot \cos(\Phi_C)$	0	$D_Y = Y_A$ $D_Z = Z_A$
Φ_B	$\Phi_B = \Phi_A + \frac{\Phi_D - \Phi_A}{3}$ $X_B = \frac{d_0}{2}$ $Y_B = Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Phi_B)$ $Z_B = Z_{O_c} + R \cdot \cos(\Phi_B)$	$\frac{1}{3}$	$B_Y = \frac{18 \cdot Y_C - 9 \cdot Y_B + 2 \cdot Y_A - 5 \cdot Y_D}{6}$ $B_Z = \frac{18 \cdot Z_C - 9 \cdot Z_B + 2 \cdot Z_A - 5 \cdot Z_D}{6}$
Φ_C	$\Phi_C = \Phi_A + \frac{2}{3}(\Phi_D - \Phi_A)$ $X_C = \frac{d_0}{2}$ $Y_C = Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Phi_C)$ $Z_C = Z_{O_c} + R \cdot \cos(\Phi_C)$	$\frac{2}{3}$	$C_Y = \frac{-5 \cdot Y_A + 2 \cdot Y_D + 18 \cdot Y_B - 9 \cdot Y_C}{6}$ $C_Z = \frac{-5 \cdot Z_A + 2 \cdot Z_D + 18 \cdot Z_B - 9 \cdot Z_C}{6}$
Φ_D	$X_D = \frac{d_0}{2}$ $Y_D = Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Phi_D)$ $Z_D = Z_{O_c} + R \cdot \sin(\Phi_D)$	1	$A_Y = Y_B$ $A_Z = Z_B$

Mărimi inițiale $R, \Phi_A, \Phi_B, [Y_{O_c}, Z_{O_c}]$ - centrul cercului.

Se identifică, în acest fel, un tip de polinom înlocuitor de grad inferior, vezi (2.4.4) și (2.4.5), în baza căruia se determină forma “aproximată” a suprafeței elicoidale, vezi forma (2.4.3), sau, principal, forma (2.4.6).

Astfel, în baza condiției (2.4.13), se determină forma (2.4.14) a curbei caracteristice pe suprafața elicoidală “aproximată” și prin transformarea (2.4.15), se definește secțiunea axială S_A - a viitoarei suprafețe periferice primare a sculei-disc (2.4.17).

Se aproximează acest profil printr-un polinom de grad inferior, de exemplu, forma (2.4.18) reprezentând profilul aproximat al șablonului de control al sculei-disc (secțiunea axială S_A).

Precizăm că, în toate aceste etape, se operează numai cu 3 puncte de pe aceste suprafețe și profiluri ceea ce conduce la o substanțială reducere a numărului de calcule necesar.

Totodată, problematica dezbătută este aplicabilă și în cazul în care punctele pe profilul generatoarei suprafeței elicoidale, vezi Fig. 2.4.11, sunt date de coordonate efectiv măsurate, metodica permițând o transpunere în formă analitică prin „aproximarea” cu polinoame Bezier de grad mic (2 sau 3).

Se prezintă în Tabelul 2.4.5 și Fig. 2.4.13, coordonatele și forma profilului sculei de ordin doi, pentru generarea canalului elicoidal, vezi Fig. 2.4.11, determinată prin metoda aproximării prin polinoame Bezier, precum și printr-o metodă analitică – metoda NIKOLAEV.

• Aplicație numerică

Se prezintă un exemplu numeric pentru profilarea secțiunii axiale a sculei-disc, generatoare a canalului elicoidal având caracteristicile geometrice:

- diametrul burghiului $D=20$ mm;
- diametrul miezului, $d_0=3,2$ mm;

$$- \text{ raza muchiei principale de așchiere } R = \frac{\sqrt{\frac{d_1^2}{4} - \frac{d_0^2}{4}}}{\left(\cos \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{3}\right)};$$

- limitele de variație a mărimii unghiului de atac, $k_p=30^\circ$, $k_v=60^\circ$;
- coordonatele centrului cercului de rază R ,

$$X_{OC} = 0;$$

$$Y_{OC} = R \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right);$$

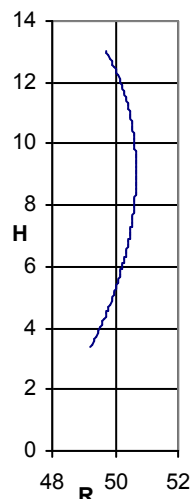
$$Z_{OC} = 0;$$

- distanța între axa sculei-disc și axa suprafeței generate, $a=50$ mm;
- unghiul de înclinare al elicei pe diametrul exterior al burghiului, $\omega = \frac{\pi}{10}$;
- parametrul elicoidal al suprafeței canalului burghiului $p = \frac{D}{2 \cdot \text{tg} \omega}$;

În Tabelul 2.4.5 și Fig. 2.4.13, sunt prezentate, comparativ, forma profilurilor sculei-disc (secțiunea axială) determinate prin metoda de aproximare Bezier și o metodă riguroasă, teoretică, pentru zona identificată a canalului elicoidal corespunzătoare fetei de degajare a burghiului).

Tabelul 2.4.5

λ	Profil aproximat		Profil teoretic		Eroare [mm]
	R[mm]	H[mm]	R[mm]	H[mm]	
0.000	49.666	13.033	49.669	13.027	0.006
0.051	49.805	12.785	49.800	12.785	0.006
0.101	49.945	12.504	49.937	12.502	0.008
0.152	50.080	12.190	50.071	12.191	0.010
0.202	50.213	11.831	50.206	11.829	0.007
0.253	50.328	11.457	50.325	11.452	0.006
0.303	50.429	11.056	50.429	11.050	0.005
0.336	50.487	10.776	50.488	10.774	0.003
0.354	50.513	10.628	50.515	10.625	0.004
0.404	50.578	10.176	50.586	10.135	0.042
0.455	50.622	9.700	50.631	9.631	0.070



0.556	50.638	8.684	50.639	8.614	0.069
0.606	50.606	8.146	50.605	8.105	0.041
0.657	50.533	7.499	50.533	7.495	0.005
0.673	50.506	7.317	50.505	7.312	0.005
0.707	50.438	6.924	50.437	6.928	0.004
0.758	50.311	6.335	50.308	6.336	0.003
0.808	50.150	5.732	50.147	5.732	0.003
0.859	49.956	5.118	49.953	5.119	0.003
0.909	49.726	4.494	49.723	4.492	0.004
0.960	49.460	3.863	49.460	3.864	0.001
1.000	49.170	3.091	49.170	3.091	0.000

**Fig. 2.4.13 Profilul sculei disc
in secțiune axială**

Eroarea maximă obținută este: 0.078mm pentru valoarea parametrului: $\lambda = 0.504$.

• Concluzii

Identificari ale geometriei canalelor elicoidale ale burghelilor, prin metode de aproximare prin poli (tehnici de reprezentare discreta a profilurilor) conduc, după aplicarea algoritmilor propusi, la forme a profilurilor axiale ale sculelor-disc generatoare ale canalelor satisfacatoare din punctul de vedere tehnic. Erorile in raport cu metodele analitice sunt deosebit de mici si total acceptabile in practica industrială. Pentru identificarea geometriei canalelor sunt necesare, conform metodei, un numar redus de puncte al generatoarei, trei sau patru puncte.

Metoda propusa prezinta si avantajul ca identificarea geometriei canalului se poate face si prin masurarea efectiva in trei sau patru puncte a generatoarei acestuia.

ACTIVITATEA 2.5. ELABORAREA DE PRODUSE SOFT SPECIFICE

Se prezinta in cele ce urmeaza implementarea algoritmilor propusi pentru generarea prin infasurare prin metoda rularii (vartejuri de profiluri asociate unor cupluri de centroide in rulare) precum si algoritmi pentru profilarea sculei-disc generatoare a canalelor elicoidale cilindrice si de pas constant (in legatura cu activitatile 2.3 si 2.4)

2.5.1. Implementarea unui algoritm de imbunătățire a aproximării prin poli a profilurilor generate prin metoda rularii

• Algoritm

Sunt analizate profiluri elementare – ca și componente ale unor profiluri composite - date printr-o ecuație unică: segment de dreaptă, cerc, evolventă, arc de epicycloidă.

Considerăm ca și input al programului, un numar relativ mic de puncte cunoscute, de pe suprafața profilului de generat

- capetele segmentului sau ale arcului: $A[X_A, Y_A]; B[X_B, Y_B];$

- unul sau doua puncte intermediare de pe profil , depinzând de gradul (2 sau 3) al polinomului Bezier inlocuitor.

Fie

$$\Delta \begin{cases} X = X(\lambda); \\ Y = Y(\lambda), \end{cases} \quad (2.5.1)$$

exprimarea analitică a profilului, unde, $0 \leq \lambda \leq 1$.

In cazul gradului 2 sau 3 al polinomului de aproximare ecuațiile aproximative ale profilurilor sunt:

$$\Sigma \begin{cases} \xi = A_{\xi} \lambda^2 + 2B_{\xi} \lambda(1-\lambda) + C_{\xi} (1-\lambda)^2; \\ \eta = A_{\eta} \lambda^2 + 2B_{\eta} \lambda(1-\lambda) + C_{\eta} (1-\lambda)^2; \end{cases} \quad (2.5.2)$$

$$\Sigma \begin{cases} \xi = A_{\xi} \lambda^3 + 3B_{\xi} \lambda^2(1-\lambda) + 3C_{\xi} \lambda(1-\lambda)^2 + D_{\xi} (1-\lambda)^3; \\ \eta = A_{\eta} \lambda^3 + 3B_{\eta} \lambda^2(1-\lambda) + 3C_{\eta} \lambda(1-\lambda)^2 + D_{\eta} (1-\lambda)^3, \end{cases} \quad (2.5.3)$$

(in sistemul de coordonate al sculei: cremaliera, cuțit roata, cuțit rotativ).

Considerând valori ale parametrului unghiular φ , în mișcarea de rotație a controidei piesei, astfel încât normala profilului de generat intersectează centroida asociată, o familie de curbe se obține, pentru fiecare scula în parte, după cum urmează:

- **scula cremalieră,**

$$\begin{cases} \xi(\lambda) \\ \eta(\lambda) \end{cases} = \begin{cases} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{cases} \cdot \begin{cases} X(\lambda) \\ Y(\lambda) \end{cases} - \begin{cases} -R_{rp} \\ -R_{rp} \cdot \varphi \end{cases}; \quad (2.5.4)$$

- **cuțit roată,**

$$\begin{cases} \xi(\lambda) \\ \eta(\lambda) \end{cases} = \begin{cases} \cos(i\varphi) & -\sin(i\varphi) \\ \sin(i\varphi) & \cos(i\varphi) \end{cases} \cdot \begin{cases} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{cases} \cdot \begin{cases} X(\lambda) \\ Y(\lambda) \end{cases} - \begin{cases} -A_{12} \\ 0 \end{cases}; \quad (2.5.5)$$

unde R_{rs} este raza cuțitului roată, $A_{12} = R_{rp} + R_{rs}$, $i = \frac{R_{rp}}{R_{rs}}$;

- **cuțit rotativ,**

$$\begin{cases} \xi(\lambda) \\ \eta(\lambda) \end{cases} = \begin{cases} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{cases} \cdot \begin{cases} X(\lambda) \\ Y(\lambda) \end{cases} - \begin{cases} -R_{rs} \\ -R_{rs} \cdot \varphi \end{cases}; \quad (2.5.6)$$

unde R_{rs} este raza cuțitului rotativ.

Astfel, combinând ecuațiile de mai sus (2.5.4), (2.5.5) and (2.5.6), și considerând $\lambda \in \left\{0; \frac{1}{2}; 1\right\}$ - in

cazul polinomului de aproximare de grad 2, sau $\lambda \in \left\{0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1\right\}$ - in cazul polinomului de aproximare de grad 3, coeficienții $A_{\xi}, B_{\xi}, C_{\xi}, A_{\eta}, B_{\eta}, C_{\eta}$ și respectiv $A_{\xi}, B_{\xi}, C_{\xi}, D_{\xi}, A_{\eta}, B_{\eta}, C_{\eta}, D_{\eta}$ se obțin.

• Aplicatie soft in limbajul Java

Aplicația a fost dezvoltată în limbajul de programare Java si utilizând uneltele de dezvoltare *Sun Java Development Kit*. Programul este realizat sub formă de „applet”, fiind ușor de inserat în paginile Web.

Așa cum s-a prezentat in secțiunea anterioară, majoritatea calculelor pot fi făcute fără a cunoaște ce tip de profil elementar (segment de dreaptă, arc e cerc, evolventă sau epicycloidă) urmează a fi generat. Dacă, pentru orice poziție arbitrară de pe profilul piesei, se poate pune la dispoziție o modalitate de a determina vectorul normală, este irelevant din punctul de vedere al algoritmului ce profil urmează a fi generat. Această abordare corespunde perfect conceptului de Programare

Orientată Obiect (POO). Drept urmare, aplicația poate fi ușor extinsă pentru a analiza comportamentul algoritmului în cazul alor profile elementare, doar implementând o metoda de calcul a vectorului normală, pentru un punct arbitrar de pe acest nou profil. Așa cum se arată și în diagrama de clase (figura 1), clasa care execută calculul aproximării polinomiale (**PolyApproximator**) nu trebuie să cunoască în mod explicit, tipul de profil elementar. Este suficient ca pentru profilul elementar să fie expusă o metodă de calcul a normalei (**Vector:calculateNormal(λ)**), pentru orice valoare arbitrară a parametrului λ .

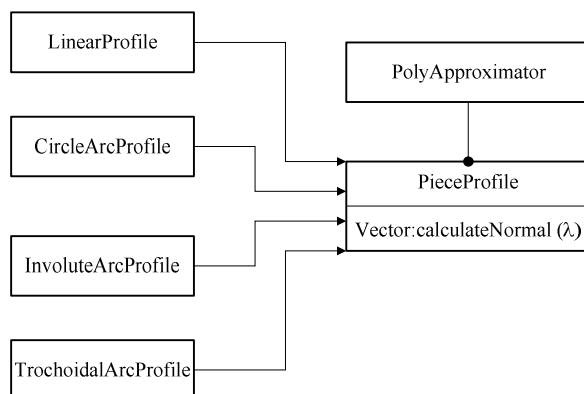


Fig. 2.5.1. Diagrama claselor

Odată vectorul normală calculat, poate fi determinată valoarea parametrului unghiular φ , și prin rezolvarea sistemelor de ecuație se pot determina coeficienții aproximării polinomiale. Rezolvarea sistemelor de ecuații se face folosind biblioteca de funcții matematice *JScience - Open Source Library*.

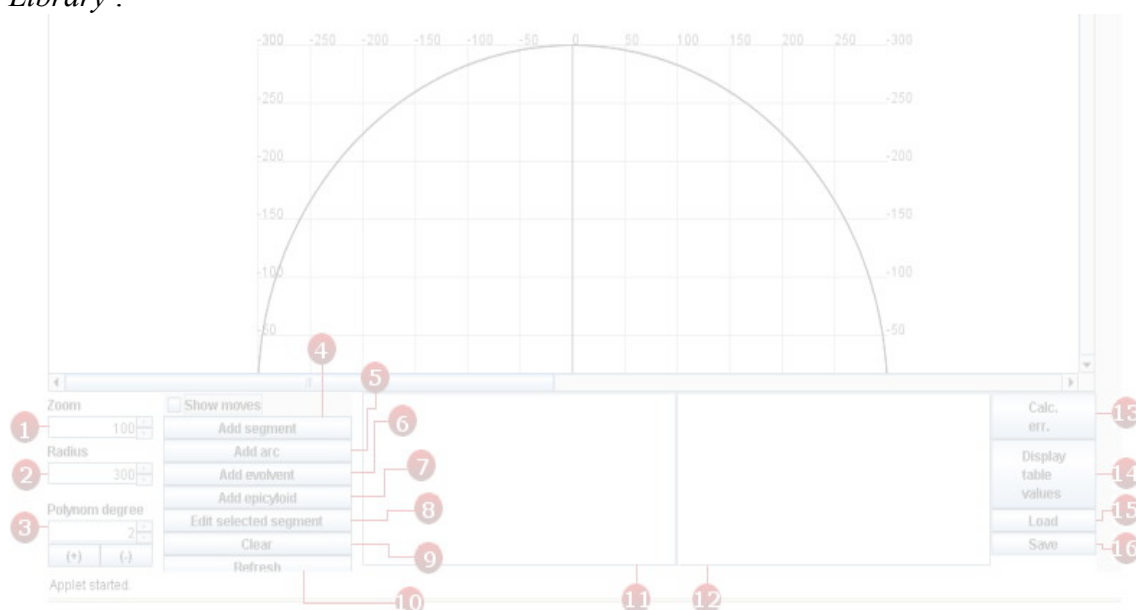


Fig. 2.5.2. Interfața principală a aplicației

• Descrierea aplicației

În această secțiune este descrisă interfața utilizator a aplicației dezvoltate. Cele mai importante elemente vizuale ale aplicației sunt prezentate în figura 2.5.2, după cum urmează:

- 1– controlează nivelul de zoom din fereastra de afișare;
- 2– modifică raza R_{pp} a centrului C_1 (centroida piesei);
- 3– modifică gradul polinomului de aproximare ce urmează a fi obținut;
- 4– adaugă un segment de dreaptă la profilul compus; segmentul este determinat de capetele sale (figura 2.5.3);
- 5– adaugă un arc de cerc la profilul compus, specificând capetele sale și raza

ceroului de care aparține; specificând raza pozitivă sau negativă se poate controla poziția relativă a centrului ceroului (figura 2.5.4), pentru profil concav (a) sau convex (b).

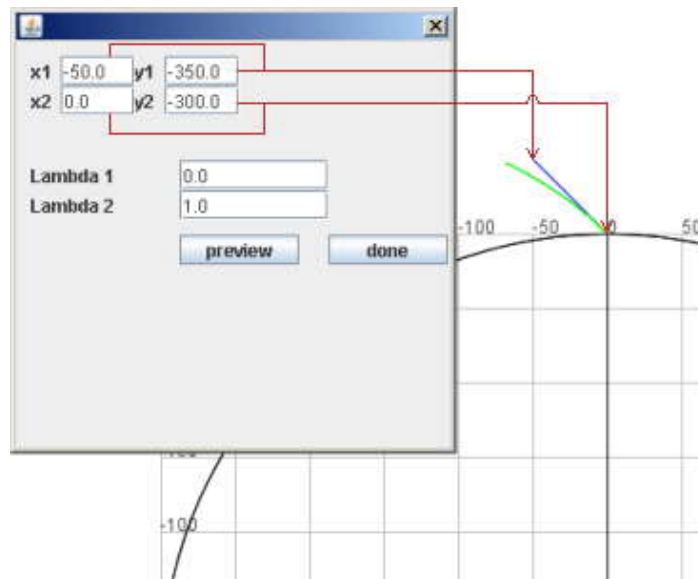
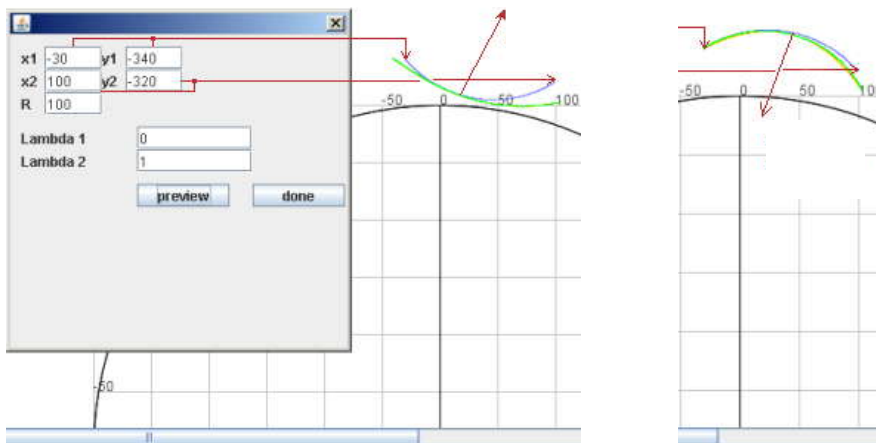


Fig. 2.5.3. Adăugarea unui segment de dreaptă la profil



a).

b).

Fig. 2.5.4. Adăugarea unui arc de cerc

6– adaugă un arc de evolventă la profilul compus, definit prin: poziția punctului inițial, raza ceroului de bază al evolventei R_b , raza interioară (R_i) și raza exterioară (R_e). De asemenea, sensul trigonometric (sau invers-trigonometric) poate fi specificat (figura 2.5.5); 7– adaugă un arc de epicicloidă la profilul compozit, definit prin: poziția punctului inițial, raza r a eiciclului, raza ceroului fix $R = R_{fp}$ și intervalul de variație a parametrului α (când α variază între 0 și $\alpha = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{R}$ epiciclul execută o rotație completă în jurul ceroului fix). De asemenea, sensul trigonometric (sau invers-trigonometric) poate fi specificat (figura 2.5.6).

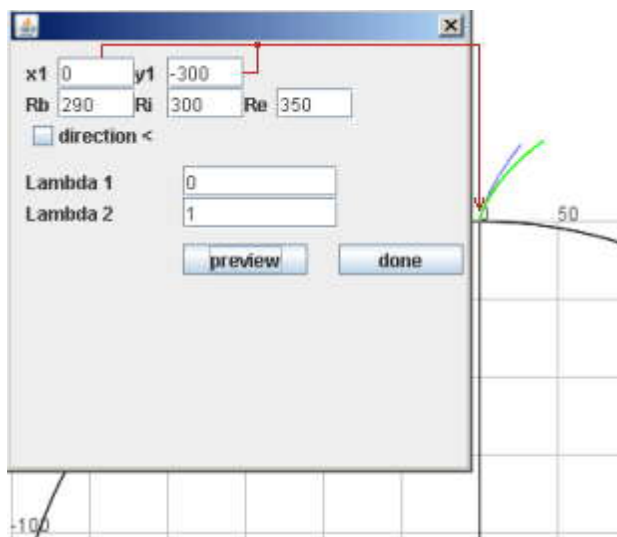


Fig. 2.5.5. Adăugarea unui arc de evolventă

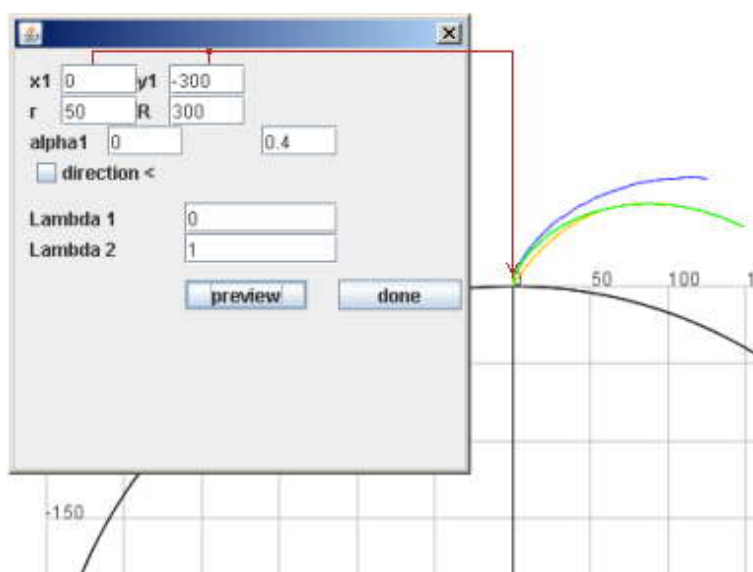


Fig. 2.5.6. Adăugarea unui arc de epicicloidă

8– acest buton permite editarea profilului elementar selectat (selectat din lista continand profilurile elementare, vezi pasul 11); 9– elimina profilul elementar selectat din proiect;
 10– redesenează fereastra principala; 11– lista conținând toate profilele elementare adăugate la profilul compozit; 12– zonă de afișare a diferitelor mesaje privind eroarea de aproximare a polinoamelor, pentru fiecare profil elementar;
 13– acest buton pornește execuția procedurii de calcul al erorii maxime, pentru fiecare profil elementar; 14– butonul deschide o nouă fereastră care afișează un tabel cu rezultatele comparative ale profilului teoretic si aproximat; de asemenea sunt afișate si erorile de aproximare; 15/16. – aceste butoane permit salvarea și încărcarea unor fișiere conținând profilurile compuse, vezi si figurile 2.5.7 si 2.5.8.

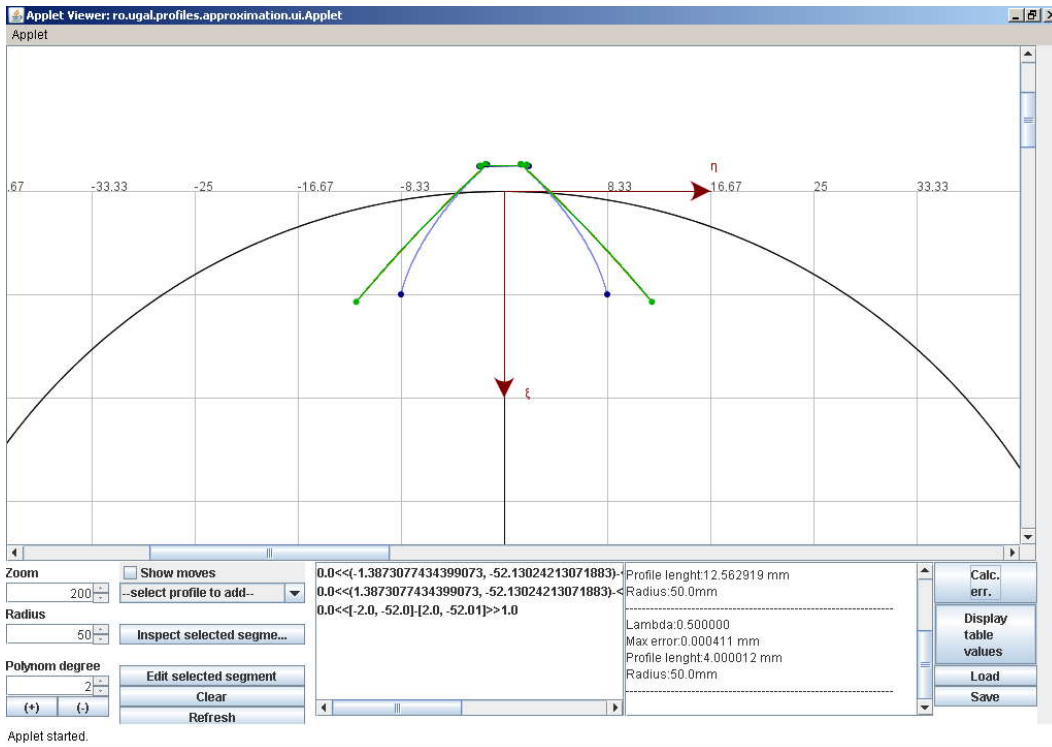


Fig.2.5.7. Profilarea aproximativă a unei roți dințate. Scula cremalieră

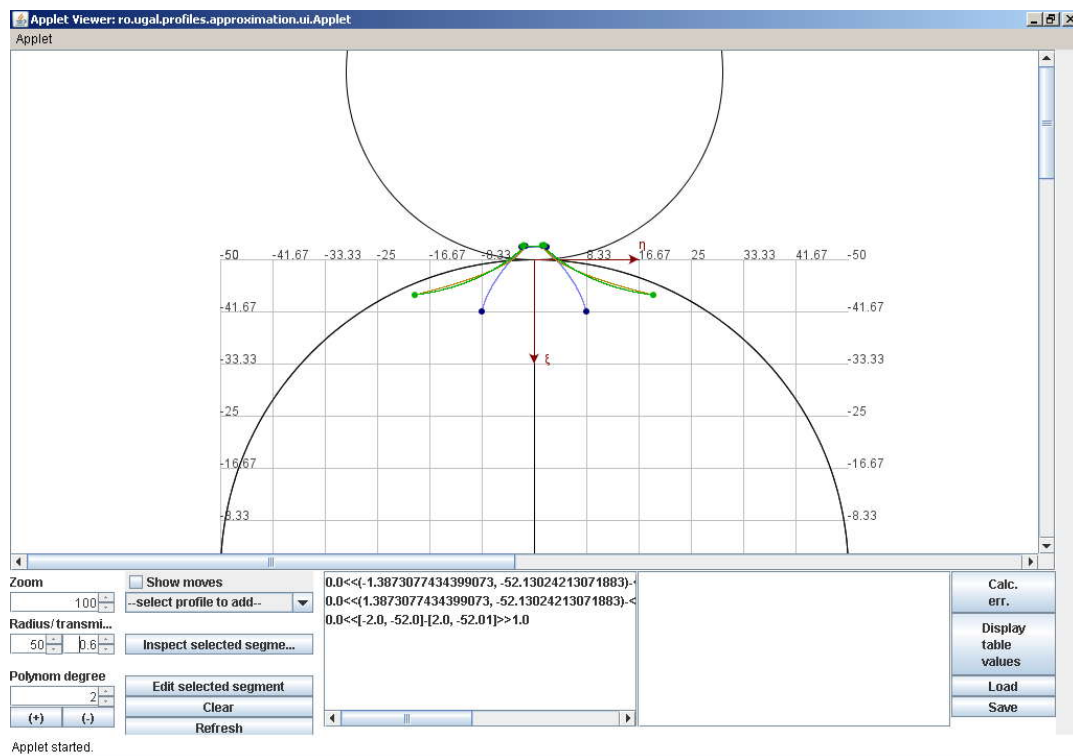


Fig. 2.5.8. Profilarea aproximativă a unei roți dințate. Cuțitul roată

2.5.2. Implementarea unui algoritm de aproximare a profilurilor sculelor generatoare de suprafețe elicoidale

Pe baza algoritmului de determinare, prin polinoame Bezier, a aproximărilor sculelor generatoare de suprafețe elicoidale, a fost implementată o aplicație în limbajul Java. Aplicația a fost realizată sub forma unui applet, ușor de inclus în pagini web.

Suprafețele elicoidale sunt produse de freze așchietoare prin rotirea piesei ce urmează a fi prelucrată și translația simultană în direcția axei de rotație.

Funcție de suprafața ce se dorește a fi obținută putem considera o curbă spațială – profilul generator; rotind și translatând simultan această curbă, aplicând condiția de înfășurare, se poate calcula profilul axial al sculei ce generează suprafața elicoidală considerată. Mai mult, așa cum s-a văzut și în urma experimentelor efectuate, condiția de înfășurare poate fi evaluată doar într-un număr redus de puncte de pe profilul generator, și prin aproximări polinomiale successive, se poate calcula cu ușurință o aproximare suficient de precisă a profilului axial al sculei.

• Algoritm

Fie P aproximarea printr-un polinom Bezier a profilului generator (fig. 1.a):

$$P: \begin{cases} X = P_X(\lambda) \\ Y = P_Y(\lambda), \lambda \in [0,1] \\ Z = P_Z(\lambda) \end{cases} \quad (2.5.7)$$

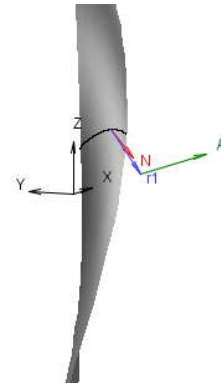
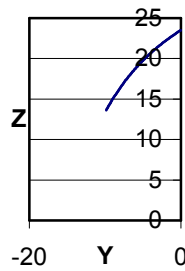


Fig.2.5.9. (a) Generatoarea arc de cerc – planul axial zOy și (b) suprafața elicoidală asociată.

Rotind (cu unghiul φ) și translatând (cu $p\varphi$, unde p este o constantă) simultan curba P ,

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_X(\lambda) \\ P_Y(\lambda) \\ P_Z(\lambda) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p\varphi \end{pmatrix}, \quad (2.5.8)$$

se obține suprafața elicoidală Π (fig. 1.b).

$$\Pi(\lambda, \varphi) \begin{cases} X = P_X(\lambda) \cdot \cos\varphi - P_Y(\lambda) \cdot \sin\varphi; \\ Y = P_X(\lambda) \cdot \sin\varphi + P_Y(\lambda) \cdot \cos\varphi; \\ Z = p \cdot \varphi. \end{cases} \quad (2.5.9)$$

Vectorul normă la suprafața Π , poate acum fi ușor determinat:

$$\vec{N}_\Pi = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \Pi_X'(\varphi) & \Pi_Y'(\varphi) & p \\ \Pi_X'(\lambda) & \Pi_Y'(\lambda) & 0 \end{vmatrix}, \quad (2.5.10)$$

$$\text{sau } \vec{N}_\Pi = N_X \vec{i} + N_Y \vec{j} + N_Z \vec{k}. \quad (2.5.11)$$

Funcție de scula folosită la generarea suprafeței, trebuie considerat un al vector \vec{A} , drept axă a sculei.

Se pot determina astfel, perechi de parametrii (λ, φ) astfel încât vectorii \vec{N}_Π și \vec{A} sunt coplanari (condiția de înfășurare); considerând un număr redus de valori ale parametrului λ –

fie $\lambda \in \left(0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\right)$ – se determină valorile corespunzătoare ale parametrului φ .

Astfel, se obțin 4 puncte aparținând curbei caracteristice (fig. 2.5.9.b):

$$C_{\Pi} = \begin{pmatrix} X_{C_{\Pi},\lambda=0} & Y_{C_{\Pi},\lambda=0} & Z_{C_{\Pi},\lambda=0} \\ X_{C_{\Pi},\lambda=1/3} & Y_{C_{\Pi},\lambda=1/3} & Z_{C_{\Pi},\lambda=1/3} \\ X_{C_{\Pi},\lambda=2/3} & Y_{C_{\Pi},\lambda=2/3} & Z_{C_{\Pi},\lambda=2/3} \\ X_{C_{\Pi},\lambda=1} & Y_{C_{\Pi},\lambda=1} & Z_{C_{\Pi},\lambda=1} \end{pmatrix}. \quad (2.5.12)$$

Transformând coordonatele aparținând curbei discrete C_{Π} din sistemul de referință al suprafeței elicoidale în sistemul de referință al sculei (fig. 2.5.10), o a doua curbă discretă, I_{Π} , cu 4 puncte, de pe suprafața sculei este obținută:

$$I_{\Pi} = \begin{pmatrix} X_{I_{\Pi},\lambda=0} & Y_{I_{\Pi},\lambda=0} & Z_{I_{\Pi},\lambda=0} \\ X_{I_{\Pi},\lambda=1/3} & Y_{I_{\Pi},\lambda=1/3} & Z_{I_{\Pi},\lambda=1/3} \\ X_{I_{\Pi},\lambda=2/3} & Y_{I_{\Pi},\lambda=2/3} & Z_{I_{\Pi},\lambda=2/3} \\ X_{I_{\Pi},\lambda=1} & Y_{I_{\Pi},\lambda=1} & Z_{I_{\Pi},\lambda=1} \end{pmatrix}. \quad (2.5.13)$$

Secțiunea axială a sculei - S_A (fig. 2.5.11), se poate calcula după cum urmează:

$$S_A \begin{cases} H_{\lambda} = Z_{I_{\Pi},\lambda} \\ R_{\lambda} = \left(\sqrt{X_{I_{\Pi},\lambda}^2 + Y_{I_{\Pi},\lambda}^2} \right)_i \end{cases}, \quad (2.5.14)$$

$$\lambda \in \left(0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1 \right)$$

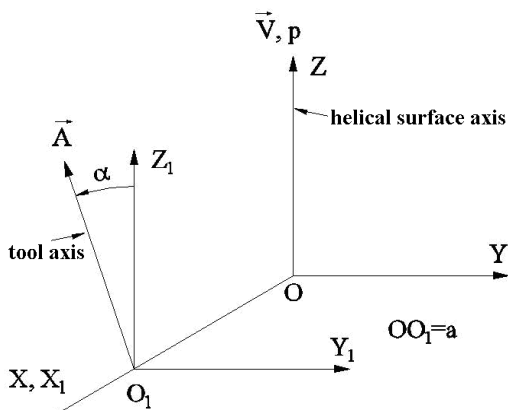


Fig. 2.5.10. Sisteme de referință (sistem fix ,XYZ; al sculei, X_1, Y_1, Z_1)

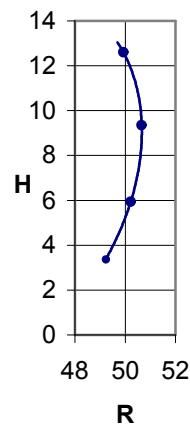


Fig. 2.5.11. Profilul axial al sculei- S_A

Interpolând punctele curbei I_{Π} printr-un polinom Bezier, un profil aproximativ, Q pentru secțiunea axială a sculei este obținut.

Notă:

- Dacă profilul generator este dat ca o curbă spațială continuă și derivabilă, această curbă poate fi folosită în calculele de mai sus, în locul polinomului P. Considerând valori suficient

de dense ale parametrului λ (e.g.: 10^3 valori ale parametrului λ) se obține un profil axial al sculei suficient de precis. Aceste rezultate vor fi folosite pentru a determina eroarea algoritmului de aproximare prin polinoame Bezier.

- b) Funcție de scula de așchiere folosită, axa sculei - \vec{A} , și O_1 - originea sculei, vor fi considerate după cum urmează:

-scula disc

$$\vec{A} = -\sin(\alpha)\vec{j} + \cos(\alpha)\vec{k}, \quad (2.5.15)$$

$$O_1 = (a, 0, 0);$$

-scula cilindrică

$$\vec{A} = -\sin(\alpha)\vec{j} + \cos(\alpha)\vec{k}, \quad (2.5.16)$$

$$O_1 = (\infty, 0, 0);$$

-scula cilindro-frontală

$$\vec{A} = \vec{i}, \quad (2.5.17)$$

$$O_1 = (0, 0, 0).$$

Drept urmare, transformarea de coordonate folosită la determinarea S_A se poate exprima după cum urmează:

$$\begin{pmatrix} X_{I_n} \\ Y_{I_n} \\ Z_{I_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{G_n} \\ Y_{G_n} \\ Z_{G_n} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} O_1x \\ O_1y \\ O_1z \end{pmatrix}, \quad (2.5.18)$$

$$\text{unde } \alpha = 0 \text{ în cazul sculei cilindro-frontale și } \alpha = \arctan\left(\frac{D}{2p}\right) \quad (2.5.19)$$

în celelalte cazuri, și D este diametrul exterior al suprafeței elicoidale.

• Aplicație soft in limbajul Java

Principalul obiectiv al aplicației este de a permite utilizatorilor determinarea profilului sculelor care generează suprafețe elicoidale, când un număr limitat de puncte de pe aceste suprafețe, sunt cunoscute (măsurate cu o mașină de măsurat 3D).

De asemenea, algoritmul se poate aplica pentru determinarea erorii de aproximație (Nota, pct. A) pentru o serie de profiluri analitice elementare: arc de cerc (în plan axial sau transversal), arc de evolventă în plan transversal, segment de dreaptă în plan axial.

Așa cum s-a prezentat în secțiunea anterioară, majoritatea calculelor pot fi efectuate fără a cunoaște tipul de profil elementar generator ce urmează a fi studiat (segment de dreaptă, arc de cerc, evolventă) și nici tipul de sculă folosită la prelucrare. Dacă există o metodă care determină derivată de ordinul I în orice poziție arbitrar aleasă de pe profilul generator, este irelevant din punctul de vedere al algoritmului de aproximare ce tip de suprafață elicoidală urmează a fi generată.

Mai mult, este suficient să specificăm originea sculei și direcția axei acesteia, pentru a determina condiția de înfășurare și a efectua transformarea din sistemul de coordonate al suprafeței elicoidale, în sistemul de coordonate al sculei.

Această abordare se potrivește perfect paradigmei de Programare Orientată Obiect (POO). Aplicația poate astfel fi ușor extinsă, considerând și alte profiluri elementare ca și generatoare doar implementând o metodă de calcul a derivatei de ordinul I pentru acest nou profil, în orice poziție arbitrar aleasă în lungul acestuia.

• Descrierea aplicație

În cele ce urmează vor fi descrise principalele elemente vizuale ale aplicației realizate. În fig. 2.5.12 este prezentată interfața utilizator a aplicației:

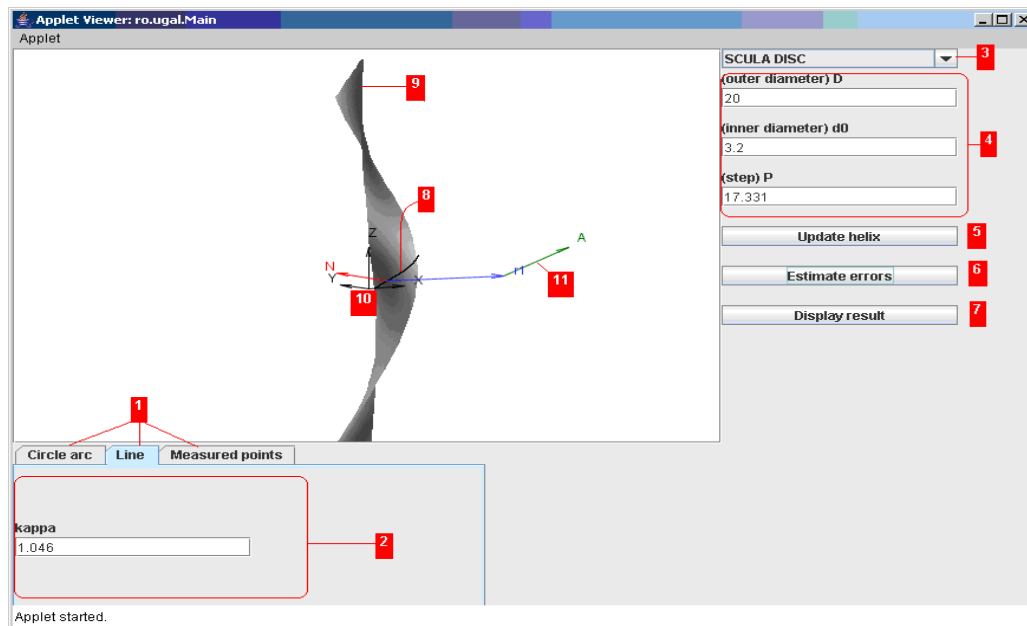


Fig.2.5.12. Interfața aplicației

- 1– selecția tipului de profil generator;
- 2– configurarea diferiților parametri ai profilului generator (în cazul “Measured points” – o listă de coordonate ale punctelor măsurate poate fi introdusă);
- 3– selecția tioului sculei;
- 4– o serie de parametri ai suprafeței elicoidale: diametrul exterior, diametrul interior, parametrul elicoidal;
- 5– redesenează suprafața elicoidală ținând cont de parametrii selecție/editați mai sus;
- 6– calculează eroarea de aproximare;
- 7– afișează sub formă tabelară rezultatele comparative – profilul teoretic al sculei generatoare și profilul aproximat, determinat prin algoritmul descris anterior;
- 8– curba caracteristică;
- 9– suprafața elicoidală
- 10– originea și sistemul de coordonate ale suprafeței elicoidale

11-axa sculei, vezi si figurile 2.5.13 si 2.5.14.

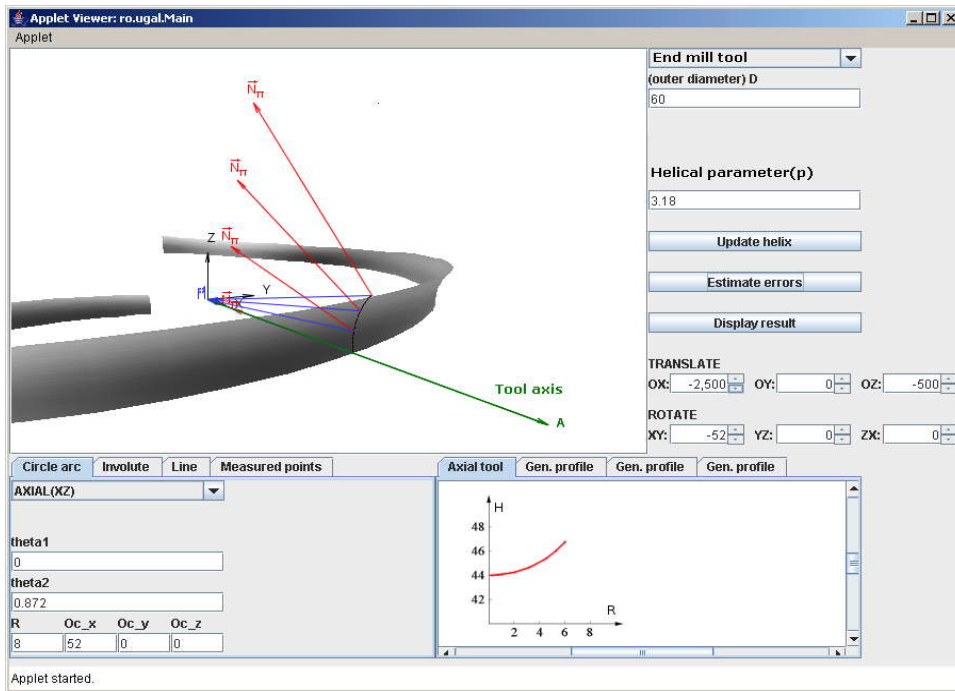


Fig.2.5.13 Scula cilindro-frontală

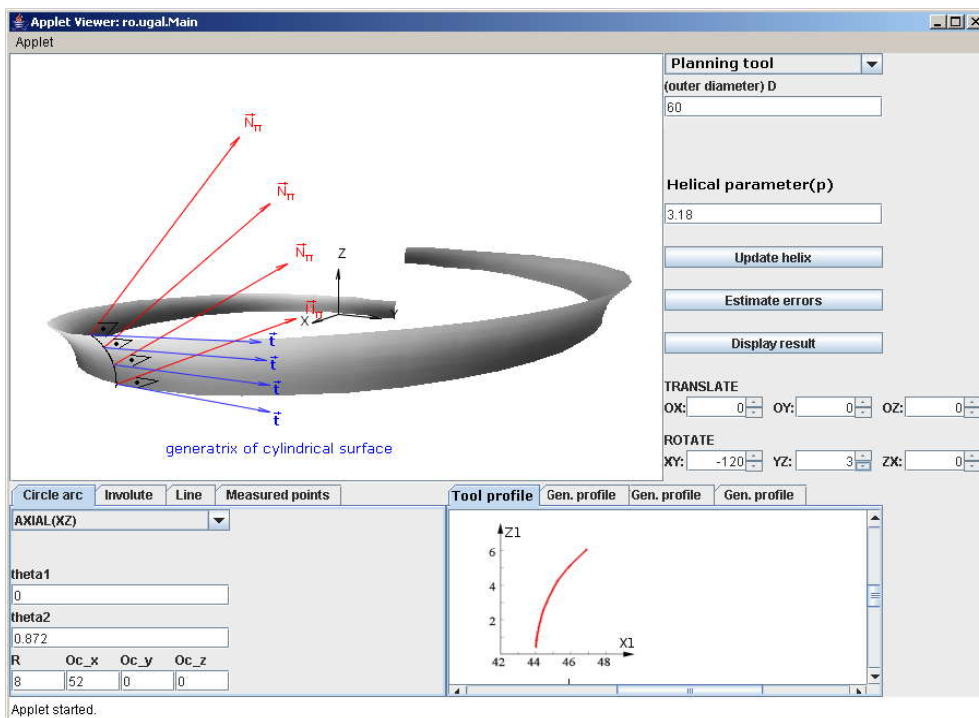


Fig.6. Scula cilindrică

Obiectivul 3. Elaboararea unui model de predicție și compensare a erorii de generare a suprafeței de prelucrat prin simularea unei suprafețe țintă fictivă și profilarea corectivă a sculei în raport cu acest model fictiv al suprafeței de generat , prin metode de reprezentare discretă

Generarea suprafețelor elicoidale prin metoda înfășurării este însoțită de erori de generare datorate: rigidității nesatisfăcătoare a sistemului tehnologic; uzurii neuniforme a sculei; deformației termice a sistemului tehnologic etc.

În cele mai multe cazuri, cunoașterea corectă a cauzelor erorilor precum și a sensului în care acestea influențează forma și dimensiunile suprafeței generate sunt imposibil de determinat.

Mașinile-unelte cu comandă numerică pot permite o diminuare a erorii suprafeței generate prin prelucrarea succesivă în mai mulți “pași”. Aceasta presupune existența pe mașină a unui sistem pentru măsurarea suprafeței *efectiv generate*, astfel că determinarea acesteia punct cu punct, va conduce la o cunoaștere discretă a suprafeței generate(sistemul OMM).

Pornind de la această suprafață efectivă, cunoscută printr-un număr finit de puncte, se poate determina un nou profil corectat pentru scula generatoare care, la reluarea prelucrării, să determine în procesul de generare o nouă suprafață efectiv generată cu o abatere mai redusă față de suprafața geometrică.

O astfel de modalitate de abordare a generării suprafețelor presupune rezolvarea a două probleme:

- determinarea unei suprafețe *fictive* - o nouă suprafață țintă, diferită de suprafața geometrică exactă;
- reprofilarea sculei, în scopul corectării profilului inițial al acesteia, profilare ce trebuie făcută pornind de la o suprafață măsurată și cunoscută, evident, discret.

De alegerea corespunzătoare a suprafeței fictive și făcând supoziția ca sistemul tehnologic va reacționa în același mod ca în faza prelucrării suprafeței efective (măsurate) și acceptată ca bază de pornire în acțiunea de corecție, se poate conchide că prelucrarea cu scula corectată va conduce la o suprafață efectivă mai apropiată de suprafața teoretică de prelucrat.

Algoritmul de corecție poate fi gândit și pentru o fabricație de serie, la care corecția sculei se aplică după măsurarea primelor piese prelucrate, în scopul reducerii erorilor restului de repere prelucrate din lot.

ACTIVITATEA 3.1. ELABORAREA UNOR MODELE DE PREDICȚIE A MĂRIMII ERORII DE GENERARE

3.1.1. Generatoarea teoretică, efectivă și fictivă

Data fiind o suprafața elicoidală cilindrică și de pas constant, cunoscută prin ecuațiile sale parametrice, se poate accepta ca, în planul transversal axei acesteia, generatoarea suprafeței elicoidale este o curbă ce se poate reprezenta discret în forma,

$$G_T = \begin{bmatrix} X_{T_1} & X_{T_2} & \dots & X_{T_n} \\ Y_{T_1} & Y_{T_2} & \dots & Y_{T_n} \end{bmatrix}^T \quad (3.1.1)$$

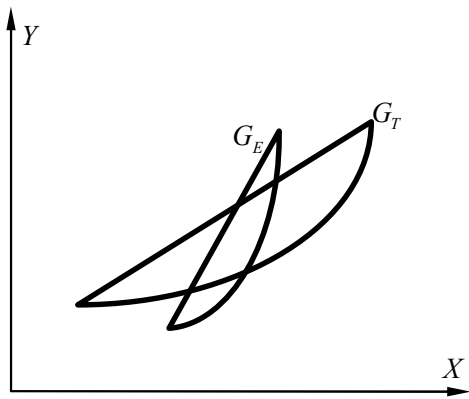


Fig 3.1.1. Secțiunea transversală: Generatoarea teoretică G_T ; Generatoarea efectivă G_E

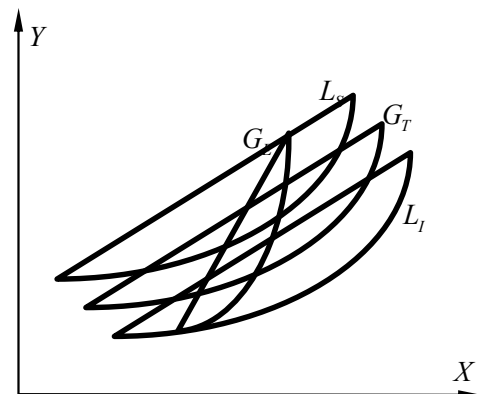


Fig. 3.1.2. Limite între care poate varia generatoarea efectivă

Reprezentarea în formă discretă a secțiunii transversale G_T , se poate obține prin variația incrementală a unuia dintre parametrii variabili ai suprafeței.

Generatoarea efectivă (G_E), în același plan cu generatoarea teoretică, are de regulă, o formă deosebită de aceasta din urmă, figura 5.2.

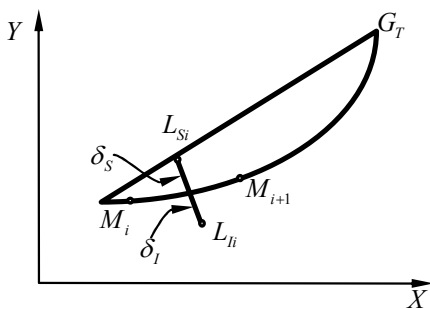


Fig. 3.1.3. Distanțele δ_S și δ_I

Convențional, se pot defini curbe echidistante secțiunii transversale – G_T , ca abateri limită între care poate varia generatoarea efectivă - G_E . Fie L_I și L_S aceste curbe limită, figura 3.1.2..

Pentru punctul curent de pe generatoarea teoretică - G_T , figura 3.1.3, se pot defini punctele aparținând liniilor L_I și L_S , corespunzătoare acestora.

Se determină normala la segmentul de dreaptă determinat de două puncte alăturate aparținând curbe G_T și se măsoară în lungul acestei normale mărimile δ_S și δ_I (pentru modelul propus, în două sensuri diferite).

Pentru punctele curente al celor două linii L_I și L_S , rezultă expresiile:

$$L_S : \begin{cases} X_{S_i} = X_{T_i} - \delta_S \cos \alpha_i; \\ Y_{S_i} = Y_{T_i} + \delta_S \sin \alpha_i \end{cases} \quad (3.1.2)$$

și

$$L_I: \begin{cases} X_{I_i} = X_{T_i} - \delta_I \cos \alpha_i; \\ Y_{I_i} = Y_{T_i} + \delta_I \sin \alpha_i; \end{cases} \quad (3.1.3)$$

în care,

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{|Y_{T_{(i+1)}} - Y_{T_i}|}{|X_{T_{(i+1)}} - X_{T_i}|}. \quad (3.1.4)$$

În acest fel, liniile limită, superioară și inferioară, pot fi definite de vectorii:

$$L_S = \left\| \begin{matrix} X_{S_1} & X_{S_2} & \dots & X_{S_n} \\ Y_{S_1} & Y_{S_2} & \dots & Y_{S_n} \end{matrix} \right\|^T \quad (3.1.5)$$

și

$$L_I = \left\| \begin{matrix} X_{I_1} & X_{I_2} & \dots & X_{I_n} \\ Y_{I_1} & Y_{I_2} & \dots & Y_{I_n} \end{matrix} \right\|^T. \quad (3.1.6)$$

Cunoscută fiind forma efectivă (măsurată) a secțiunii transversale a suprafeței elicoidale generate, fie

$$S_E = \left\| \begin{matrix} X_{E_1} & X_{E_2} & \dots & X_{E_n} \\ Y_{E_1} & Y_{E_2} & \dots & Y_{E_n} \end{matrix} \right\|^T, \quad (3.1.7)$$

acestea, se pot determina pozițiile punctelor aparținând acestora, în raport cu liniile L_S și L_I .

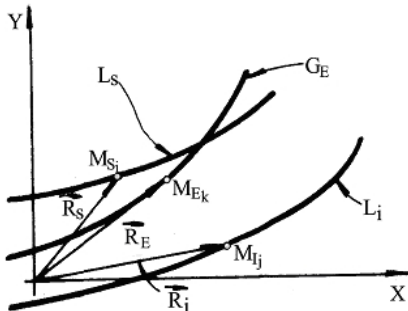


Fig. 3.1.4. Poziția generatoarei G_E

Pentru un punct oarecare al liniei efective se determină poziția sa în raport cu liniile L_S și L_I , calculând distanțele:

$$\Delta_S = \left| \sqrt{X_{S_i}^2 + Y_{S_i}^2} - \sqrt{X_{E_k}^2 + Y_{E_k}^2} \right|; \quad (3.1.8)$$

$$\Delta_I = \left| \sqrt{X_{I_j}^2 + Y_{I_j}^2} - \sqrt{X_{E_k}^2 + Y_{E_k}^2} \right|, \quad (3.1.9)$$

ca minime ale valorilor pentru un punct oarecare considerat pe generatoarea efectivă.

Comparând modulele Δ_S și Δ_I , se poate stabili poziția

punctului M_{E_k} față de liniile L_I și L_S .

Se calculează distanțele:

$$\Delta_{ES} = \left| \overline{M_{S_i} M_{E_k}} \right| = \left| \sqrt{(X_{E_k} - X_{S_i})^2 + (Y_{E_k} - Y_{S_i})^2} \right|; \quad (3.1.10)$$

$$\Delta_{SI} = \left| \overline{M_{I_j} M_{S_i}} \right| = \left| \sqrt{(X_{I_j} - X_{S_i})^2 + (Y_{I_j} - Y_{S_i})^2} \right|; \quad (3.1.11)$$

$$\Delta_{EI} = \left| \overline{M_{E_k} M_{I_j}} \right| = \left| \sqrt{(X_{E_k} - X_{I_j})^2 + (Y_{E_k} - Y_{I_j})^2} \right|. \quad (3.1.12)$$

Dacă, de exemplu:

- $\Delta_{EI} > \Delta_{SI}$, punctul M_{E_k} este "deasupra" liniei L_S (în afara câmpului de toleranță);
- $\Delta_{ES} < \Delta_{SI}$ și $\Delta_{EI} < \Delta_{SI}$, punctul M_{E_k} este în interiorul câmpului de toleranță și, în principiu, profilul se consideră corect;
- $\Delta_{EI} > \Delta_{SI}$, punctul M_{E_k} este "sub" linia L_I (în afara câmpului de toleranță), iar suprafața efectivă poate fi în acest caz considerată rebut.

Generatoarea și suprafața “fictivă”

Se propune considerarea noțiunii de *generatoare fictivă*, diferită de *generatoarea teoretică* și care să aibă față de aceasta din urmă o formă care să permită compensarea erorilor nedeterminate din procesul de generare.

Se propune definiția *generatoarei fictive* ca *imaginea în oglindă* a liniei G_E față de *generatoarea teoretică*. În acest fel, se poate considera că factorii perturbatori, acționând în același fel, vor conduce la obținerea unei generatoarei G_E mai apropiată de forma teoretică a secțiunii transversale a suprafeței, la o nouă reluare a procesului de generare.

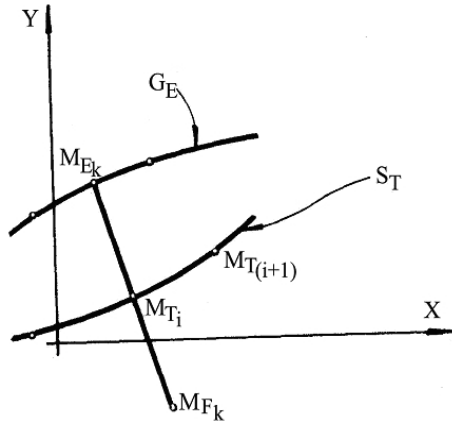


Fig. 3.1.5. Puncte pe generatoarea fictivă - G_F

Fie, figura 3.1.5, poziția definită a punctului M_{E_k} de pe generatoarea efectivă. Pentru punctul M_{E_k} de pe generatoarea efectivă se determină punctul de pe generatoarea teoretică cel mai apropiat, fie M_{T_i} , acesta, determinat din condiția de minim a distanței

$$d_{\min} = \left| \sqrt{(X_{E_k} - X_{T_i})^2 + (Y_{E_k} - Y_{T_i})^2} \right|. \quad (3.1.13)$$

Punctul M_{F_k} al generatoarei fictive, ca punct aflat pe normala dusă din M_{E_k} pe segmentul $\overline{M_{T_i}M_{T_{(i+1)}}$ la distanța

$$\overline{M_{T_i}M_{F_k}} = \overline{M_{E_k}M_{T_i}}.$$

$$M_{F_k} \begin{cases} X_{M_{F_k}} = X_{M_{E_k}} + 2d_{\min} \sin \alpha_i; \\ Y_{M_{F_k}} = Y_{M_{E_k}} - 2d_{\min} \cos \alpha_i, \end{cases} \quad (3.1.14)$$

în care

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \left| \frac{Y_{T_{(i+1)}} - Y_{T_i}}{X_{T_{(i+1)}} - X_{T_i}} \right|. \quad (3.1.15)$$

Ansamblul punctelor M_{F_k} formează *generatoarea fictivă*, reprezentată în formă discretă printr-o matrice de forma

$$G_F = \left\| \begin{matrix} X_{F_1} & X_{F_2} & \dots & X_{F_k} \\ Y_{F_1} & Y_{F_2} & \dots & Y_{F_k} \end{matrix} \right\|^T \quad (3.1.16)$$

care, în mișcarea elicoidală de axa $\bar{V}(Z)$ și parametru elicoidal “p”, generează o “suprafață elicoidală” ca referință pentru profilarea sculei-disc modificată (corectată) față de profilul sculei corespunzător suprafeței teoretice,

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \omega_3^T(j\theta) \begin{pmatrix} X_{F_k} \\ Y_{F_k} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ pj\theta \end{pmatrix} \quad (j=1,2,\dots,m) \quad (3.1.17)$$

sau

$$\Sigma_F = \left\{ \begin{array}{cccc} X_{F_1} & X_{F_2} & \dots & X_{F_k} \\ Y_{F_1} & Y_{F_2} & \dots & Y_{F_k} \\ Z_{F_1} & Z_{F_2} & \dots & Z_{F_k} \end{array} \right\}_{j\theta}^T \quad (j=1,2,\dots,m), \quad (3.1.18)$$

cu θ parametru unghiular de rotație .

Profilarea sculei-disc în baza suprafeței fictive Σ_F (3.1.18) se face apelând la metoda tangentelor, în comparație cu una dintre metodele cunoscute.

Profilarea de corecție a sculei-disc în baza metodei tangentelor

În obiectivul 2, a fost prezentată modalitatea de reprezentare în formă discretă a suprafeței elicoidale cilindrice și de pas constant.

Dacă, se consideră că secțiunea transversală S_T , vezi figura 3.1.6, a suprafeței elicoidale este

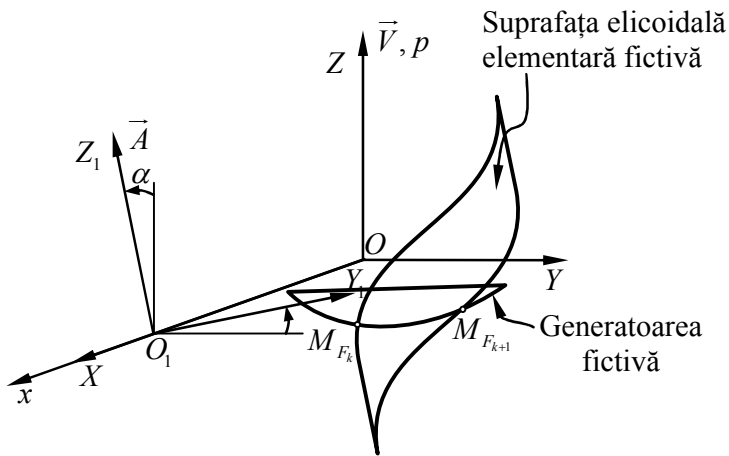


Fig. 3.1.6. Profilarea sculei-disc, metoda tangentelor, generatoarea fictiva- G_F

generatoarea fictivă G_F , vezi definițiile (3.1.14) și (3.1.15), atunci normala la suprafața elicoidală fictivă este calculabilă .Se poate elabora, în baza reprezentării în formă discretă a suprafeței elicoidale fictive, un algoritm pentru profilarea sculei-disc, vezi figura 3.1.6.

Pentru linia elicoidală corespunzătoare punctului M_i de pe generatoarea fictivă - G_F - care are ecuații de forma (3.1.16), condiția ca normala la suprafața elicoidală fictivă să intersecteze axa sculei-disc se

reduce la

$$\left(\overrightarrow{N_{\Sigma_F}} \cdot \overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{r_F} \right) = 0 \quad (3.1.19)$$

în care:

- $\overrightarrow{N_{\Sigma_F}}$ este normala la suprafața elicoidală fictivă, cu

$$\begin{cases} \overrightarrow{N_{X_F}} = p \cdot [\cos \beta_{F_k} \cdot \sin \varphi + \sin \beta_{F_k} \cdot \cos \varphi]; \\ \overrightarrow{N_{Y_F}} = -p \cdot [\cos \beta_{F_k} \cdot \cos \varphi - \sin \beta_{F_k} \cdot \sin \varphi]; \\ \overrightarrow{N_{Z_F}} = -X_i \cdot \cos \beta_{F_k} - Y_i \cdot \sin \beta_{F_k}; \end{cases} \quad (3.1.20)$$

pentru β_{F_k} vezi definiția din activitatea 1.2;

- \overrightarrow{A} - axa sculei-disc a cărui profil urmează a fi corectat,

$$\overrightarrow{A} = -\sin \alpha \cdot \vec{j} + \cos \alpha \cdot \vec{k}; \quad (3.1.21)$$

- $\overrightarrow{r_F}$ - vectorul curent pe suprafața elicoidală fictivă elementară,

$$\overrightarrow{r_F} = [X_{F_k} \cdot \cos \varphi - Y_{F_k} \cdot \sin \varphi] \cdot \vec{i} + [X_{F_k} \cdot \sin \varphi + Y_{F_k} \cdot \cos \varphi] \cdot \vec{j} + p \cdot \varphi \cdot \vec{k}. \quad (3.1.22)$$

Notă: se consideră vectorul \vec{r}_F ca fiind vectorul punctului curent pe linia elicoidală corespunzătoare punctului M_i de pe secțiunea transversală fictivă a suprafeței elicoidale corectate.

Ansamblul ecuațiilor reprezentând condiția de înfășurare, în care se ține seama de definițiile secțiunii transversale fictive ale suprafeței (3.1.13)(3.1.14)(3.1.15), și ale familiei de suprafețe elicoidale elementare:

$$\begin{cases} X = X_{F_k} \cdot \cos \varphi - Y_{F_k} \cdot \sin \varphi; \\ Y = X_{F_k} \cdot \sin \varphi + Y_{F_k} \cdot \cos \varphi; \\ Z = p \cdot \varphi, \end{cases} \quad (3.1.23)$$

unde $k=0,1,2,3,\dots,m$, reprezintă caracteristica suprafeței de revoluție reciproc înfășurătoare suprafeței elicoidale fictive.

Scula-disc astfel profilată este o sculă cu profil corectat, care va genera corecția suprafeței elicoidale.

Profilarea sculei-disc cu metoda distanței minime

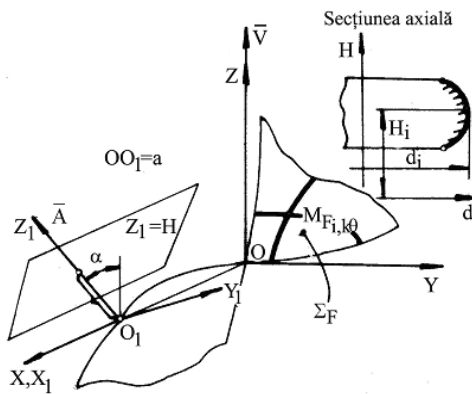


Fig. 3.1.7. Sisteme de referință

Cunoscând suprafața elicoidală fictivă (3.1.18), se poate profila scula-disc reciproc înfășurătoare apelând la metoda “distanței minime”.

Astfel, suprafața elicoidală fictivă (3.1.18) se raportează la sistemul de referință al sculei-disc, figura 3.1..7, $X_1Y_1Z_1$ -prin transformarea:

$$X_1 = \alpha \cdot (X - a); \quad (3.1.24)$$

$$a = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}; \quad (3.1.25)$$

$$X = \begin{pmatrix} X_{F_k} \\ Y_{F_k} \\ Z_{F_k} \end{pmatrix}, \text{ matricea punctului curent pe } \Sigma_F. \quad (3.1.26)$$

Se ajunge la o expresie de forma

$$\Sigma_F^1 = \left\{ \begin{matrix} \left\| \begin{matrix} X1_{F_1} & X1_{F_2} & \dots & X1_{F_k} \end{matrix} \right\|^T \\ Y1_{F_1} & Y1_{F_2} & \dots & Y1_{F_k} \\ Z1_{F_1} & Z1_{F_2} & \dots & Z1_{F_k} \end{matrix} \right\}_{j\theta}, \quad j=1,2,\dots,m \quad (3.1.27)$$

a suprafeței fictive în sistemul de referință al sculei-disc.

În secțiunile plane $Z_1 = H$ (H - variabil) pe suprafețele de tipul (3.1.27) se determină punctele care satisfac condiția de minim a distanței față de axa $\vec{A}(Z_1)$

$$d = \sqrt{X_{1_{k,j\theta}}^2 + Y_{1_{k,j\theta}}^2}, \quad (3.1.28)$$

puncte care reprezintă curba de contact a sculei-disc cu suprafața elicoidală fictivă. Secțiunea axială a sculei-disc este dată de un vector de forma

$$S_A = \begin{vmatrix} H_1 & H_2 & \dots & H_n \\ d_1 & d_2 & \dots & d_n \end{vmatrix}. \quad (3.1.29)$$

Profilarea de corecție a sculei cilindro-frontale în baza metodei tangentelor

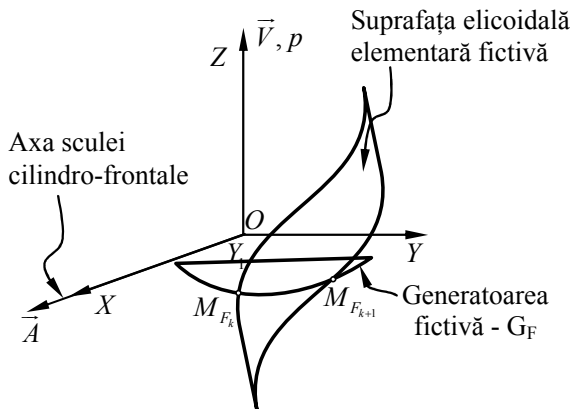


Fig. 3.1.8. Profilarea sculei cilindro-frontale, metoda tangentelor

În mod similar, se propune un model pentru profilarea de corecție a sculei cilindro-frontale, pentru generarea suprafeței elicoidale cilindrice și de pas constant, figura 3.1.8.

Acceptând pentru definiția suprafeței elicoidale elementare exprimările date anterior, vezi (3.1.22), condiția pentru determinarea curbei caracteristice la profilarea sculei cilindro-frontale trebuie definită ținându-se seama de poziția particulară a axei de rotație a sculei, care, în acest caz, este suprapusă axei X, vezi figura 3.1.8, $\vec{A} = \vec{i}$.

Condiția de înfășurare se reduce la

$$\left(\vec{N}_{\Sigma_F} \vec{r}_F \vec{i} \right) = 0.$$

(3.1.30)

Ansamblul de ecuații reprezentând familia de suprafețe elicoidale elementare fictive a suprafeței corectate și condiția de înfășurare reprezintă caracteristica suprafeței periferice primare a sculei cilindro-frontale corectate.

Profilarea de corecție a sculei cilindro-frontale în baza metodei distanței minime

Acceptând cunoașterea în formă discretă (punctuală) a suprafeței elicoidale, se propune, în baza metodei *distanței minime*, un algoritm pentru profilarea corectivă a sculei cilindro-frontale a cărei suprafață periferică este conjugată suprafeței elicoidale.

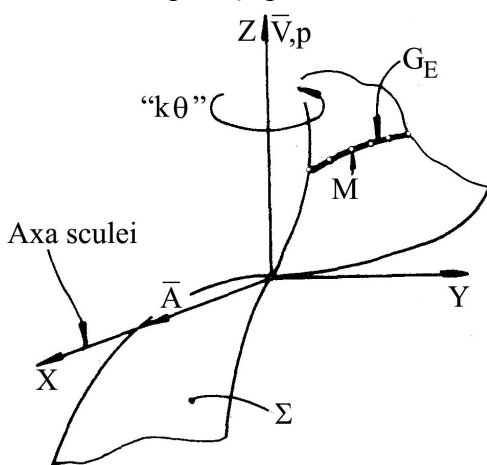


Fig. 3.1.9. Axa sculei cilindro-frontale

În figura 3.1.9, sunt prezentate sistemele de referință și poziția relativă a axelor:

- \vec{A} este axa sculei cilindro-frontale, perpendiculară pe axa \vec{V} a elicoidului;
- XYZ - sistemul de referință în care este definită suprafața elicoidală determinată punctiform.

Suprafața elicoidală se presupune cunoscută, în formă discretă, prin masivul

$$\Sigma = \left\{ \left\| \begin{matrix} X_1 & X_2 & \dots & X_n \\ Y_1 & Y_2 & \dots & Y_n \\ Z_1 & Z_2 & \dots & Z_n \end{matrix} \right\|^T \right\}_{k\theta} \quad (k = 1, 2, \dots, m), \quad (3.1.31)$$

în care:

- (X_i, Y_i, Z_i) sunt coordonatele unui punct de pe

- “ θ ” este incrementul unghiular de rotație a generatoarei efective în jurul axei \vec{V} ;
- “ n ” este un număr natural, suficient de mare pentru a defini, riguros din punct de vedere tehnic, *generatoarea efectivă* a suprafeței elicoidale.

Conform metodei *distanței minime*, în planele
 $X = H$ (H variabil),

(3.1.32)

punctul de contact între suprafața elicoidală (3.1.31) și suprafața periferică primară a sculei cilindro-frontale este determinat, din totalitatea punctelor care aparțin masivului Σ , din condiția ca distanța

$$d_{\min} = \left| \sqrt{X_{i,k\theta}^2 + Y_{i,k\theta}^2} \right| \quad (3.1.33)$$

să fie minimă.

Profilul axial al sculei cilindro-frontale este dat de (3.1.34),

$$S_A : \begin{cases} R = d_{\min_{i,k\theta}}; \\ H = X_{i,k\theta}. \end{cases} \quad (3.1.34)$$

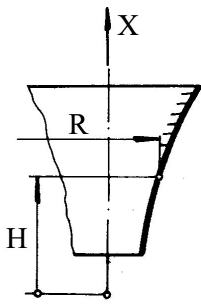


Fig. 3.1.10. Secțiunea axială a sculei cilindro-frontale

ACTIVITATEA 3.2. CREAREA UNOR MODELE FICTIVE ALE SUUPRAFETEI DE GENERAT, CA SUPRAFETE ȚINTĂ PENTRU PROFILAREA SCULELOR GENERÂND PRIN RULARE

3.2.1. Algoritmi pentru modelarea profilării de corecție a sculelor care prelucrează prin metoda rulării

Ca și în cazurile anterior analizate, generarea prin înfășurare cu scule asociate unor axoide în rulare (scule de tip cuțit-roată sau scula-cremalieră) este însoțită de erori de generare ale căror cauze sunt nedeterminabile.

Cunoscând forma constructivă a acestor scule, vezi figura 3.2.11, o abordare a problemei reprofilării de corecție a acestor scule, în forma acceptată la sculele mărginite de suprafețe de revoluție, este nerațională.

Aceasta din cauză că reprofilarea acestor tipuri de scule este mai dificil de executat și, în consecință, mai costisitoare.

Ca urmare, în scopul generării prin înfășurare a unei suprafețe țintă (suprafața fictivă) diferită de suprafața geometrică inițială de prelucrat pentru care a fost profilată scula (cuțitul-roată sau scula-cremalieră), se propune o soluție constând în corecția formei *muchiei de așchiere efectivă* a sculei, prin modificarea suprafeței de degajare a acesteia, vezi figura 3.2.12.

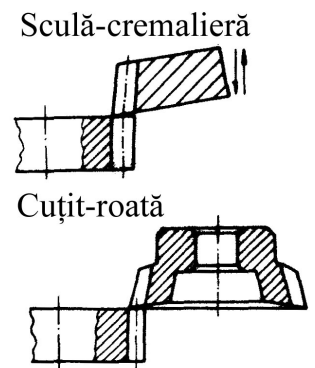


Fig. 3.2.11. Cuțit-roată și scula-cremalieră

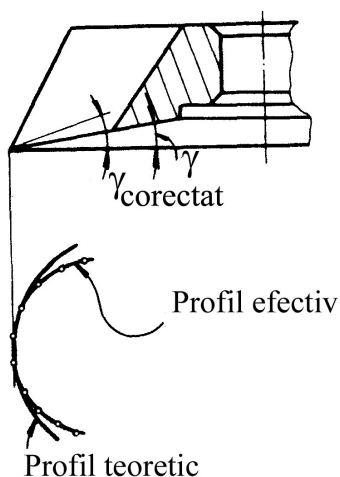


Fig. 3.2.12. Realizarea profilului corectat

Modificarea formei suprafeței de degajare se poate face prin reascuțirea sculei pentru un unghi de degajare diferit de cel inițial pentru care s-a proiectat scula, conducând la o muchie de așchiere efectivă - *profilul aproximat*.

În acest fel, se poate determina situația în care noua muchie de așchiere efectivă este suficient de apropiată de profilul sculei, reprojectat pentru generarea noii suprafețe țintă și, în consecință, poate fi aproximat cu acesta.

Este evident, nu în orice situație o astfel de rezolvare este posibilă.

Totuși, o atare soluție este cea mai economică metodă de reprofilare de corecție a acestor tipuri de scule.

Un astfel de mod de a gândi această problemă a corecției are sens pentru o producție repetabilă, când condițiile în care are loc generarea sunt identice pentru toate semifabricatele supuse prelucrării cu aceeași sculă (sistem tehnologic, regim de lucru, condiții de lucru etc. nemodificabile în timp).

• Algoritm pentru modelarea profilării de corecție a cuțitelor-roată

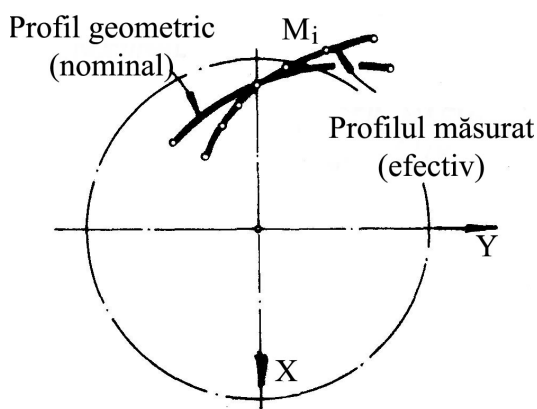


Fig. 3.2.13 Profilurile efectiv și nominal

Suprafețele generate cu cuțitele-roată pot fi afectate de erori de generare ale căror cauze nu pot fi eliminate. Ca urmare, *suprafețele efective* realizate în procesul de generare și a căror generatoare în plane transversale axei semifabricatului se pot măsura pot fi cunoscute printr-o matrice ale cărei elemente sunt coordonatele punctelor efective de pe aceste generatoare, figura 3.2.13 și (3.2.35), în cele mai multe dintre situații, profilul efectiv nu coincide cu profilul nominal din cauze nedeterminabile.

$$\Sigma = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots \\ Y_m & Y_m \end{pmatrix}$$

(3.2.35)

În scopul îmbunătățirii preciziei generării, se propune realizarea de modificări ale profilurilor sculelor în funcție de forma efectivă a profilului generat, diferit de profilul geometric (teoretic), figura 3.1.13, în ipoteza că sistemul tehnologic, reacționând la fel, va conduce la o suprafață efectivă mai apropiată de cea nominală (teoretică).

Generatoarea fictivă

În ipoteza că procesul se va desfășura, la orice reluare a generării, în același mod, în sensul că erorile de generare se vor manifesta în același sens și vor avea aceleași valori, se propune introducerea noțiunii de *generatoare fictivă* obținută ca imaginea în oglindă a punctelor aparținând generatoarei efective în raport cu *generatoarea nominală* (teoretică), figura 3.2.14.

Astfel, construcția generatoarei fictive se face în felul următor.

Se construiește normala în punctul M_i al generatoarei efective, cunoscute fiind două puncte succesive în lungul acesteia,

$$M_i^e = \begin{Bmatrix} X_i^e \\ Y_i^e \end{Bmatrix} \quad (3.2.36)$$

și

$$M_{i+1}^e = \begin{Bmatrix} X_{i+1}^e \\ Y_{i+1}^e \end{Bmatrix}, \quad (3.2.37)$$

de ecuație

$$(X - X_i^e)N_x + (Y - Y_i^e)N_y = 0, \quad (3.2.38)$$

în care N_x și N_y sunt parametrii directori ai normalei, cu

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{|Y_{i+1}^e - Y_i^e|}{|X_{i+1}^e - X_i^e|} \text{ și } N_x = \cos \alpha_i, \quad N_y = \sin \alpha_i. \quad (3.2.39)$$

Se intersectează normala (3.2.38) - normala în punctul M_i la generatoarea efectivă - cu generatoarea nominală (teoretică) cunoscută analitic prin ecuațiile:

$$X=X(u), \quad Y=Y(u), \quad u - \text{variabil}, \quad (3.2.40)$$

obținându-se coordonatele punctului M_i^n pe această generatoare nominală,

$$M_i^n = \{X_i^n \quad Y_i^n\}. \quad (3.2.41)$$

Se calculează distanța "δ" între M_i^e și M_i^n ,

$$\delta = \left| \sqrt{(X_i^n - X_i^e)^2 + (Y_i^n - Y_i^e)^2} \right|. \quad (3.2.42)$$

Se determină coordonatele punctului curent de pe generatoarea fictivă,

$$M_i^f : \begin{cases} X_i^f = X_i^n + \delta \cos \alpha_i; \\ Y_i^f = Y_i^n + \delta \sin \alpha_i. \end{cases} \quad (3.2.43)$$

Ansamblul punctelor M_i^f determină generatoarea fictivă pe baza căreia se va determina *profilul corectat* al sculei de tip cuțit-roată.

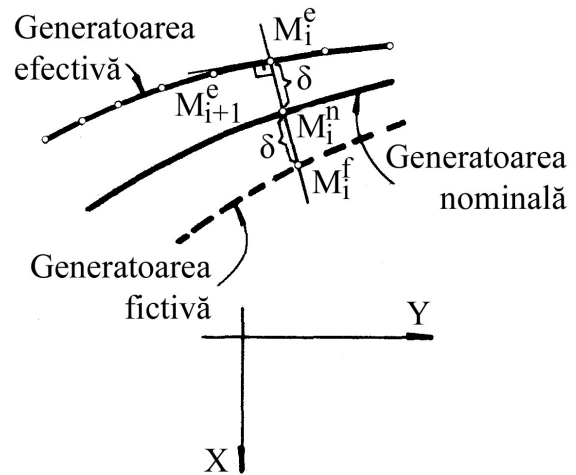


Fig. 3.2.14. Generatoarea fictivă

Modelarea profilării de corecție a sculei de tip cuțit-roată prin metoda tangențelor

Dacă se acceptă forma de exprimare a generatoarei fictive a sculei de tip roată în forma (3.2.44)

$$G^F = \begin{bmatrix} X_1^F & X_2^F & \dots & X_m^F \\ Y_1^F & Y_2^F & \dots & Y_m^F \end{bmatrix}^T \quad (3.2.44)$$

în baza metodei tangențelor, se definește familia de profiluri exprimate în formă discretă, în sistemul de referință al cuțitului-roată, pentru $\varphi = 0$

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i^F \cos \varphi - Y_i^F \sin \varphi \\ X_i^F \sin \varphi + Y_i^F \cos \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -A_{12} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.2.45)$$

pentru $i = 1, 2, 3, \dots, m$.

După dezvoltare, rezultă:

$$\begin{cases} \xi = X_i^F \cdot \cos(\varphi_1 + \varphi_2) - Y_i^F \cdot \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + A_{12} \cdot \cos \varphi_2; \\ \eta = X_i^F \cdot \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + Y_i^F \cdot \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + A_{12} \cdot \sin \varphi_2. \end{cases} \quad (3.2.46)$$

Condiția de înfășurare specifică,

$$\left[(i+1) \cdot Y_i^F - i \cdot A_{12} \cdot \sin \varphi_1 \right] \cdot \sin \beta_i^F + \left[(i+1) \cdot X_i^F + i \cdot A_{12} \cdot \cos \varphi_1 \right] \cdot \cos \beta_i^F = 0, \quad (3.2.47)$$

cu definiția

$$\beta_i^F = \arctg \left[\frac{Y_{i+1}^F - Y_i^F}{X_{i+1}^F - X_i^F} \right] \quad (3.2.48)$$

în care $X_i^F, Y_i^F, X_{i+1}^F, Y_{i+1}^F$ sunt coordonate ale matricei generatoarei fictive G^F .

Modelarea profilării de corecție a sculei de tip cuțit-roată prin metoda distanței minime

Profilarea cuțitului-roată se face acceptând că generatoarea fictivă este descrisă de o matrice de forma (3.2.44).

În baza teoremelor *metodei distanței minime*, vezi figura 3.2.15, se determină familia de generatoare fictive, în sistemul de referință al sculei, pornind de la mișcarea relativă:

$$\xi = \omega_3(-\varphi_2)[\omega_3^T(k\varphi_1)X - a]; \quad (3.2.49)$$

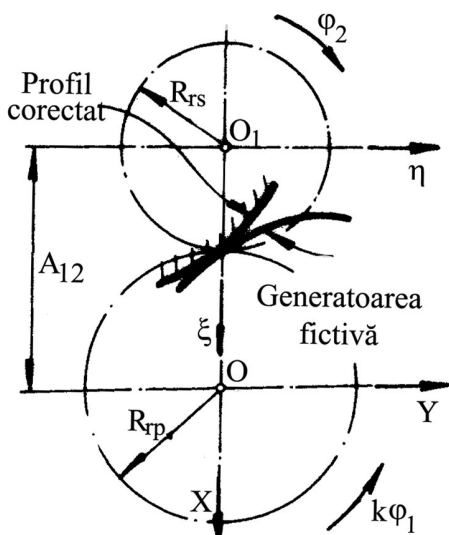


Fig. 3.2.15. Sisteme de referință

unde

$$a = \begin{pmatrix} -A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \text{ și } \varphi_2 = \frac{R_{rp}}{R_{rs}} k\varphi_1; \quad (3.2.50)$$

și

- X - matricea formată cu coordonatele generatoarei fictive;
- φ_1 - incrementul unghiular al mișcării de rotație.

Familia generatoarelor fictive se exprimă printr-o matrice de forma

$$(G)_{k\varphi_1} = \left\{ \begin{pmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_m \\ \eta_1 & \eta_2 & \dots & \eta_m \end{pmatrix} \right\}_{k\varphi_1} \quad (k=1,2,\dots,n). \quad (3.2.51)$$

Condiția de înfășurare asociată familiei $(G)_{k\varphi_1}$ este

$$d_{\min} = \sqrt{\left[\xi_{i,k\varphi_1} - R_{rs} \cos(k\varphi_1) \right]^2 + \left[\eta_{i,k\varphi_1} - R_{rs} \sin(k\varphi_1) \right]^2}. \quad (3.2.52)$$

Punctele $(\xi_{i,k\varphi_1}, \eta_{i,k\varphi_1})$ sunt preluate din masivul (3.2.51).

Totalitatea punctelor aparținând masivului (3.2.51) care verifică condiția distanței minime (3.2.52) reprezintă profilul corectat al sculei, în scopul diminuării erorii de generare a suprafeței prelucrate.

Profilul aproximat

Facem observația că, în condițiile propuse, acest profil corectat este un profil ideal.

Forma constructivă a sculei de tip cuțit-roată precum și posibilitățile de reascuțire ale acesteia nu fac posibilă realizarea unui profil generator identic cu profilul corectat, anterior determinat.

Acceptăm că cea mai economică modalitate de corecție a profilului sculei este modificarea unghiului de degajare al acesteia, figura 3.2.12.

În acest fel, prin modificarea unghiului γ , profilul efectiv după reascuțire se modifică putând, în anumite condiții (mărime a unghiului γ), să fie mai apropiat de profilul corectat al sculei (3.2.46), (3.2.47) sau (3.2.51), (3.2.52).

Evident, trebuie acceptată o marjă de eroare a profilului aproximat (efectiv, după ascuțire) în raport cu ceea ce s-a convenit a numi profilul corectat.

Profilul efectiv după ascuțire (reascuțire) rezultă ca intersecție între suprafața de așezare a sculei și suprafața conică ce reprezintă suprafața de degajare a acesteia, figura 3.2.16.

Se presupune cunoscut profilul teoretic (corespunzător generatoarei geometrice a suprafeței de prelucrat), P_T , determinat printr-una din metodele cunoscute.

Suprafața de așezare se consideră ca fiind o suprafață riglată determinată de dreapta Δa care se sprijină cu un punct al său pe curba P_T a profilului teoretic al sculei, figura 3.2.16.

Se acceptă, pentru profilul teoretic P_T , o exprimare, de forma

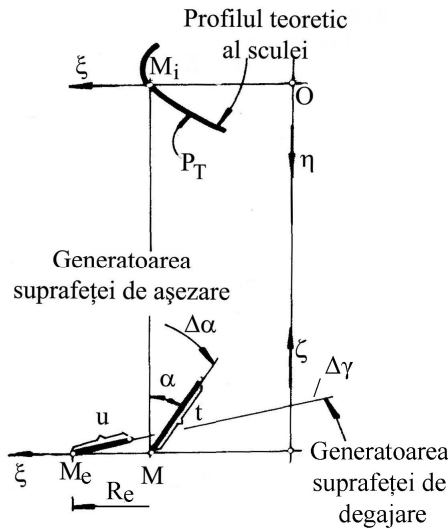


Fig. 3.2.16. Suprafața de așezare

$$P_T = \left\| \begin{matrix} \xi_1^T & \xi_2^T & \dots & \xi_n^T \\ \eta_1^T & \eta_2^T & \dots & \eta_n^T \end{matrix} \right\|^T. \quad (3.2.53)$$

Suprafața de așezare cu generatoarele $(\Delta\alpha)$ are ecuațiile parametrice, vezi (3.2.54),

$$(\Delta\alpha): \begin{cases} \xi = \xi_i + t \sin \alpha; \\ \eta = \eta_i; \\ \zeta = t \sin \alpha, \end{cases} \quad (3.2.54)$$

cu punctele ξ_i, η_i aparținând directoarei P_T , vezi (3.2.53) și t variabila continuă. Suprafața de degajare este o suprafață conică de revoluție, generată de generatoarea rectilinie $\Delta\gamma$ corespunzătoare punctului M_e aflat la raza R_e pe profil (raza maximă a profilului P_T în raport cu axa de simetrie a cuțitului-roată).

Ecuațiile generatoarei suprafeței de degajare sunt, vezi

(3.2.55),

$$\Delta\gamma: \begin{cases} \xi = R_e - u \cos \gamma; \\ \eta = 0; \\ \zeta = u \sin \gamma. \end{cases} \quad (3.2.55)$$

Prin rotirea în jurul axei ζ a generatoarei $\Delta\gamma$, vezi (3.2.56),

$$\left\| \begin{matrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} R_e - u \cos \gamma \\ 0 \\ u \sin \gamma \end{matrix} \right\|, \quad (3.2.56)$$

se generează suprafața conică de revoluție, de ecuații, vezi (3.2.57),

$$S_\gamma: \begin{cases} \xi = (R_e - u \cos \gamma) \cos \varphi; \\ \eta = (R_e - u \cos \gamma) \sin \varphi; \\ \zeta = u \sin \gamma, \end{cases} \quad (3.2.57)$$

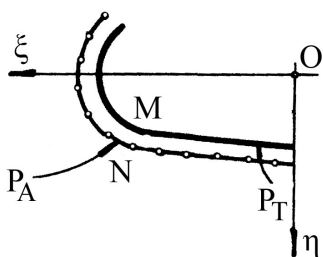


Fig. 3.2.17. Profilul teoretic al cuțitului-roată

reprezentând suprafața de degajare a cuțitului-roată.

Intersecția între suprafețele (3.2.54) și (3.2.57) reprezintă profilul geometric (teoretic) al cuțitului-roată, P_T , figura 3.2.17,

$$P_T: \begin{cases} (R_e - u \cos \gamma)^2 = (\xi_i + t \sin \alpha)^2 + \eta_i^2; \\ t = \frac{u \sin \gamma}{\cos \alpha}; \\ \varphi = \arcsin \left(\frac{R_e - u \cos \gamma}{\eta_i} \right). \end{cases} \quad (3.2.58)$$

Pentru diferite mărimi ale parametrului " γ ", se pot obține diferite forme ale profilului aproximat după reascuțirea sculei. Se acceptă acel profil, P_A , care este cel mai apropiat de profilul corectat al sculei (3.2.46), (3.2.47) sau (3.2.51), (3.2.52).

Pentru un număr suficient de mare de puncte prin care sunt descrise cele două profiluri, corectat - P_C și aproximat după ascuțire - P_A , se poate defini o poziție relativă între acestea.

Pentru punctul M aparținând profilului P_T , $M = \{\xi_i^T \quad \eta_i^T\}$, se calculează distanțele la punctele profilului P_A , $N = \{\xi_j^A \quad \eta_j^A\}$, cu relația

$$\delta = \left| \sqrt{(\xi_i^T - \xi_j^A)^2 + (\eta_i^T - \eta_j^A)^2} \right| \quad (i = 1, 2, \dots, n), (j = 1, 2, \dots, n). \quad (3.2.59)$$

Valoarea minimă a distanței (3.2.59) reprezintă pentru punctele M și N o mărime comparabilă cu distanța măsurată pe normala la una dintre curbe, între P_T și P_A .

Se limitează valorile δ , prin variația unghiului γ , la o valoare acceptată, suficient de mică, pentru a considera că cele două curbe P_T și P_A sunt foarte apropiate (identice din punct de vedere tehnic).

• Algoritm pentru modelarea profilării de corecție a sculei - cremalieră

În mod similar, se poate dezvolta, în cele ce urmează, un algoritm specific pentru profilarea de corecție a sculei-cremalieră.

Cunoscând legitățile pentru determinarea profilului (suprafața periferică primară) sculei-cremalieră pornind de la generatoarea nominală a suprafeței de generat și definind, de asemenea, *generatoarea fictivă* a suprafeței ca noua suprafață țintă se construiește un masiv de tipul (3.2.35), vezi și figura 3.2.18.

Se propune un algoritm, în baza metodei tangentelor aplicată generatoarei fictive a noii suprafețe țintă. Astfel, familia de generatoare fictive, este dată de :

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_i^F \\ Y_i^F \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -R_{rp} \\ -R_{rp} \cdot \varphi_1 \end{pmatrix}, \quad (i = 1, 2, \dots, m). \quad (3.2.60)$$

După dezvoltare, rezultă:

$$\begin{cases} \xi = X_i^F \cdot \cos \varphi_1 - Y_i^F \cdot \sin \varphi_1 + R_{rp}; \\ \eta = X_i^F \cdot \sin \varphi_1 + Y_i^F \cdot \cos \varphi_1 + R_{rp} \cdot \varphi_1. \end{cases} \quad (3.2.61)$$

Ecuțiile (3.2.60), (3.2.61) reprezintă modelul familiei de generatoare fictive în sistemul de referință al sculei-cremalieră, vezi și figura 3.2.18.

Condiția de înfășurare specifică este:

$$\left[Y_i^F - R_{rp} \cdot \sin \varphi_1 \right] \cdot \sin \beta_i^F - \left[-X_i^F - R_{rp} \cdot \cos \varphi_1 \right] \cdot \cos \beta_i^F = 0. \quad (3.2.62)$$

în care X_i^F , Y_i^F sunt coordonate ale matricei reprezentând generatoarea fictivă, iar β_i^F are exprimarea (3.2.48). Ansamblul ecuațiilor (3.2.61), (3.2.62) reprezintă profilul corectat al sculei-cremalieră.

În scopul verificării algoritmului propus în baza metodei tangentelor, se propune utilizarea unui algoritm dezvoltat în baza metodei “distanței minime”.

Se determină familia de generatoare fictive în sistemul de referință al sculei în mișcarea:

$$\xi = \omega_3^T (k\varphi) X - a; \quad (3.2.63)$$

X este un vector de tipul (3.2.35);

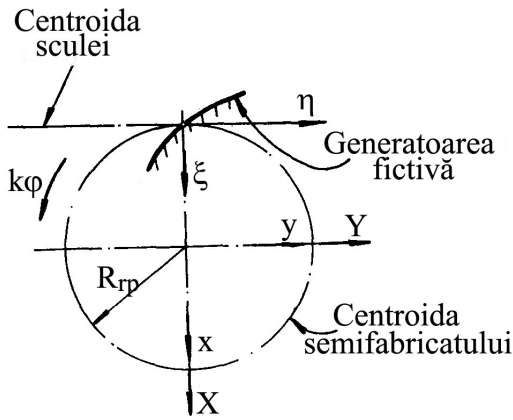


Fig. 3.2.18. Sisteme de referință

$$a = \begin{Bmatrix} -R_{rp} \\ -R_{rp}k\varphi \end{Bmatrix} \quad (k=1, 2, \dots, n); \quad (3.2.64)$$

φ - incrementul unghiular al mișcării de rotație.

Familia generatoarelor fictive se exprimă printr-un masiv de forma

$$(G)_{k\varphi} = \left\{ \begin{Bmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_m \\ \eta_1 & \eta_2 & \dots & \eta_m \end{Bmatrix} \right\}_{k\varphi} \quad (k=1, 2, \dots, n). \quad (3.2.65)$$

Condiția de înfășurare specifică, asociată familiei $(G)_{k\varphi}$, este

$$d_{\min} = \left| \sqrt{\xi_i^2 + (\eta_i - R_{rp}k\varphi)^2} \right| \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (3.2.66)$$

Așa cum este cunoscut, totalitatea punctelor aparținând masivului (3.2.65) și care satisfac, pentru aceeași poziție de rulare condiția de minim a distanței (3.2.66) reprezintă profilul corectat al sculei.

Și în acest caz, profilul corectat, determinat de (3.2.61), (3.2.62) și similar (3.2.65), (3.2.66) este un profil ideal.

Muchia efectivă de așchiere a sculei-cremalieră rezultă din intersecția suprafeței de degajare (în cele mai multe cazuri realizată ca o suprafață plană) cu suprafața de așezare (realizată ca o suprafață cilindrică), figura 3.2.19.

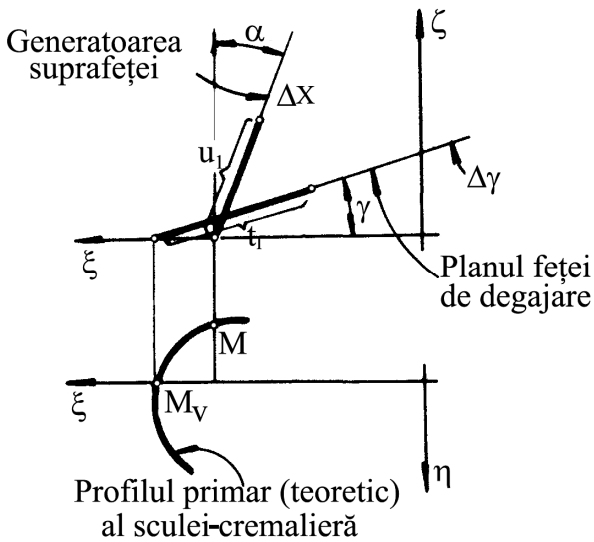


Fig. 3.2.19. Profil teoretic al sculei - P_T

Profilul aproximat

Profilul primar (teoretic) al sculei-cremalieră are o exprimare de forma

$$P_T = \begin{Bmatrix} \xi_{T_1} & \xi_{T_2} & \dots & \xi_{T_i} & \dots & \xi_{T_n} \\ \eta_{T_1} & \eta_{T_2} & \dots & \eta_{T_i} & \dots & \eta_{T_n} \end{Bmatrix}^T. \quad (3.2.67)$$

Pentru punctul curent de pe profilul teoretic al sculei, familia generatoarelor suprafeței de așezare are ecuațiile:

$$(\Delta\alpha) \begin{cases} \xi = \xi_{T_i} - u_1 \sin \alpha; \\ \eta = \eta_{T_i}; \\ \zeta = u_1 \cos \alpha, \quad (i=1, 2, \dots, n); \end{cases} \quad (3.2.68)$$

în care:

- $[\xi_{T_i}, \eta_{T_i}]$ sunt coordonatele profilului curent al suprafeței periferice primare al sculei în planul $\xi\eta$;

- u_1 este parametrul variabil.

Suprafața de degajare a sculei-cremalieră se definește ca fiind planul care, trecând prin punctul de coordonate (ζ_v, η_v) al profilului P_T , figura 3.2.19, formează cu planul $\zeta\eta$ al sistemului de referință, unghiul γ , vezi (3.2.69):

$$S_\gamma \begin{cases} \xi = \xi_v - t_1 \cos \gamma; \\ \eta = \eta_v; \\ \zeta = t_1 \sin \gamma; \end{cases} \quad (3.2.69)$$

În (3.2.69) s-au definit:

- punctul $[\zeta_v, \eta_v]$ reprezintă punctul de pe profilul teoretic cu cea mai mare valoare a abscisei ξ , din (3.2.67);

- t_1 - parametru variabil.

Intersecția familiei de generatoare a suprafeței de așezare $(\Delta\alpha)$ (3.2.68) cu planul suprafeței de degajare (3.2.69) reprezintă profilul efectiv al muchiei de așchiere a sculei în planul $\xi\eta$ - P_A figura 3.2.20., - *profilul aproximat*,

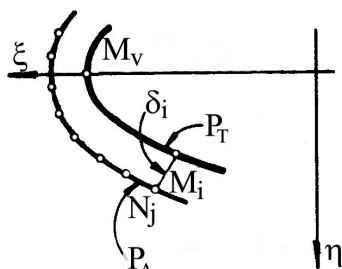


Fig. 3.2.20. Profilul efectiv al muchiei de așchiere (profil aproximat)

$$P_A : \begin{cases} \xi = \xi_v - \frac{\xi_v - \xi_t}{(\cos \alpha - \sin \gamma \tan \alpha)} \cos \gamma; \\ \eta = \eta_t. \end{cases} \quad (3.2.70)$$

Ecuțiile (3.2.70) conduc la o exprimare a profilului aproximat, P_A , în forma

$$P_A = \begin{Bmatrix} \xi_{A_1} & \xi_{A_2} & \dots & \xi_{A_j} & \dots & \xi_{A_n} \\ \eta_{A_1} & \eta_{A_2} & \dots & \eta_{A_j} & \dots & \eta_{A_n} \end{Bmatrix}^T \quad (3.2.71)$$

Pentru un număr suficient de mare de puncte cu care sunt descrise cele două profile, *corectat* - P_T și *aproximat* - P_A , se poate defini o poziție relativă între acestea.

Se calculează distanțele

$$\delta_{i,j} = \left| \sqrt{(\xi_{A_j} - \xi_{T_i})^2 - (\eta_{A_j} - \eta_{T_i})^2} \right|, i = 1, 2, \dots, n \text{ și } j = 1, 2, \dots, m \quad (3.2.72)$$

Valorile minime ale distanțelor (3.2.72) reprezintă, pentru punctele M_i și N_j , o mărime comparabilă cu distanța măsurată pe normala la una dintre curbe între P_T și P_A .

Se limitează valorile $\delta_{i,j}$, astfel determinate, la o valoare suficient de mică, pentru a putea accepta că, din punct de vedere tehnic, cele două profile P_T și P_A sunt identice.

Valoarea unghiului γ pentru care P_T și P_A sunt apropiate reprezintă unghiul de degajare al sculei-cremalieră cu profilul corectat.

3.2.2. Aplicații

Tabelul 3.1. Generatoarea fictivă G^F

Nr. crt	X_F [mm]	Y_F [mm]
1	-10.00000	0.00000
2	-10.00017	0.01000
3	-10.00035	0.02000
4	-10.00052	0.03000
5	-10.00070	0.03999
6	-10.00087	0.04999
7	-10.00105	0.05999
8	-10.00122	0.06999
9	-10.00140	0.07999
10	-10.00157	0.08999
...
991	-10.17278	9.89849
992	-10.17295	9.90849
993	-10.17313	9.91849
994	-10.17330	9.92849
995	-10.17348	9.93849
996	-10.17365	9.94848
997	-10.17383	9.95848
998	-10.17400	9.96848

• Modelarea profilării de corecție a sculei-cremalieră pentru generarea unui arbore-pătrat pentru generarea unui arbore-pătrat

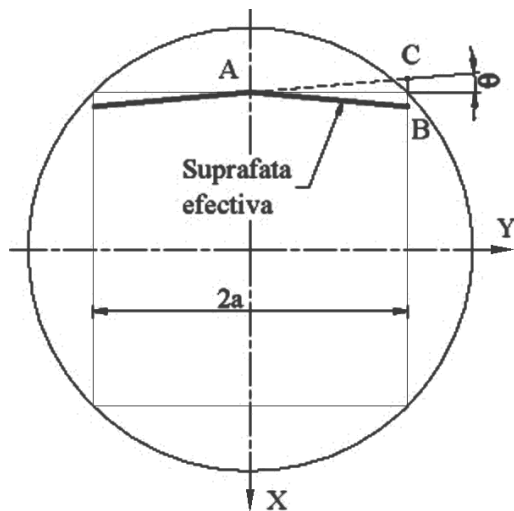


Fig. 3.2.21. Suprafețele efectivă și fictivă

Se consideră un „model” al suprafeței efective, figura 3.2.21, zona AB, care suplineste profilul efectiv măsurat, pentru care se propune un model al generatoarei fictive, zona AC, de forma:

$$X = -a - u \cdot \sin \theta; \quad (3.2.73)$$

$$Y = u \cdot \cos \theta,$$

care, pentru u – variabil, determină o generatoare fictivă G^F , ale cărei coordonate, pentru $\theta = l^\circ$, sunt prezentate în tabelul 3.1. În baza generatoarei fictive a suprafeței generate, se profilează scula-cremalieră, în condițiile:

$$a = 10\text{mm} - \text{jumatate din latura}$$

pătratului;

$$\alpha = 6^\circ - \text{unghiul de așezare al cuțitului}$$

pieptene;

$$\gamma = 0^\circ - \text{unghiul de degajare al cuțitului pieptene,}$$

obținându-se ceea ce ce numim profilul corectat al sculei (scula care corespunde noii ținte – profilul fictiv, G^F)

În tabelul 3.2 și figura 3.2.22, se prezintă:

- profilul corectat al sculei-cremalieră ($\alpha = 6^\circ$; $\gamma = 0^\circ$);
- profilul aproximat ($\alpha = 6^\circ$; $\gamma = 15^\circ$);
- limite ale câmpului de toleranță în lungul profilului corectat.

Tabelul 3.2. Profil corectat, profiluri limită și profil aproximat

Profil corectat		Profil limită superior		Profil limită inferior		Profil aproximat	
ξ [mm]	η [mm]	ξ [mm]	η [mm]	ξ [mm]	η [mm]	ξ [mm]	η [mm]
4.139375	0.14903	4.439046	0.16709	3.839262	0.150965	4.142131	0.01292
4.139154	0.159028	4.434394	0.339964	3.834702	0.320734	4.139196	0.32319
4.134548	0.330349	4.434021	0.351468	3.834434	0.32922	4.134611	0.51705
4.134228	0.340344	4.427239	0.53417	3.827769	0.508945	4.13423	0.52997
4.127504	0.521558	4.426748	0.545735	3.827419	0.517362	4.127389	0.72372
4.127083	0.531549	4.418577	0.718245	3.81939	0.687027	4.126857	0.7366
4.118984	0.702636	4.417972	0.729784	3.818955	0.695461	4.119096	0.90445
4.118463	0.712622	4.408092	0.902152	3.809247	0.864943	4.118433	0.91735
4.10867	0.883547	4.407373	0.913663	3.808726	0.873393	4.108964	1.08504
.....
0.244982	10.60904	0.528805	10.74409	0.088597	10.33639	0.242919	10.7365
0.23815	10.61634	0.464068	10.81398	0.025896	10.40409	0.235691	10.7442
0.174434	10.68382	0.456278	10.8223	0.020023	10.41038	0.177809	10.8057
0.167529	10.69105	0.391459	10.89094	-0.04259	10.4767	0.163322	10.8209
0.096859	10.76437	0.383525	10.89925	-0.04847	10.48286	0.098058	10.8888
0.089883	10.77154	0.311803	10.97365	-0.11808	10.55509	0.0908	10.8963
0.019113	10.84338	0.239001	11.04771	-0.18668	10.62486	0.010893	10.9776
-0.05166	10.91381	0.16617	11.12033	-0.25526	10.69325	-0.05456	11.04
-0.11524	10.97587	0.157895	11.12849	-0.26122	10.69913	-0.11276	11.1001

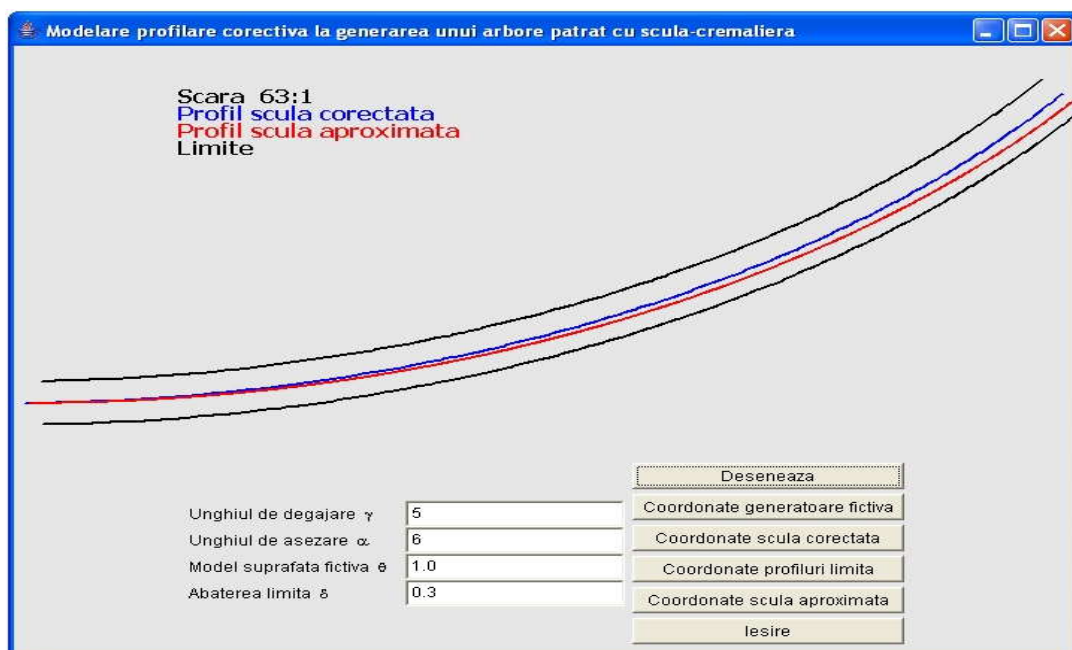


Fig. 3.2.22. Profilurile „corectat”, „aproximat” și „limită” pentru scula-cremalieră „Limitele” câmpului de toleranță, pentru o abatere echidistantă se modelează cu relațiile:

$$\xi = \xi_e \mp \delta \cdot \cos \beta_i;$$

$$\eta = \eta_e \pm \delta \cdot \sin \beta_i;$$

(3.2.74)

$$\beta_i = \arctg \left| \frac{\xi_{e_{i+1}} - \xi_{e_i}}{\eta_{e_{i+1}} - \eta_{e_i}} \right|,$$

(3.2.75)

unde δ este mărimea abaterii acceptate.

În figura 3.2.23 și tabelul 3.3, sunt prezentate forme și coordonate ale unor profiluri approximate ale sculei-cremalieră obținute conform metodologiei anterior prezentate, pentru mărimi inacceptabile ale unghiului de degajare.

Tabelul 3.3. Profil corectat, profiluri limită și profil aproximat, valori inacceptabile

Profil corectat		Profil limită superior		Profil limită inferior		Profil aproximat	
ξ [mm]	η [mm]	ξ [mm]	η [mm]	ξ [mm]	η [mm]	ξ [mm]	η [mm]
4.142281	-0.02236	4.23935	0.151235	4.039399	0.146825	4.142131	0.01292
4.139375	0.14903	4.239118	0.161715	4.03919	0.15634	4.139263	0.32319
4.139154	0.159028	4.234497	0.333554	4.0346	0.327144	4.134782	0.51705
4.134548	0.330349	4.234159	0.344052	4.034297	0.336636	4.13441	0.52997
4.134228	0.340344	4.227415	0.525762	4.027592	0.517353	4.127724	0.72372
4.127504	0.521558	4.226971	0.536278	4.027195	0.52682	4.127205	0.7366
4.127083	0.531549	4.218848	0.707839	4.019119	0.697433	4.119621	0.90445
4.118984	0.702636	4.2183	0.718343	4.018627	0.706902	4.118973	0.91735
4.118463	0.712622	4.208477	0.889749	4.008862	0.877346	4.109719	1.08504
.....
0.174434	10.68382	0.310859	10.68499	0.165441	10.54769	0.331742	10.7365
0.167529	10.69105	0.246775	10.75286	0.102092	10.61478	0.324679	10.7442
0.096859	10.76437	0.239528	10.76045	0.095531	10.62166	0.268115	10.8057
0.089883	10.77154	0.168507	10.83413	0.025212	10.69461	0.253958	10.8209
0.026161	10.83628	0.161156	10.84168	0.01861	10.70139	0.190181	10.8888
0.019113	10.84338	0.097108	10.90676	-0.04479	10.76581	0.183088	10.8963
-0.04454	10.90679	0.089684	10.91423	-0.05146	10.77253	0.105001	10.9776
-0.05166	10.91381	0.025693	10.97797	-0.11478	10.83561	0.033936	11.0501
-0.11524	10.97587	0.01819	10.98537	-0.12152	10.84225	-0.01583	11.1001

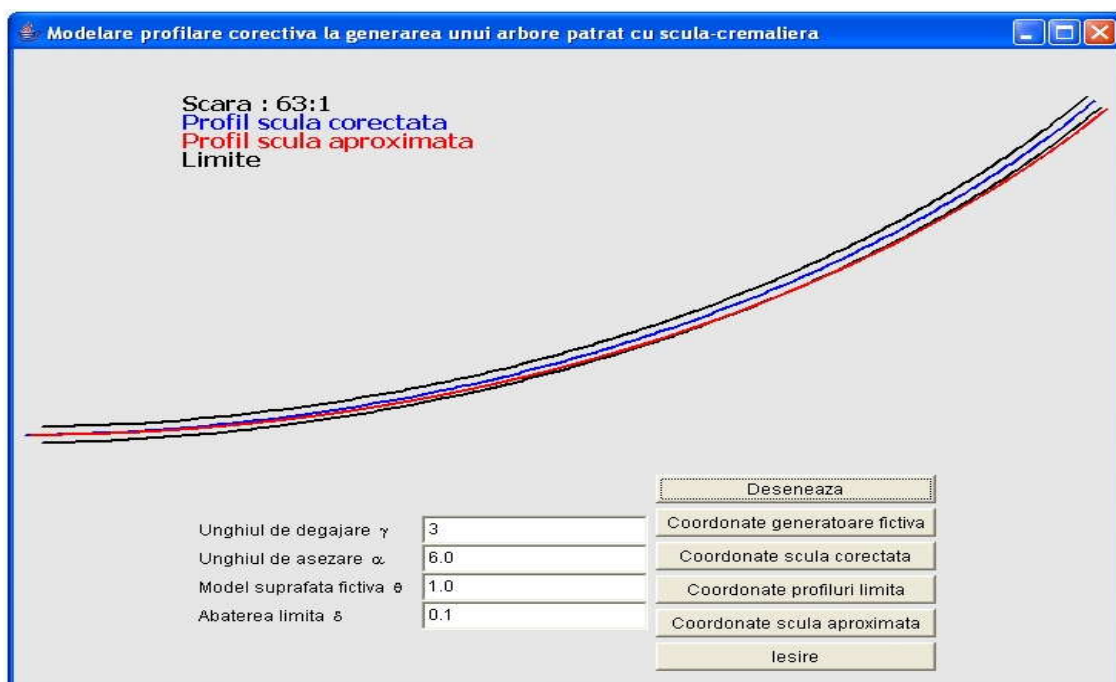


Fig. 3.2.23. Profilurile „corectat”, „aproximat” și „limită” pentru scula-cremalieră, valori inacceptabile

Notă: Metodica propusă permite corecția profilului efectiv al sculei-cremalieră. Abaterile acceptate în casetele de dialog ale apleturilor prezentate au valori doar pentru ilustrarea grafică a profilurilor prezentate. Evident, valori extreme ale mărimii unghiului de degajare pot modela forme inacceptabile ale profilului aproximat al sculei-cremalieră.

• Modelarea profilării de corecție a sculei cilindro-frontale pentru generarea suprafeței elicoidale cu generatoare circulară în plan frontal

Se propune, în cele ce urmează, un exemplu de aplicare a algoritmului prezentat la generarea cu scula cilindro-frontală a suprafeței

elicoidale. Modelul generatoarei efective a suprafeței este descris de ecuațiile (3.2.76), vezi și figura (1.3.1), din cadrul acestui raport:

$$G^E \begin{cases} X = R - (r + a \cdot v) \cdot \cos v; \\ Y = R - (r + a \cdot v) \cdot \cos v; \\ Z = 0, \end{cases} \quad (3.2.76)$$

cu v - parametru variabil și a parametrul spiralei.

Dacă se acceptă pentru modelul suprafeței efective (modelul suprafeței măsurate) o suprafață de tipul (3.2.76), se poate determina conform algoritmului, vezi figurile (3.1.14) și (3.1.15): o generatoare fictivă, G^F .

Pentru acest caz particular, modelul generatoarei fictive G^F are forma:

$$G^E \begin{cases} X = R - (r - a_1 \cdot v) \cdot \cos v; \\ Y = R - (r - a_1 \cdot v) \cdot \cos v; \\ Z = 0. \end{cases} \quad (3.2.77)$$

De asemenea, se poate considera, într-o prima aproximatie, $a_1 = a$.

Suprafața elicoidală fictivă se generează în mișcarea elicoidală a generatoarei fictive, anterior determinate, în jurul axei \vec{V} și de parametru elicoidal $p = P_E / 2\pi$.

Pentru un exemplu concret, în care se definesc $r = 10\text{mm}$, $R = 50\text{mm}$, $p = 50\text{mm}$, se determină matricea coordonatelor generatoarei teoretice, având ca elemente coordonatele prezentate

r. crt.	X [mm]	Y [mm]
1	40.0	0.00
2	0000	000
3	40.0	0.10
4	0057	685
5	40.0	0.21
6	0228	370
7	40.0	0.32
8	0514	052
9	40.0	0.42
10	0913	730
11	40.0	0.53
12	1427	403
13
14
15	41.0	4.43

r. crt.	X [mm]	Y [mm]
1	40.	0.00
2	00000	000
3	39.	0.10
4	99972	686
5	40.	0.21
6	00057	373
7	40.	0.32
8	00257	060
9	40.	0.42
10	00572	744
11	40.	0.53
12	01000	426
13
14
15	41.	4.45

r. crt.	X [mm]	Y [mm]
1	40.0	0.0
2	0000	0000
3	40.0	0.1
4	0143	0685
5	40.0	0.2
6	0399	1366
7	40.0	0.3
8	0770	2043
9	40.0	0.4
10	1255	2715
11	40.0	0.5
12	1854	3380
13
14
15	41.0	4.4

în tabelul 3.4.

Se acceptă, ca model care simulează o eroare de generare, o suprafață cu aceiași parametri dimensionali cu secțiunea transversală (3.2.76).

Pentru $a = 0.08\text{ mm}$, în tabelul 3.5, se prezintă coordonatele generatoarei efective (corespondentul generatoarei „măsurate”, în acest caz, modelată). În baza algoritmului anterior prezentat, se determină o generatoare fictivă, pornind de la generatoarea măsurată (tabelul 3.5), ale cărei coordonate sunt prezentate în tabelul 3.6.

În figura 3.2.24, sunt prezentate generatoarele teoretică, modelată (măsurată) și fictivă pentru cazul analizat.

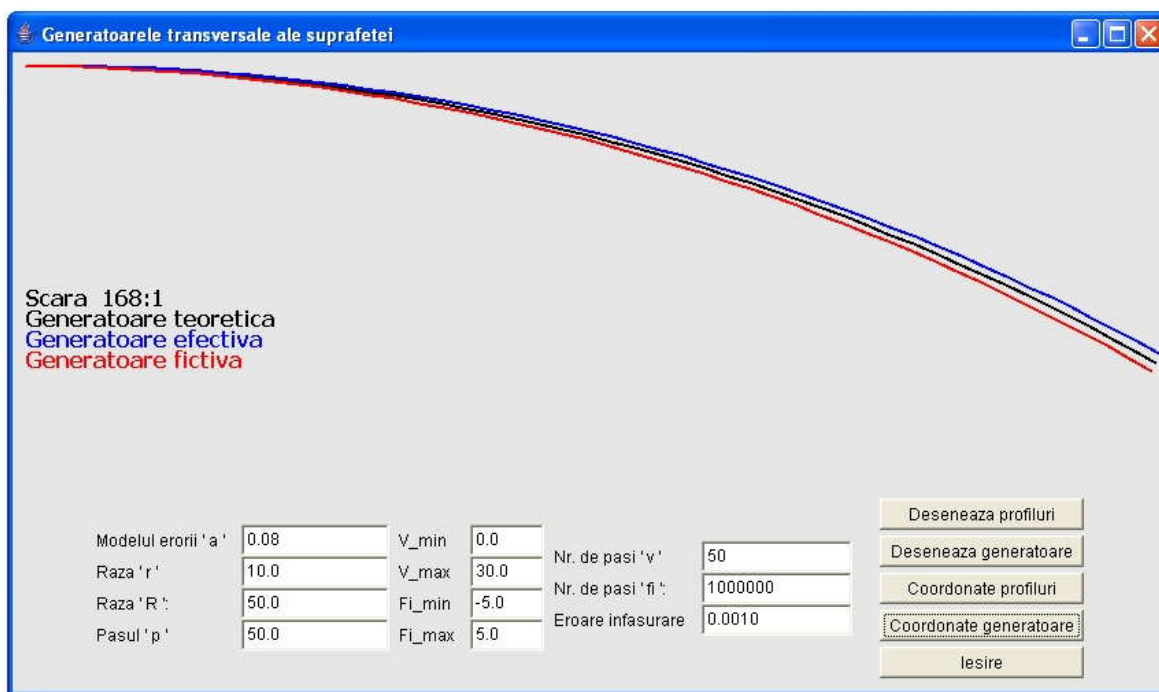


Fig. 3.2.24. Forma și dimensiunile generatoarelor transversale ale suprafeței elicoidale

De asemenea, în tabelul 3.7 și figura 3.2.25, sunt prezentate coordonatele și forma secțiunilor transversale pentru scula cilindro-frontală teoretică și corectată în baza algoritmului propus.

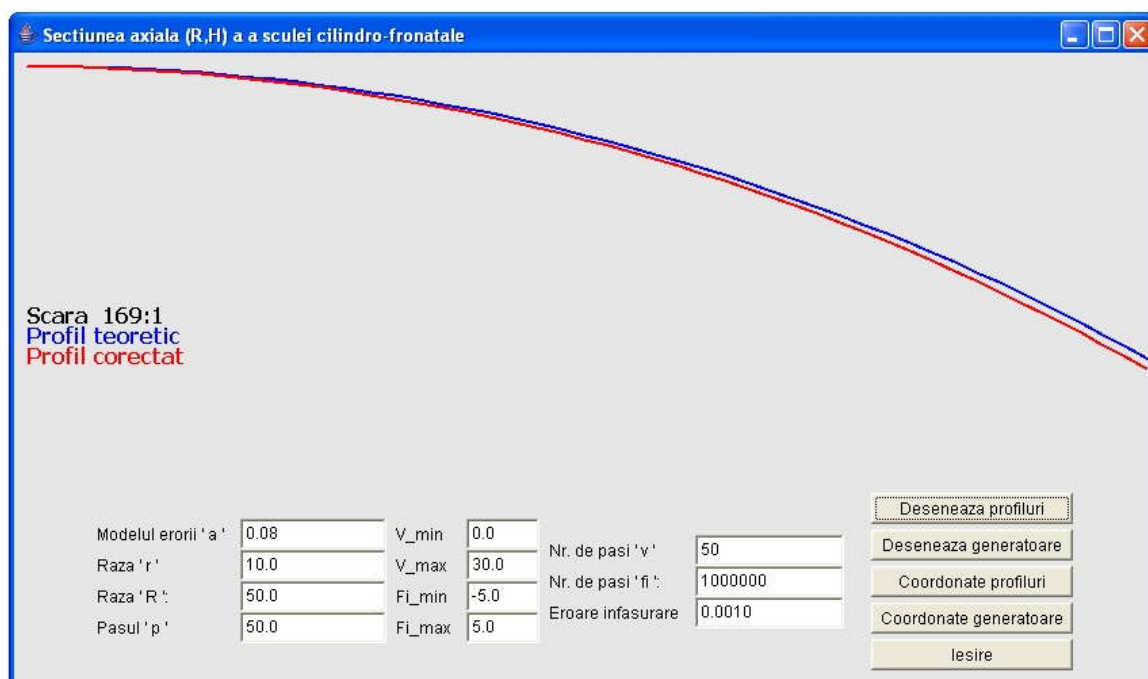


Fig. 3.2.25. Forma și dimensiunile secțiunilor axiale ale sculei cilindro-frontal, profilurile teoretic și corectat

Tabelul 3.7. Coordonatele profilurilor axiale teoretic și corectat ale sculei cilindro-frontale

Nr . crt.	Profilul teoretic		Profilul corectat	
	H_t [mm]	R_t [mm]	H_c [mm]	R_c [mm]
1.	0.000006	40.000000	0.000553	40.000000
2.	0.106865	40.000571	0.107199	40.001425
3.	0.213715	40.002283	0.214021	40.003991
4.	0.320540	40.005138	0.320800	40.007698
5.	0.427329	40.009133	0.427525	40.012546
6.	0.534069	40.014269	0.534183	40.018533
.....
44.	4.435174	41.037155	4.419224	41.070063
45.	4.530701	41.085053	4.514012	41.118547
46.	4.625710	41.133970	4.608269	41.168037
47.	4.720191	41.183899	4.701983	41.218527
48.	4.814133	41.234835	4.795145	41.270011
49.	4.907525	41.286771	4.887743	41.322483

- Modelarea profilării de corecție a cuțitului-roată pentru generarea unui arbore hexagonal

Se propune aplicarea metodologiei pentru un model de profilare corectivă a cuțitului-roată pentru generarea unui arbore cu profil hexagonal, figura 3.2.26.

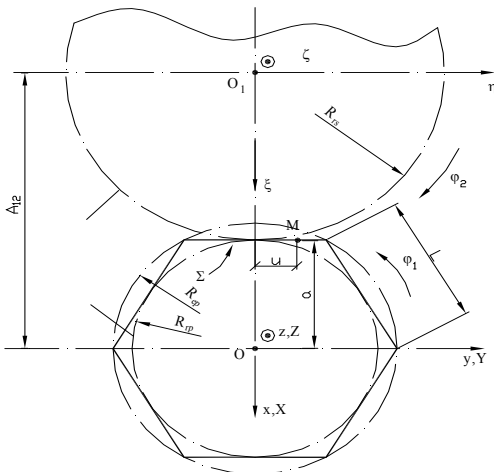


Fig. 3.2.26. Centroide la generarea cu țtit- roată

Se determină, în conformitate cu teoremele complementare ale înfășurării suprafețelor, familia de profiluri ale flacului arborelui hexagonal:

$$\begin{cases} \xi = -a \cdot \cos(1+i)\varphi_1 - t \cdot \sin(1+i)\varphi_1 + A_{12} \cdot \cos(i\varphi_1) \\ \eta = -a \cdot \sin(1+i)\varphi_1 + t \cdot \cos(1+i)\varphi_1 + A_{12} \cdot \sin(i\varphi_1) \end{cases} \quad (3.2.78)$$

t - variabilă $0 \leq t \leq a$

i - raport de transmitere, $i = \frac{R_{rp}}{R_{rs}}$

și condiția de înfășurare

$$\left| \frac{\xi_t}{\xi_\varphi} - \frac{\eta_t}{\eta_\varphi} \right| < \varepsilon, \quad (\varepsilon = 1 \cdot 10^{-2} \dots 1 \cdot 10^{-3}) \quad (3.2.79)$$

În principiu, ansamblul de ecuații (3.2.78) și (3.2.79) determină forma muchiei de așchiere teoretice, în forma unei

matrice de coordonate

$$P_T = \begin{vmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_i & \dots & \xi_n \\ \eta_1 & \eta_2 & \dots & \eta_i & \dots & \eta_n \end{vmatrix}. \quad (3.2.80)$$

În baza acestui profil, se determină forma suprafeței de așezare a sculei, ca suprafață cilindrică având ca directoare profilul, cunoscut în formă numerică, P_T :

$$\Sigma_\alpha \begin{cases} \xi = \xi_i - [l \cdot j] \cdot \sin \alpha; \\ \eta = \eta_i; \\ \zeta = [l \cdot j] \cdot \cos \alpha; \end{cases}, \quad \begin{matrix} i = 1 \dots n; \\ j = 1 \dots m. \end{matrix} \quad (3.2.81)$$

Prin reascuțirea cuțitului-roată pe fața de degajare, după o suprafață conică, coaxială cu axa sculei, se obține generatoarea efectivă a sculei.

Ecuațiile generatoarei suprafeței de degajare sunt:

$$\begin{cases} \xi = R_e - u \cdot \cos \gamma; \\ \eta = 0; \\ \zeta = u \cdot \sin \gamma; \end{cases}, \quad (3.2.82)$$

cu

$$R_e = \sqrt{\xi_V^2 + \eta_V^2}, \quad (3.2.83)$$

în care $V[\xi_V, \eta_V]$ este punctul de pe profilul efectiv, cel mai îndepărtat de axa cuțitului-roată.

Rezultă suprafața de degajare teoretică (inițială):

$$S_\gamma = \begin{cases} \xi = (R_e - u \cdot \cos \gamma) \cdot \cos \psi; \\ \eta = (R_e - u \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \psi; \\ \xi = u \cdot \sin \gamma; \end{cases}, \quad \begin{matrix} (k = 1 \dots n); \\ (j = 1 \dots m), \end{matrix} \quad (3.2.84)$$

cu:

$$\psi = \psi_k \cdot j,$$

ψ_k - increment unghiular,

γ - unghiul de degajare initial.

Intersecția între suprafețele Σ_α și S_γ reprezintă profilul aproximat al cuțitului-roată.

Există, evident, o dependență a formei profilului aproximat de mărimile parametrilor geometrici, α - unghiul de așezare și γ - unghiul de degajare ale sculei-roată.

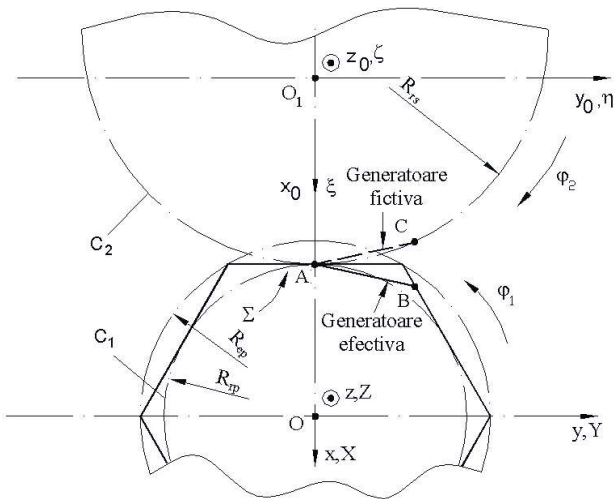


Fig. 3.2.27. Generatoarea efectivă

Se propune un model al profilului efectiv (segmentul AB din figura 3.2.27) pentru care se propune un model al profilului fictiv (zona AC din figura 3.2.27) în forma:

$$G_F \begin{cases} X = -a + \lambda \cdot \sin \alpha; \\ Y = \lambda \cdot \cos \alpha; \end{cases} \quad (3.2.85)$$

λ - parametru variabil;
 θ - caracteristică geometrică a „modelului profilului fictiv” a arborelui (unghiul de înclinare a profilului fictiv față de profilul teoretic).

Se acceptă că generatoarea fictivă G_F , conduce, în sistemul de referință al cuțitului-roată, la familia de profiluri:

$$(G_F)_{\varphi_i} \begin{cases} \xi = -(a - \lambda \cdot \sin \theta) \cdot \cos [(i+1)\varphi_i] - \lambda \cdot \cos \theta \cdot \sin [(i+1)\varphi_i] + A_{12} \cdot \cos(i\varphi_i); \\ \eta = -(a - \lambda \cdot \sin \theta) \cdot \sin [(i+1)\varphi_i] + \lambda \cdot \cos \theta \cdot \cos [(i+1)\varphi_i] + A_{12} \cdot \sin(i\varphi_i). \end{cases} \quad (3.2.86)$$

Ansamblul de ecuații determinat de familia modelului - G_F al profilului fictiv și condiția de înfășurare

$$\left| \begin{array}{cc} \dot{\xi}_\lambda - \dot{\eta}_\lambda \\ \dot{\xi}_{\varphi_i} - \dot{\eta}_{\varphi_i} \end{array} \right| < \varepsilon, \quad (3.2.87)$$

determină forma profilului corectat al sculei-roată, în forma

$$P_C = P_C^\Sigma \begin{vmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_C \\ \eta_1 & \eta_2 & \dots & \eta_C \end{vmatrix}. \quad (3.2.88)$$

Pentru punctul cel mai îndepărtat de axa cuțitului-roată (axa suprafeței conice de ascuțire):

$$M_V \begin{cases} \xi_V = R_{rp} - a + R_{rs}; \\ \eta_V = 0, \end{cases} \quad (3.2.89)$$

și, deci, $R_e = A_{12} - a$, se determină, în baza ecuațiilor (3.2.84), modelul analitic al suprafeței de degajare corectate în forma:

$$S_\gamma \begin{cases} \xi = (R_e - u \cdot \cos \gamma_C) \cdot \cos \psi; \\ \eta = (R_e - u \cdot \cos \gamma_C) \cdot \sin \psi; \\ \xi = u \cdot \sin \gamma_C. \end{cases} \quad (3.2.90)$$

În relațiile (3.2.90), γ_C este mărimea unghiului de degajare corectat, prin care se realizează corecția formei suprafeței de degajare, în vederea realizării unei noi muchii de așchiere – profilul aproximat al sculei-roată.

Se prezintă exemple de aplicare a algoritmului în baza unui produs soft, original, dedicat acestei aplicații, realizat în limbajul java și prezentat sub forma unui applet.

Produsul soft modelează numeric profilurile cuțitului-roată pentru generarea unui arbore hexagonal, profilul corectat, limitele de variație ale acestuia precum și coordonatele profilului aproximat.

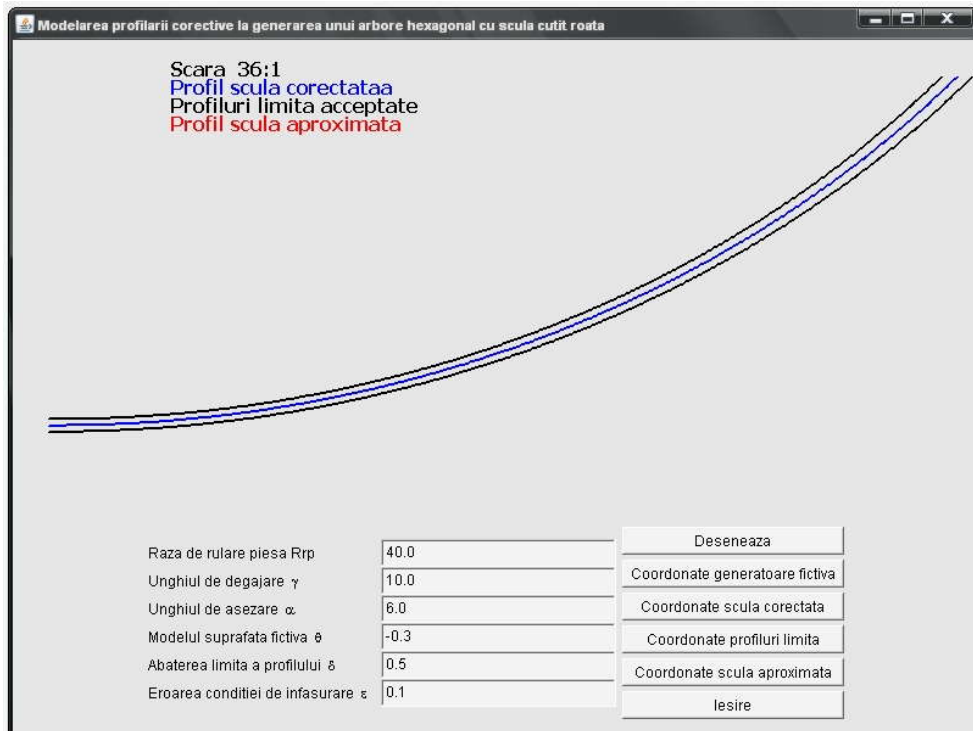


Fig. 3.2.28. Profilul corectat și profilurile limită

Pentru exemplificare, în figurile 3.2.28, 3.2.29 și 3.2.30, sunt date reprezentările grafice ale profilurilor „corectat”, „limită” și respectiv „aproximat”, separate și suprapuse, iar în tabelul 1 sunt prezentate coordonatele acestora, pentru un unghi de degajare $\gamma_c = 10^\circ$, un unghi de așezare $\alpha = 6^\circ$ și modelul erorii de generare $\theta = -0.3^\circ$.

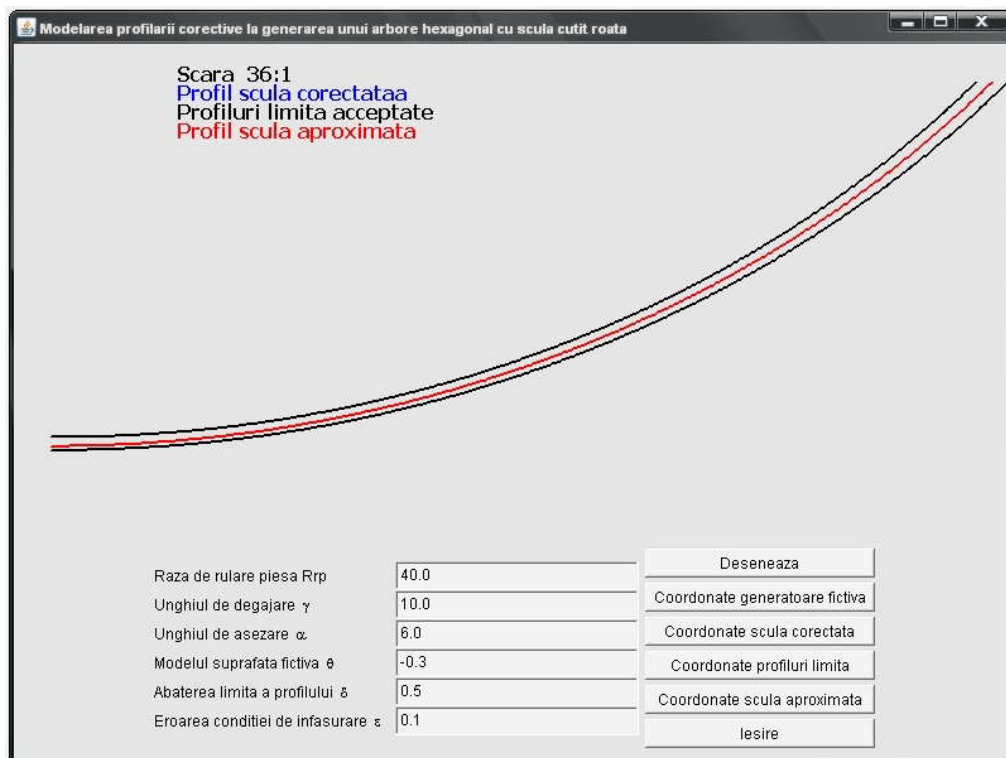


Fig. 3.2.29. Profilul aproximat și profilurile limită

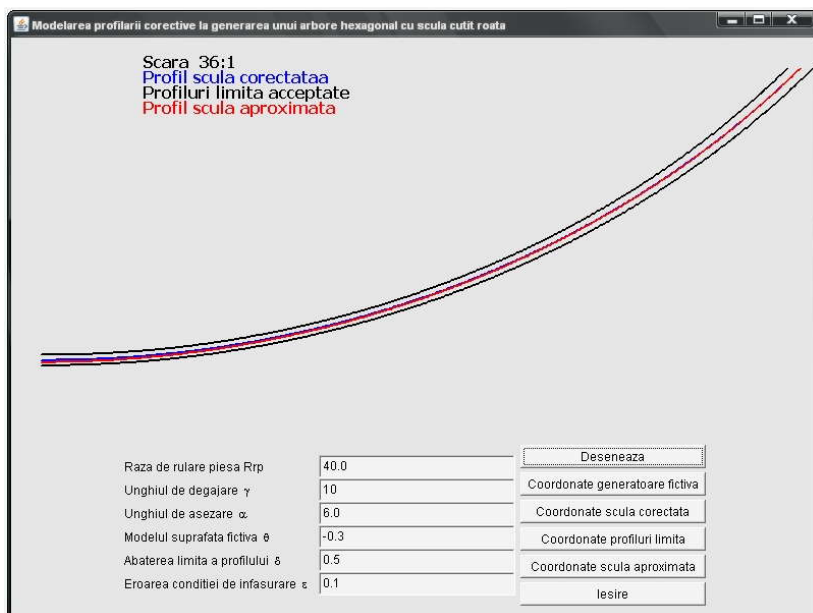


Fig. 3.2.30. Profilurile corectate, aproximată și profilurile limită, reprezentare grafică suprapusă

Tabelul 3.8. Coordonatele profilurilor

Nr. crt	profil corectat		profiluri limita				profil aproximat	
			superior		inferior			
	ξ	η	ξ	η	ξ	η	ξ	η
0	85.25426	0	84.75427	-0.00172	85.75426	0.001718	85.35898	0
1	85.25433	0.017881	84.75433	0.016349	85.75432	0.019413	85.35895	0.048038
2	85.25447	0.065763	84.75447	0.064981	85.75447	0.066545	85.35884	0.096077
3	85.25455	0.113645	84.75455	0.113613	85.75455	0.113677	85.35866	0.144115
4	85.25455	0.161527	84.75455	0.160809	85.75455	0.162245	85.35841	0.192152
5	85.25448	0.209409	84.75448	0.207941	85.75448	0.210877	85.35809	0.240189
6	85.25434	0.257291	84.75435	0.255073	85.75434	0.259509	85.35769	0.288225
7	85.25413	0.305172	84.75414	0.302204	85.75412	0.30814	85.35723	0.33626
8	85.25384	0.353053	84.75386	0.349335	85.75383	0.356771	85.35669	0.384293
9	85.25349	0.400934	84.75351	0.396466	85.75347	0.405402	85.35608	0.432326
10	85.25306	0.448813	84.75309	0.443595	85.75303	0.454031	85.3554	0.480357
11	85.25256	0.496692	84.7526	0.490724	85.75253	0.50266	85.35465	0.528386
...
511	77.58239	20.38798	77.22069	20.04276	77.9441	20.73319	77.63002	20.38977
512	77.55453	20.41717	77.19335	20.07141	77.91571	20.76293	77.60217	20.41882
513	77.53356	20.43908	77.17289	20.09278	77.89423	20.78537	77.58121	20.44062
514	77.50565	20.46814	77.14551	20.1213	77.86579	20.81499	77.55333	20.46954
515	77.48465	20.48995	77.12503	20.14257	77.84428	20.83732	77.53234	20.49123
516	77.4567	20.51889	77.09761	20.17096	77.81579	20.86681	77.50441	20.52003
517	77.43568	20.54058	77.0771	20.19213	77.79425	20.88904	77.4834	20.54162
518	77.40767	20.5694	77.04963	20.22039	77.76572	20.91841	77.45542	20.57029
519	77.38663	20.59099	77.0291	20.24145	77.74415	20.94053	77.4344	20.59177
520	77.35858	20.61968	77.00159	20.26959	77.71557	20.96976	77.40637	20.62031

521	77.33751	20.64116	76.98097	20.29063	77.69406	20.9917	77.38532	20.64169
522	77.31643	20.6626	76.96043	20.31152	77.67244	21.01368	77.36426	20.66302
523	77.28833	20.6911	76.93232	20.34002	77.64433	21.04219	77.33618	20.69137

• Concluzii

Profilarea corectivă a sculelor care generează prin înfășurare, atât a sculelor asociate unui cuplu de centroide în rulare cât și sculelor mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție, reciproc înfășurătoare unor suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant, presupune cunoașterea, prin măsurare directă, a unei generatoare a suprafeței efectiv generate, generatoare exprimabilă printr-o matrice de coordonate.

Metoda poate constitui o modalitate de corecție o formei și dimensiunilor suprafeței generate prin imaginarea unei noi „suprafețe țintă” și reprofilarea sculei după o primă trecere, astfel ca, în trecerea următoare a sculei, generatoarea efectivă (măsurată) a suprafeței să fie între limitele acceptabile ale generatoarei teoretice ale suprafeței de generat.

Evident, procesul se poate repeta.

Soluția presupune existența unui utilaj specializat care are capacitatea de a efectua inspecția suprafeței generate și totodată reprofilarea sculei.

Pentru generarea prin înfășurare prin metoda rulării, pentru cazul cuțitului-pieptene I al cuțitului roată, s-au imaginat algoritmi de corecție, care se bazează pe geometria particulară a suprafețelor active ale sculei. Prin modificarea unghiului de degajare, la reascuțirea sculei, se poate obține o nouă generatoare a acesteia – apropiată ca formă și dimensiuni de generatoarea fictivă a suprafeței de generat.

Exemplele numerice realizate, se bazează pe o modelare numerică a generatoarelor efective.

Programele, în limbajul java, permit trasarea formei profilurilor, a limitelor de variație a formei și dimensiunilor acestora, precum și evidențierea coordonatelor profilurilor.

Casetele de dialog permit modificarea în limite largi a mărimilor parametrilor, precum și a preciziei (mărimii abaterii) acceptate a profilurilor generate și a profilurilor corectate ale sculelor.

Obiectivul 4. Extinderea modelelor de reprezentare în formă discretă a suprafețelor la profilarea sculelor pentru corecția de formă a suprafețelor active ale sculelor cu canale elicoidale, în scopul modificării formei muchiilor de așchiere și a geometriei tășurilor, în scopul acordării capacității de așchiere a sculei cu un obiectiv propus

(modificarea geometriei burghiilor elicoidale, în scopul uniformizării încărcării energetice în lungul tășurilor ; impunerea unor legități de variație a mărimii unghiurilor de degajare în lungul muchiei de așchiere principale ; corecții de forma suprafețelor de așzare)

ACTIVITATEA 4.1. EXTINDEREA MODELELOR DE PROFILARE LA CORECȚIA DE FORMĂ A CANALELOR BURGHIELOR ELICOIDALE ÎN VEDEREA REALIZĂRII UNOR CARACTERISTICI GEOMETRICE IMPUSE ALE TĂIȘURILOR PRINCIPALE

4.1.1. Încărcare energetică unitară uniformă în lungul tăișului principal

Burghiul elicoidal, datorită particularității sale de construcție și așchiere, prezintă o solicitare neuniformă a muchiei de așchiere, ca urmare a vitezei de așchiere neuniforme în lungul acesteia. Problema este bine cunoscută și, de asemenea, soluțiile propuse pentru compensarea acesteia. Se propune o nouă analiză a formei necesare a muchiei de așchiere a tăișului principal al burghiului elicoidal, în scopul diminuării neuniformității încărcării energetice în lungul acestuia. Se acceptă că forma muchiei de așchiere principale trebuie să fie curbilinie, astfel încât grosimea așchiei detașate să fie diferită în punctele de pe tăiș. Astfel, așchia urmează a fi mai subțire către periferia sculei, acolo unde viteza mișcării principale de așchiere este maximă și pe măsură ce punctul considerat pe tăiș este mai aproape de axa de rotație, loc în care viteza principală de așchiere diminuează în valoare, fig. 4.1, așchia este mai groasă.

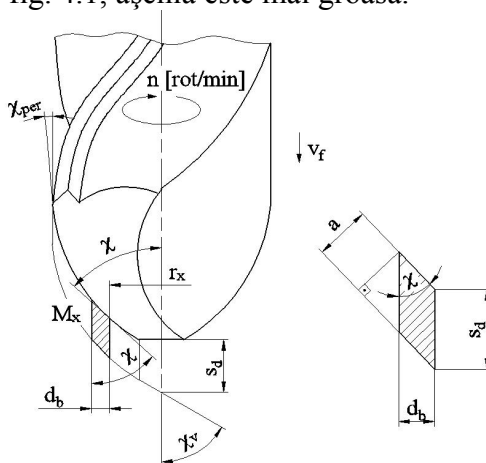


Fig. 4.1. Tăișul curb al burghiului, cu așchie de grosime variabilă

Astfel, pentru punctul de pe tăișul sculei, aflat la raza r_x , față de axa de rotație, grosimea așchiei poate fi aproximativă, pentru o lățime mică a acesteia prin forma

$$a_x = s_d \sin \chi \quad (4.1)$$

în care: s_d este avansul pe dinte [mm/dinte];

χ —mărimea unghiului de atac în punctul considerat pe muchia de așchiere.

Având în vedere faptul că sunt cunoscute dependențe de aproximare a mărimii forței principale de așchiere pentru o unitate de lungime a tăișului, în funcție de grosimea așchiei, se pot defini o funcție de aproximare a mărimii componente principale de așchiere, fie R_x acestea, care revine mărimii așchiei detașate în punctul M_x , aflat la raza r_x de axa burghiului:

$$R_x = -162 \cdot a_x^2 + 234.4 \cdot a_x + 6.163 \text{ [N]},$$

$$\text{cu grosimea așchiei } a_x, \text{ măsurată în [mm].} \quad (4.2)$$

Viteza periferică a punctului M_x , viteza mișcării principale, este de forma

$$v_x = \omega \cdot r_x, \quad (4.3)$$

cu r_x raza punctului considerat de pe tăiș;

ω —viteza unghiulară, în mișcarea de rotație a burghiului, $\omega = \frac{\pi n}{30}$ [rad/min], n [rot/min].

Astfel, energia detașată pe tăiș poate fi aproximată

$$E = R_x \cdot v_x \text{ [N}\cdot\text{m/s]}, \quad (4.4)$$

cu R_x exprimat în [N].

Energia, care revine unității de lungime a tăișului, Δb , este

$$q = \frac{E}{\Delta b} \text{ [W/m]}, \quad (4.5)$$

reprezentând încărcarea energetică unitară a tăișului sculei.

Se poate, acum, defini, pentru diferite forme ale muchiei de așchiere, legea de variație a încărcării energetice unitare, în lungul muchiei de așchiere principale a sculei.

Nota: Funcția de recurență pentru estimarea mărimii forței principale de așchiere se stabilește, în funcție de tipul de material prelucrat, legea de variație a mărimii grosimii așchii detașate, vezi tabelul 4.1.

Tabelul 4.1. Forțe unitare pentru 1 mm lățime de așchie(la broșare)

Supraînălțarea pe dinte a_2	Oțel de calitate		Oțel aliat		Fontă		
	HB ≤ 220	HB > 220	HB ≤ 220	HB > 220	cenușie		maleabilă
					HB ≤ 180	HB > 180	
0.02	10.5	12.5	13.6	15.8	8.1	8.9	7.3
0.03	13.6	16.1	16.9	18.6	10.4	11.6	9.4
0.04	15.8	18.7	19.8	21.8	12.1	13.4	10.9
0.05	18.1	21.6	22.2	24.5	14	15.5	12.5
0.06	19.5	23.2	25.5	28.2	15.1	16.6	13.4
0.07	21.7	25.8	28.2	31.2	16.7	18.4	14.3
0.08	23.5	28.	30.2	33.5	18	20	16.4
0.09	25.5	30.4	32.8	36.2	19.5	21.6	17.9
0.10	27.3	32.5	35.5	39	20.7	23.6	19.2
0.11	29.4	35	38.1	42	22.6	25.4	20.6
0.12	31.5	37.5	40.7	45	24.3	26.8	22
0.13	33.6	39.8	43.3	48	25.8	28.5	43.4
0.14	35.7	42.5	45.7	50.5	27.3	30.3	25
0.15	37.9	45	48	53	29	32.1	26.1
0.16	39.8	47.2	51	56	30.5	33.6	27.6
0.18	43.6	52	56.5	62.5	33.4	37	30.2
0.20	47.3	56.2	62	68.5	36	40.2	32.6
0.22	50.3	60	66.7	73.8	38.5	42.7	34.9
0.24	53.1	63.2	70.9	78.6	41	45.1	36.8
0.26	56.1	66.6	75.3	83.4	42.9	47.7	39
0.28	58.8	70	79.8	88.3	45.5	50	41.3
0.30	61.5	73	84.5	93.3	47.6	52.2	43.1

Evident, aceste „forțe unitare”, ca mărimi experimentale, sunt definite pentru cazul așchierii ortogonale libere, ceea ce se deosebește substanțial față de cazul de față. Totuși, o informație calitativă asupra formei necesare a tăișului burghiului se poate obține utilizând aceste mărimi ale „forței unitare”.

Verificarea legii de variație a încărcării energetice unitare, în lungul tăișului sculei, pentru forme constructive diferite ale tăișului burghiului elicoidal, poate fi făcută, considerând grosimea așchii geometrice, în funcție de legea de variație a unghiului de atac principal, fig. 4.6.

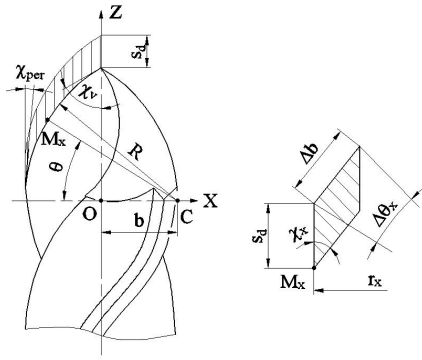


Fig. 4.6. Muchia de așchiere, în arc de cerc

• Tăiș curb cu profil în arc de cerc

Se definesc, pentru forma tăișului considerat, mărimile:

D este diametrul burghiului [mm];

R — raza profilului circular al tăișului, $R = 1.05 \cdot D$ [mm]; (4.6)

χ_v, χ_p — mărimea unghiurilor de atac la vârful și periferia burghiului.

Ecuatiile muchiei de așchiere în arc de cerc sunt:

$$\begin{aligned} X &= -R \cos \theta_x + R \cos \chi_v; \\ Y &= 0; \\ Z &= R \sin \theta_x; \end{aligned} \quad (4.7)$$

θ_x — variabilă unghiulară;

$\chi_p \leq \theta_x \leq \chi_v$ și R raza arcului de cerc.

Evident, lungimea tăișului, pentru o variație incrementală a unghiului θ_x , este

$$\Delta b = R \cdot \Delta \theta_x, \quad (4.8)$$

și, de asemenea, se definește grosimea așchiei,

$$a_x = s_d \sin \chi_x \text{ [mm]}, \quad (4.9)$$

χ_x este unghiul de atac, în punctul M_x considerat pe tăiș ($\chi_x = \theta_x$).

Raza punctului curent de pe tăiș este $r_x = -R \cos \theta_x + R \cos \chi_v$ [mm].

Astfel, se poate defini legea de variație a mărimii încărcării energetice unitare ca fiind raportul :

$$q_{(x)} = \frac{R_{(x)} \cdot r_x}{\Delta b} \cdot K, \quad (4.10)$$

K este o mărime de transformare, care nu depinde de variabilele considerate în proces (r_x, θ_x).

Nota: Mărimea $q(x)$ are semnificația încărcării energetice a tăișului burghiului, dar mărimile funcției $q(x)$ (4.10) nu sunt de acceptat decât în sens calitativ.

Forma circulară a tăișului principal poate fi obținută prin ascuțire elicoidală (brevet RO 113723C), figura 4.3, sau toroidală (Brevet RSR 80173), figura 4.4:

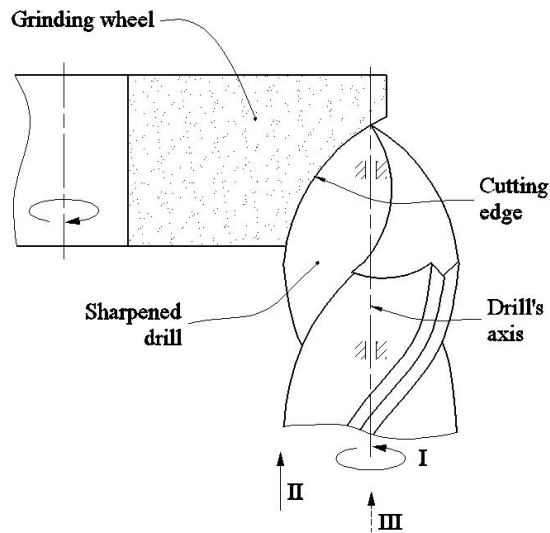


Fig. 4.7. Cinematica ascuțirii elicoidale: I, II – mișcări elicoidale; III – avans tehnologic (Fetecau .C)

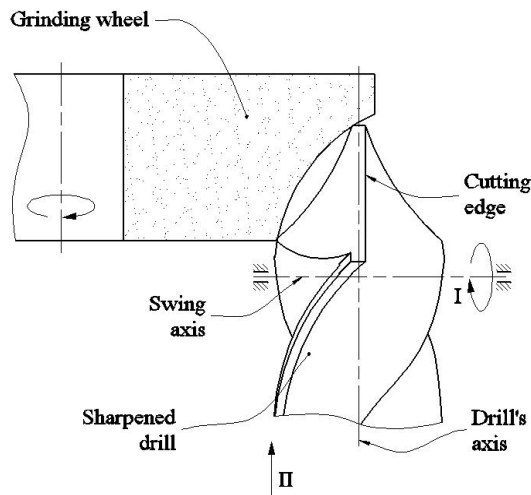


Fig. 4.8. Cinematica ascuțirii toroidale: I-mișcare de revoluție; II-avans tehnologic (Oancea N)

Cele două procedee de ascuțire, brevetate în România, asigură tăișului o formă curbilinie, ce permite modificarea unghiului tăișului principal între limitele impuse.

În mod frecvent, posibilitățile de ascuțire asigură o variație a unghiului de atac principal în intervalul: $\chi_t = 60^\circ$ până la $\chi_p = 12^\circ$, vezi figura 4.2.

În figura 4.5, este prezentată legea de variație a încărcării energetice unitare, în funcție de raza burghiului, pentru un burghiu cu tăișuri curbe, având următoarele caracteristici:

$R = 1.05 \cdot D$; $b = 0.502 \cdot D$, D fiind diametrul exterior al burghiului.

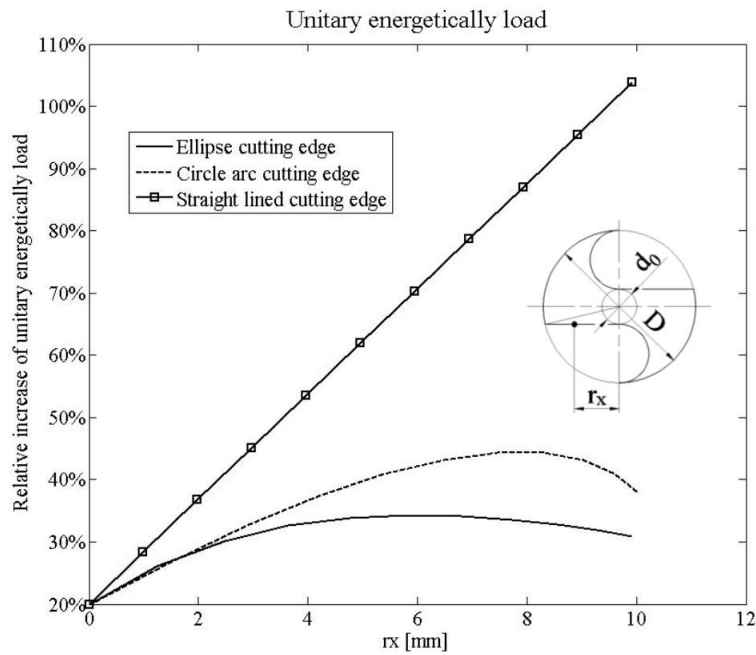


Fig. 4.5 . Legea de variație a încărcării energetice unitare in lungul tăișului principal al burghiului

• Tăiș principal eliptic

Este analizată o nouă formă a tăișului principal -*tăiș principal eliptic*, vezi figura 4.6, ca alternativă la tăișul curbiliniu al unui burghiu elicoidal.

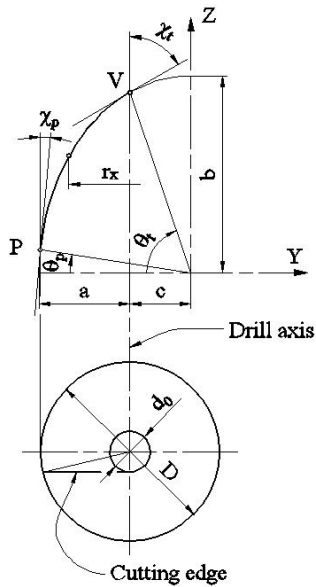


Fig. 4.9. Tăiș eliptic

Se definește elipsa:

$$\begin{aligned} Y &= a \cos \theta; \\ Z &= b \sin \theta, \end{aligned} \tag{4.11}$$

cu variabila θ și a și b semiaxele elipsei.

Identificarea formei elipsei se face pe baza condițiilor:

- unghiul de atac principal la vârful, θ_t , și periferia sculei, θ_p ,

$$\tan \theta_t = -\frac{b}{a} \tan \chi_t; \tag{4.12}$$

$$\tan \theta_p = -\frac{b}{a} \tan \chi_p; \quad (4.13)$$

- valoarea segmentului c definește distanța între axa burghiului și axa elipsei,

$$a \cdot \cos \theta_v = c; \quad (4.14)$$

- coordonatele punctului P de pe tăiș,

$$\sqrt{\frac{D^2}{4} - \frac{d_0^2}{4}} + c = a \cos \chi_p. \quad (4.15)$$

Sistemul de 4 ecuații conține 5 necunoscute, drept care este necesară alegerea semiaxe mari a elipsei, fiind aleasă, după încercări, o valoare arbitrară,

$$b = 1.8 \cdot D, \quad (4.16)$$

D fiind diametrul exterior al burghiului.

În acest mod, sistemul de ecuații devine determinat.

Se consideră lungimea elementară a segmentului de tăiș,

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} \quad (4.17)$$

in care, vezi (4.9), sunt definite derivatele parțiale

$$dx = [-a \sin \theta] d\theta, \quad dy = [b \cos \theta] d\theta, \quad (4.18)$$

sau, pentru lungimi elementare mici, (4.17) poate fi înlocuită de

$$\Delta s = \sqrt{a^2 (\sin^2 \theta) + b^2 (\cos^2 \theta)} \cdot \Delta \theta. \quad (4.19)$$

Astfel, în punctul curent de pe tăiș, grosimea așchii pentru o valoare S_d a avansului pe dinte,

$$a_x = S_d \sin \chi_x. \quad (4.20)$$

și raza punctului considerat de pe tăiș

$$r_x = a \cos \theta_x - c, \quad (4.21)$$

vezi și (4.14). se definește încărcarea energetică unitară pe tăiș (vezi (4.10) și (4.19))

$$q(x) = K \frac{R(x) r_x}{\Delta s}. \quad (4.22)$$

Software pentru determinarea încărcării energetice unitare

A fost elaborat un produs soft dedicat pentru determinarea încărcării energetice unitare în lungul tăișului, produs soft care:

- determină forma muchiei de așchiere a tăișului curbiliniu;
- trasează dependenta încărcării energetice unitare în funcție de raza r_x ;
- calculează micșorarea relativă a încărcării energetice unitare față de cea pentru tăiș rectiliniu.

Ca dată de intrare a acestui program, se furnizează semiaxa b a elipsei și, utilizând ecuațiile:

$$\begin{aligned} \cos \theta_t &= \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \chi_t}}; \\ \cos \theta_p &= \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \chi_p}}; \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\frac{a}{\cos \theta_t - \cos \theta_p} = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_0}{2}\right)^2},$$

se determină valoarea a .

În figura 4.5, sunt prezentate legile de variație ale încărcării energetice unitare în lungul tăișului principal pentru două forme ale tăișului, și anume, tăiș circular și tăiș eliptic.

În figura 4.7, sunt prezentate încărcările energetice unitare, față de cele ale unui burghiu cu tăiș rectiliniu (considerat ca nivel de 100 %). Este evident că, tăișul curbiliniu eliptic asigură cea mai redusă încărcare energetică unitară și, ca urmare, o rezistență îmbunătățită la uzură.

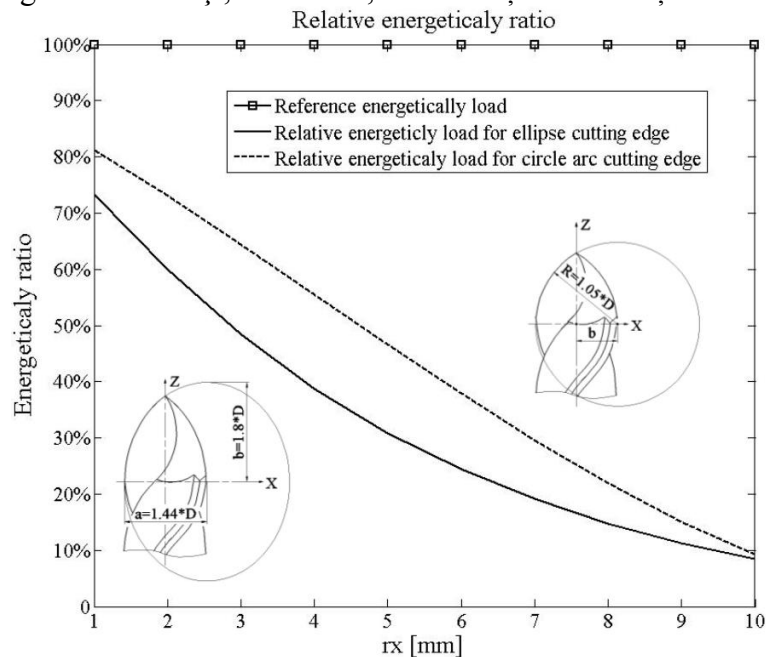


Fig. 4.7. Scăderea relativă a încărcării energetice unitare în cazul tăișurilor curbe, față de cazul tăișului rectiliniu

Modalitatea de estimare a încărcării energetice unitare a tăișului sculei, în forma prezentată, permite o estimare calitativă a procesului. Modalitatea prezentată arată, pe baza prezumpțiilor inițiale, că valoarea forței de așchiere pe unitatea de lungime a tăișului, în funcție de grosimea așchii, cunoscută pe cale experimentală, pentru diferitele tipuri de materiale prelucrate, poate fi extinsă și la burghiere.

Forma curbilinie a tăișului burghiului elicoidal conduce la o uniformizare a energiei degajate pe tăiș în timpul procesului de formare a așchii.

Forma curbilinie a tăișului sculei conduce la scăderea încărcării energetice unitare, în sensul că, la periferia burghiului, grosimea așchii se diminuează în raport cu mărimea avansului de lucru.

Creșterea vitezei de așchiere este proporțională cu raza burghiului și ca urmare, zonele de pe tăiș care detașază grosimi mici de așchii, cărora le corespund forțe mici de așchiere, vor avea încărcări energetice comparabile cu zonele de pe tăiș care detașând așchii groase, și deci, cu forțe mari de așchiere, dar la viteze de așchiere mai reduse (zonele din apropierea axei burghiului).

S-au analizat forme circulare ale tăișului precum și forme eliptice ale acestuia, care impun, evident, și forme diferite ale canalelor burghiului. Ca urmare, se poate aprecia că, formele eliptice ale muchiilor de așchiere asigură legi de variație a încărcării energetice unitare în lungul tăișului mai apropiate de condiția impusă – încărcare energetică unitară constantă – decât formele circulare ale tăișurilor. Ambele construcții propuse asigură încărcări energetice, ale punctelor de pe tăiș, inferioare formelor rectilinii ale tăișurilor.

Se pot imagina procedee de așchiere care să asigure forme eliptice ale tăișului principal al burghiului elicoidal. Cinematica procesului de ascuțire trebuie să permită realizarea unei suprafețe conice a suprafeței de așezare a tăișului principal al burghiului conform figurii 4.8.

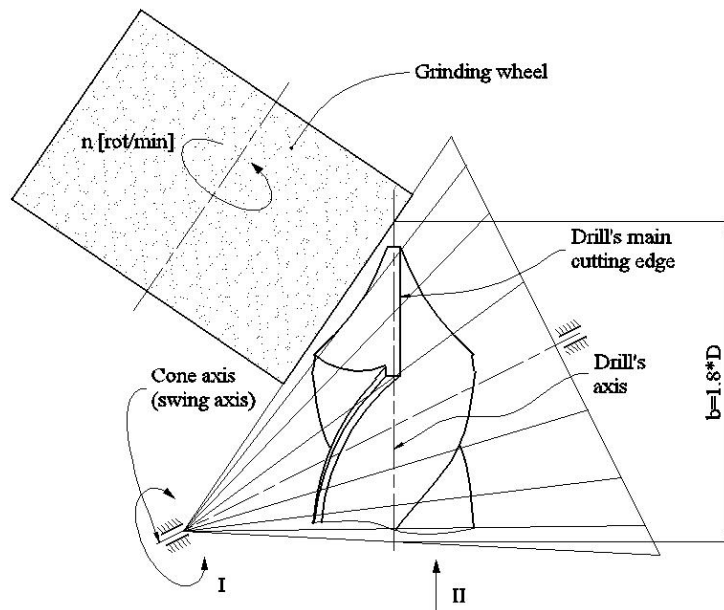


Fig. 4. 10. Cinematica ascuțirii conice a burghiilor cu tăișuri eliptice: I – Mișcare de oscilație; II – Mișcare tehnologică de avans

Produs soft pentru calculul incarcarii energetice unitare

```

D=20; d0=0.12*D;
corectie=d0/2*cos(55*pi/180);
kv=60*pi/180; kp=12*pi/180;
b=2*D; s=0.2;
R=((D/2)^2-(d0/2)^2)^(1/2)/(cos(kp)-cos(kv));
b0=R*cos(kv);
inc=(kv-kp)/10;
d_c=R*inc;
d=d_c;
%%elipsa
syms r teta;
tv=acos(cos(kv)/(r^2*(1-(cos(kv))^2)+(cos(kv))^2)^(1/2));
tp=acos(cos(kp)/(r^2*(1-(cos(kp))^2)+(cos(kp))^2)^(1/2));
ec=b/r*cos(tp)-b/r*cos(tv)-((D/2)^2-(d0/2)^2)^(1/2);
sol=(solve(ec));
n=1;
for cont=1:1:length(sol);
    if isreal(sol(cont))
        rez(n)=eval(sol(cont));
        n=n+1;
    end;
end;
a=b/max(rez);
r=b/a;
tv=acos(cos(kv)/(r^2*(1-(cos(kv))^2)+(cos(kv))^2)^(1/2));
tp=acos(cos(kp)/(r^2*(1-(cos(kp))^2)+(cos(kp))^2)^(1/2));
teta1=tp;
x(1)=a*cos(teta1);
y(1)=b*sin(teta1);
teta_r1(1)=tp;

```

```

n1=2;
while teta1<tv;
    q=(a^2*(cos(teta1)-cos(teta))^2+b^2*(sin(teta1)-sin(teta))^2)^(1/2)-d;
    rez=solve(q);
    calcul=0;
    m=1;
    for n2=1:1:length(rez);
        if isreal(rez(n2))==1;
            rez1(m)=vpa(rez(n2),10);
            calcul=1;
            m=m+1;
        end;
    end;
    if calcul==1;
        rez2=max(eval(rez1));
        teta_r1(n1)=rez2;
        teta1=rez2;
        n1=n1+1;
    end;
    clear rez1 rez;
end;
m1=1;
for cont=1:1:length(teta_r1);
    if teta_r1(cont)<tv;
        teta_r(m1)=teta_r1(cont);
        x(m1)=a*cos(teta_r(m1)); y(n1)=b*sin(teta_r(m1));
        m1=m1+1;
    end;
end;
teta1=tv;
x(m1)=a*cos(teta1);
y(m1)=b*sin(teta1);
teta_r(m1)=tv;
for cont=1:1:length(teta_r);
    k_e(cont)=acos(b*cos(teta_r(cont))/(a^2*(sin(teta_r(cont)))^2+b^2*(cos(teta_r(cont)))^2)^(1/2));
    rx_e(cont)=x(cont)-x(m1);
    x_e(cont)=rx_e(cont);y_e(cont)=y(cont);
    a_e(cont)=s*sin(k_e(cont));
    F_e(cont)=-162.3*a_e(cont)^2+234.4*a_e(cont)+6.163;
    F_rx_e(cont)=F_e(cont)*rx_e(cont)/d+corectie;
end;
%F_rx_e(length(teta_r))=F1*rx1/d;
%%
%%cerc
n=1;
for unghi=kp:inc:kv;
    k_c(n)=unghi;
    rx_c(n)=R*cos(k_c(n))-b0;
    a_c(n)=s*sin(k_c(n));
    F_c(n)=-162.3*a_c(n)^2+234.4*a_c(n)+6.163;
    F_rx_c(n)=F_c(n)*rx_c(n)/d_c+corectie;
    x_c(n)=R*cos(k_c(n))-b0; y_c(n)=R*sin(k_c(n));

```

```

n=n+1;
end;
%%
%%segment
k_d=kv;
a_d=s*sin(k_d);
F_d=-162.3*a_d^2+234.4*a_d+6.163;
lung=R*(60*pi/180-5*pi/180)/10;
n2=1;
rx_d1=((D/2)^2-(d0/2)^2)^(1/2);
while rx_d1>0;
    rx_d(n2)=rx_d1;
    rx_d1=rx_d1-lung;
    F_rx_d(n2)=F_d*rx_d(n2)/lung+corectie;
    x_d(n2)=rx_d(n2); y_d(n2)=(((D/2)^2-(d0/2)^2)^(1/2)-x_d(n2))/tan(k_d);
    n2=n2+1;
end;
rx_d(n2)=0;
F_rx_d(n2)=F_d*rx_d(n2)/lung+corectie;
x_d(n2)=rx_d(n2); y_d(n2)=(((D/2)^2-(d0/2)^2)^(1/2)-x_d(n2))/tan(k_d);

```

4.1.2. Lege îmbunătățită a variației mărimii unghiului de degajare în lungul tăișului principal

Problematika aparte a geometriei burghiilor elicoidale, în legatură cu specificitatea lucrului cu astfel de scule, au impus multiple modificări constructive, în scopul uniformizării condițiilor de formare și detașare a așchiilor în lungul muchiei de așchiere principale, urmărindu-se:

- o mai bună geometrie în zona tăișului principal;
- o încărcare energetică uniformă în lungul muchiei de așchiere principale;
- modificarea geometriei tăișului cu scopul ameliorării formării așchiei în lungul muchiei de așchiere (un unghi de degajare cu o variație uniformă a mărimii acestuia);
- micșorarea forței și momentului de așchiere, o mai ușoară evacuare a așchiilor formate.

Este dificilă reunirea tuturor condițiilor în vederea stabilirii unei geometrii optime a burghiului elicoidal, totuși, un ansamblu al unora din cerințele menționate mai sus poate conduce la îmbunătățirea funcționării unei astfel de scule.

S-a făcut o analiză a variației mărimii unghiului de degajare în lungul tăișului principal, urmărindu-se uniformizarea încărcării energetice unitare, prin utilizarea unui tăiș curb și diminuarea variației mărimii unghiului de degajare, în lungul tăișului principal al burghiului elicoidal.

•Unghiul de degajare în lungul tăișului principal

Unghiul de degajare constructiv în lungul tăișului principal al burghiilor, are o variație importantă, descrescînd de la periferie către axa burghiului, situație relativ ușor de pus în evidență dacă se consideră unghiul de degajare din planul longitudinal (plan paralel cu axa burghiului), figura 4.9 (planul de lucru P_f).

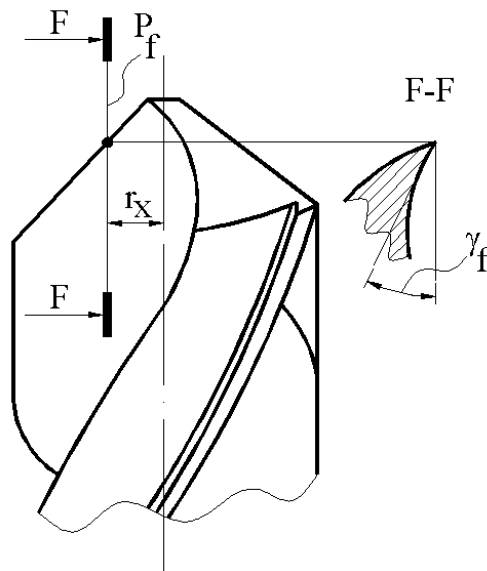


Fig. 4.9. Unghiul de degajare din planul de lucru P_f

Este evident că, odată cu mărirea razei “ r_x ” a punctului considerat pe muchia de aşchiere a burghiului γ_f creşte în valoare absolută.

Această situaţie, cu totul particulară la sculele de interior cu canale elicoidale, în speţă la burghie, conduce la modificarea condiţiilor de formare a aşchii şi, ca urmare, la comportarea neuniformă în lungul muchiei de aşchiere a procesului formării aşchii.

Uniformizarea mărimii unghiului de degajare în lungul tăişului principal al burghiului poate constitui o cale pentru îmbunătăţirea comportării acestui tip de sculă în procesul formării aşchii.

Totodată, trebuie avute în vedere şi alte consideraţii importante cum ar fi: asigurarea unei încărcări energetice cât mai uniforme în lungul muchiei de aşchiere principale – geometrie convenabilă a tăişului transversal al sculei.

Se propune, în cele ce urmează, un studiu comparativ, analitic şi prin modelare 3D, a legii de variaţie a mărimii unghiului de degajare “ γ_f ” în lungul muchiei de aşchiere principale a burghiului, pentru scula cu tăiş curb, cu profil în arc de cerc, vezi şi figura 4.10.

În sistemul de referinţă solidar axei burghiului, XYZ, ecuaţiile parametrice ale muchiei de aşchiere sunt:

$$\begin{aligned} X &= -c + R \cos \theta; \\ Y &= \frac{d_0}{2}; \\ Z &= R \sin \theta. \end{aligned} \quad (4.24)$$

În (4.24), se definesc: θ este o variabilă unghiulară;

$$R = \frac{\sqrt{\frac{D^2}{4} - \frac{d_0^2}{4}}}{\cos \chi_p - \cos \chi_v}, \text{ mărimea razei tăişului curb, plan;} \quad (4.25)$$

$$c = R \cos \chi_v, \text{ constantă geometrică;} \quad (4.26)$$

χ_p şi χ_v - unghiuri de atac la periferia şi vârful sculei.

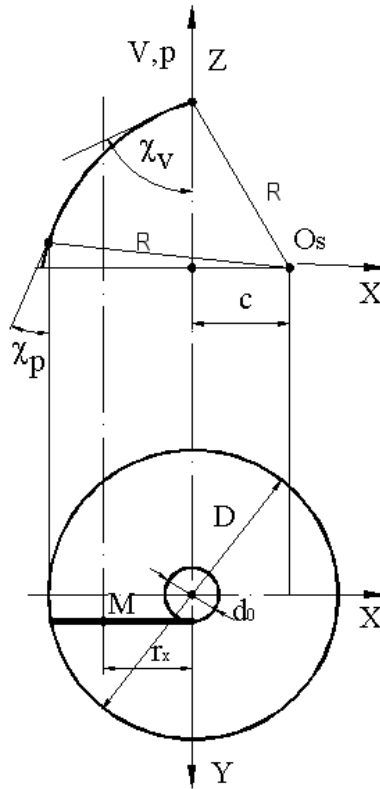


Fig. 4.10. Muchia de aschiere
(D – diametrul exterior al burghiului, d_0 – diametrul miezului)

Suprafata elicoidală a feței de degajare a sculei, de axă \vec{V} și parametru elicoidal p , are ecuațiile:

$$\begin{aligned} x &= [-c + R \cos \theta] \cos \varphi - \frac{d_0}{2} \sin \varphi; \\ y &= [-c + R \cos \theta] \sin \varphi + \frac{d_0}{2} \cos \varphi; \\ z &= R \sin \theta + p\varphi, \end{aligned} \quad (4.27)$$

cu φ - parametru unghiular variabil ,

$$p - \text{parametru elicoidal, } p = \frac{D}{2 \cdot \text{tg} \omega};$$

ω - unghiul de înclinare al elicei exterioare (corespunzătoare diametrului D al burghiului).
Se definește *unghiul de degajare*, într-un plan paralel cu axa burghiului (plan de lucru P_f),

$$P_f: x = r_x, (r_x - \text{variabilă}) \quad (4.28)$$

și

$$0 \leq r_x \leq \frac{D^2}{4} - \frac{d_0^2}{4}. \quad (4.29)$$

Definiția dată de (4.28) este oarecum aproximativă, dar nu influențează asupra concluziilor calitative ale problemei analizate.

Din (4.27) și (4.29), rezultă condiția de intersecție

$$\left| [-c + R \cos \theta] \cos \varphi - \frac{d_0}{2} \sin \varphi - r_x \right| \leq q \quad (4.30)$$

în care, q este pozitiv și mic ca ordin de mărime (de exemplu, $q = 1 \cdot 10^{-3}$).

Ansamblul ecuațiilor (4.27) și (4.30) reprezintă forma muchiei de intersecție a suprafeței de degajare cu planul de măsurare P_f .

În principiu, unghiul de degajare în planul de lucru, P_f , corespunzător distanței r_x , vezi figura 4.11, $P_{f,rx}$, se definește între tangenta la muchia de intersecție a suprafeței canalului cu planul $P_{f,rx}$ și direcția axei burghiului.

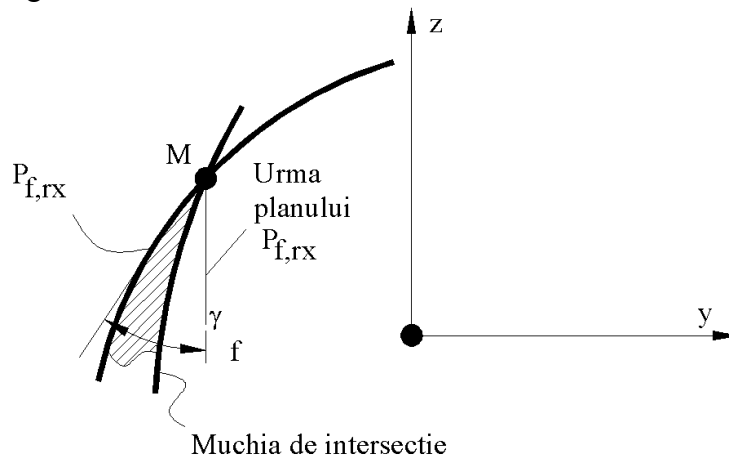


Fig. 4.11. Unghiul de degajare γ_f din planul de lucru $P_{f,rx}$

În figura 4.12, este prezentată variația unghiului de degajare γ_f în lungul muchiei de așchiere pentru burghiul cu tășuri curbe, pentru un caz concret, $D=20\text{ mm}$, $\omega = 30^\circ$.

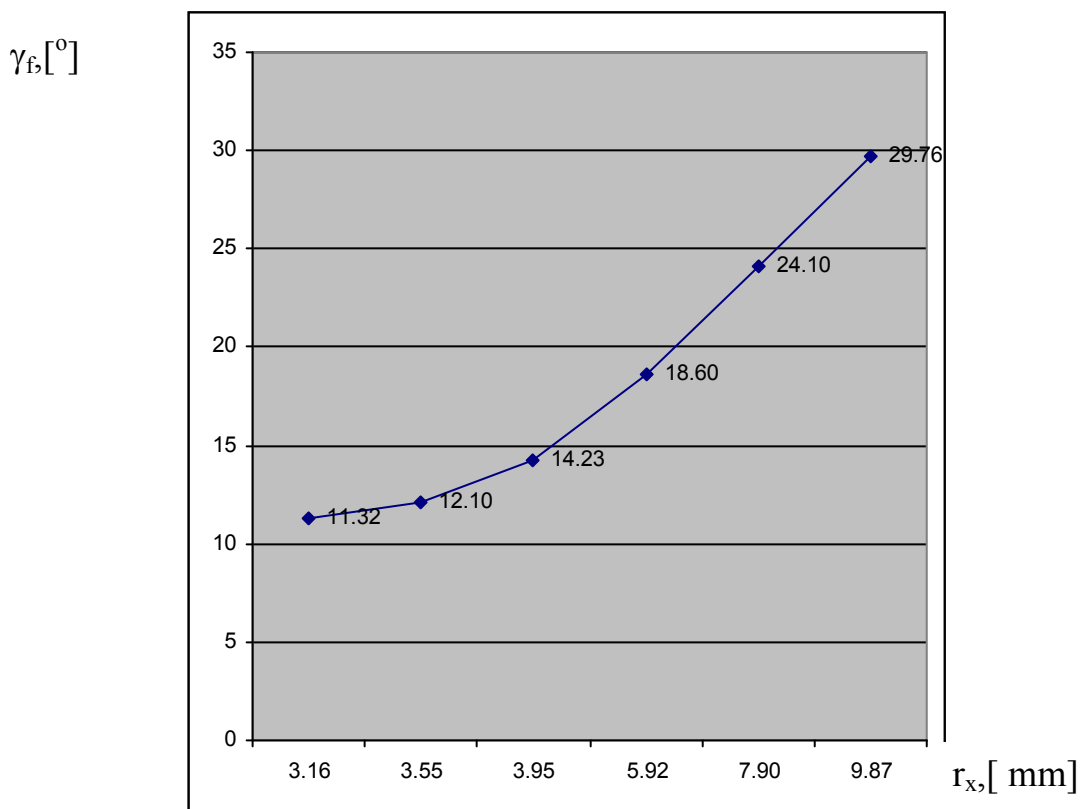


Fig. 4.12. Variația unghiului de degajare γ_f

Este evidentă o variație crescătoare a unghiului γ_f către periferia burghiului și, ca urmare, o soluție de “uniformizare” a mărimii sale s-ar impune, avînd în vedere cerința enunțată.

Se propune o analiză a geometriei muchiei de așchiere principală a burghiului, în spetă a legii de variație a unghiului γ_n în lungul tăișului, prin modelare solidă 3D.

Se prezintă, în modelul 3D al suprafeței de degajare, planul de lucru P_f . Planul P_n este definit ca planul normal în punctul considerat pe muchia de așchiere.

Unghiul de degajare γ_n se definește într-un plan normal la muchia de așchiere, P_n , între tangenta la muchia curbei de intersecție cu suprafața de degajare (canalul elicoidal) și planul de bază, aferent punctului considerat (planul ce conține axa burghiului și punctul M considerat pe muchia de așchiere).

Prin modificarea poziției punctului considerat pe tăiș, se modelează mărimea unghiului de degajare în planul normal P_n , în diferite puncte în lungul muchiei de așchiere principale, pentru o sculă cu tăiș curbiliniu - cerc, într-un plan tangent la cilindrul miezului burghiului ($\lambda^*=0$).

Se propune o modificare a formei muchiei de așchiere a tăișului principal al burghiului, prin modificarea poziției planului muchiei de așchiere, pentru aceeași formă curbă a tăișului principal, figura 4.13, considerînd cș planul tăișului formează cu axa sculei un unghi λ^* , figura 4.13. Aceasta presupune și o modificare a formei sculei de ordinal doi pentru generarea canalului elicoidal.

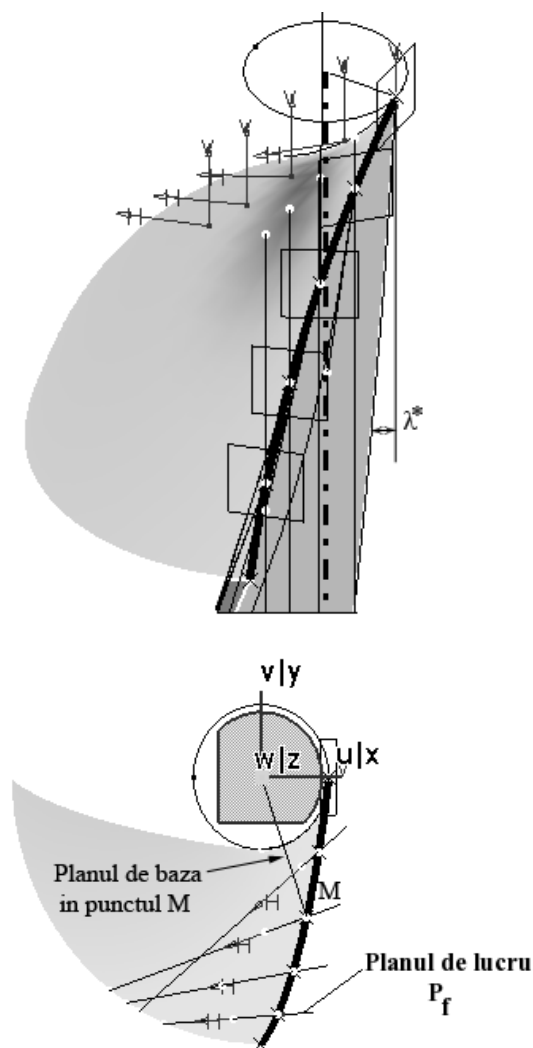
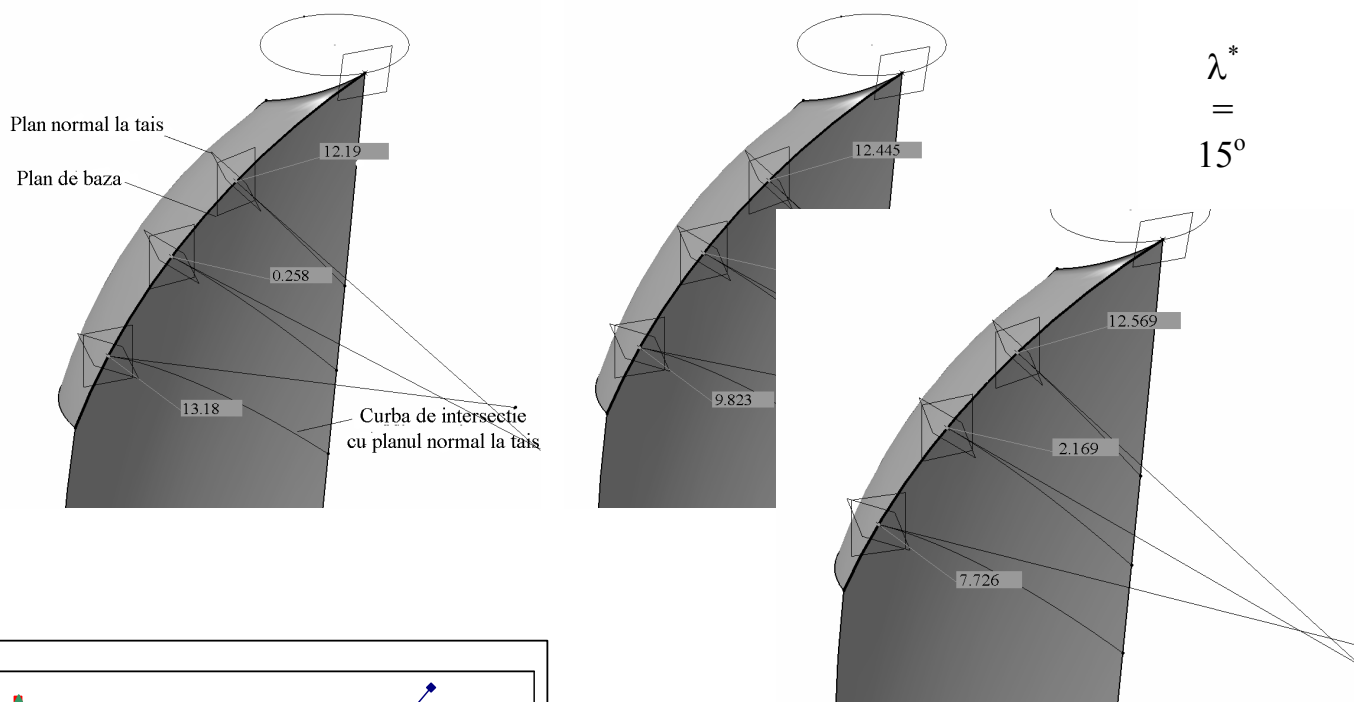
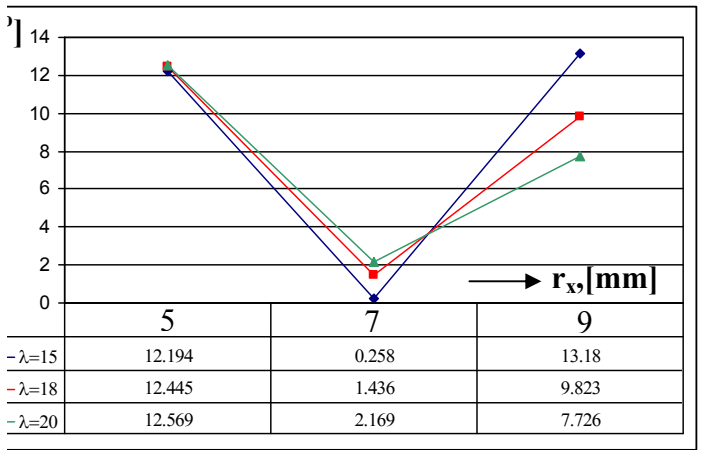


Fig. 4.13. Forma muchiei de așchiere; planul muchiei de așchiere inclinat cu unghiul λ^*

În figura 4.14, este definită, în urma modelării 3D a suprafețelor de degajare și a planului normal, P_n , legea de variație a mărimii unghiului de degajare în lungul muchiei de așchiere principale, pentru diferite mărimi ale unghiului planului tăișului λ^* .



$$\lambda^* = 15^\circ$$



$$\lambda^* = 20^\circ$$

Fig. 4.14. Legea de variatie a marimii unghiului de degajare pentru diferite marimi ale planului unghiului taisului λ^*

• Concluzii

Este evident că, odată cu creșterea mărimii unghiului de înclinare a planului tăișului, λ^* , variația mărimii unghiului de degajare γ_n , în lungul tăișului principal are o tendință de reducere, ceea ce conduce la o ameliorare a modului de desfășurare a procesului de formare a așchiei, și deci, a rezultatelor unui astfel de proces de lucru.

Totodată, forma curba a tăișului conferă o încărcare energetică unitară constantă, în lungul tăișului principal, îndeplinindu-se și o a doua cerință impusă muchiei de așchiere.

Mai mult, forma muchiei de așchiere, asigură un unghi de înclinare λ favorabil, în lungul tăișului, contribuind la îmbunătățirea comportării sculei la solicitari cu șoc în timpul așchierii.

ACTIVITATEA 4.2. EXTINDEREA ALGORITMILOR DE PROFILARE LA CORECȚIA DE FORMĂ A SUPRAFEȚELOR DE AȘEZARE ALE BURGHIELOR ELICOIDALE

Procesul de generare a suprafeței de așezare a tășurilor principale ale burghiilor elicoidale este afectat de forma efectivă a suprafețelor (generatoarelor) corpurilor abrazive care participă la generarea acestora. Forma efectivă a generatoarei corpului abraziv este variabilă în timp, ca urmare a procesului de uzare, inevitabil în decursul procesului de abrazare a feței de așezare. Realizarea unui model al generatoarei efective a discului abraziv și introducerea acestuia în cadrul procesului de modelare a generării suprafețelor de așezare a burghiului elicoidal, poate oferi indicii asupra erorilor de realizare a suprafeței de așezare, cu repercursiuni asupra funcționalității sculei.

De regulă, mașinile pentru ascuțirea burghiilor elicoidale au prevăzută în cinematica constructivă o mișcare relativă

a sculei, în lungul generatoarei teoretice a corpului abraziv, în scopul uniformizării uzurii suprafețelor active a acestora, astfel că, se poate considera ca formă efectivă a corpului abraziv se modifică, în raport cu cea teoretică pentru un domeniu al generatoarei acesteia, mai extinsă decât lungimea efectivă a muchiei de așchiere a sculei, a cărei suprafață de așezare este generată, figura 4.15.

Ascuțirea cilindrică a feței de așezare, cinematica principială:

- I. mișcarea de așchiere a corpului abraziv
- II. mișcarea de oscilație a burghiului ascuțit
- III. mișcarea de avans, în lungul axei burghiului
- IV. mișcarea de uniformizare a uzurii discului abraziv

Astfel, modelul generatoarei efective a corpului abraziv poate fi realizat sub forma unui polinom Bezier, care pentru simplitatea abordării poate fi considerat ca un polinom de grad inferior (gradul 2 sau 3).

Cinematica așchierii. Sisteme de referință

În figura 4.15, este prezentată cinematica principială a procedurii de ascuțire a suprafeței de așezare principale a burghiului elicoidal, procedeul cilindric.

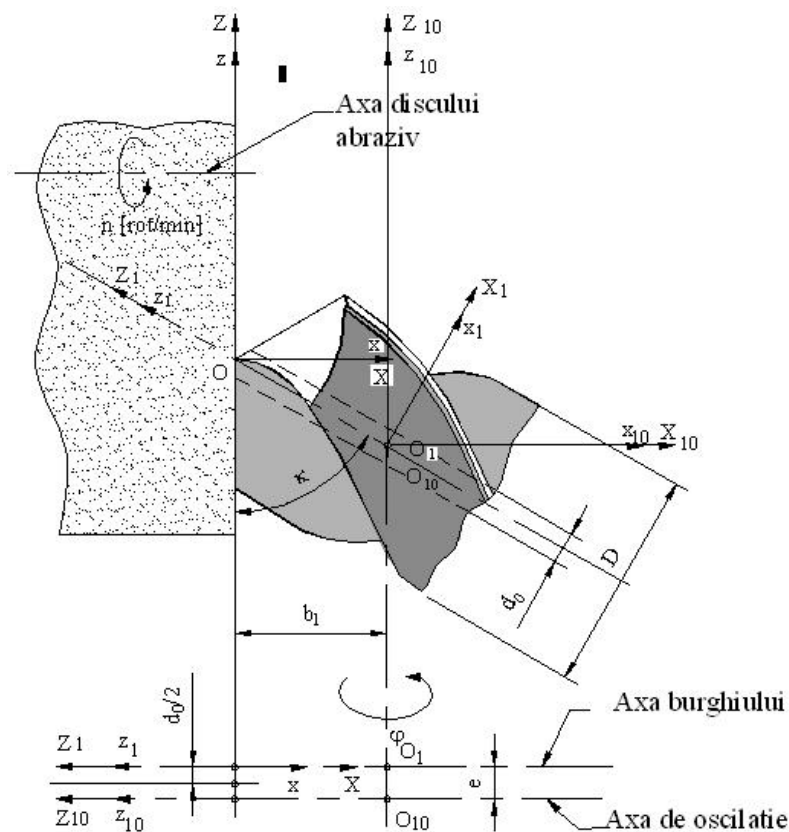


Fig. 4.15. Cinematica principală. Sisteme de referință

Se definesc sistemele de referință:

XYZ – sistem de referință solidar generatoarei corpului abraziv;

$X_{10}Y_{10}Z_{10}$ – sistem de referință mobil solidar axei de oscilație a burghiului ascuțit;

$X_1Y_1Z_1$ – sistem mobil, solidar burghiului ascuțit.

Se definesc și sisteme de referință fixe:

xyz – cu axa x suprapusă axei corpului abraziv;

$x_{10}y_{10}z_{10}$ – sistem fix, cu axa z_{10} suprapusă axei de oscilație

În sistemul mobil XYZ, se definește modelul generatoarei corpului abraziv, prin “măsurarea” a trei sau multe puncte în lungul generatoarei, figura 4.16, fie $A[X_A, Z_A]$, $C[X_C, Z_C]$ și $B[X_B, Z_B]$ acestea.

FIG. 4.16

Modelul generatoarei efective, în forma unui polinom Bezier, de gradul doi, este:

$$X = \begin{pmatrix} P_X(\lambda) \\ 0 \\ P_Z(\lambda) \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

cu

$$P_X(\lambda) = \lambda^2 \cdot A_X + 2\lambda(1-\lambda)C_X + (1-\lambda)^2 B_X$$

$$P_Z(\lambda) = \lambda^2 \cdot B_Z + 2\lambda(1-\lambda)C_Z + (1-\lambda)^2 B_Z \quad (4.32)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad (4.33)$$

• **Notă**

Definirea unui numar mai mare de puncte în lungul modelului generatoarei efective a discului abraziv, (ceea ce înseamnă un polinom de aproximare de grad superior 3, 4 sau mai mult) poate conduce la o mai riguroasă predicționare a calității modelului suprafeței de așezare.

Identificarea coeficienților polinomului Bezier de substituire a generatoarei efective, ca polinom de gradul doi este prezentată în tabelul 4.2.

Tabelul 4.2 Coeficienții polinomului de gradul doi

Coordonate ale modelului primar al generatoarei	λ	Coeficienții polinomului
$X_A; Z_A$	$\lambda_A = 0$	$B_X = X_A$ $B_Z = Z_A$
$X_C; Z_C$	λ_C	$C_X = \frac{X_C - \lambda_C^2 X_B - (1 - \lambda_C)^2 X_A}{2\lambda_C(1 - \lambda_C)}$; $C_Z = \frac{Z_C - \lambda_C^2 Z_B - (1 - \lambda_C)^2 Z_A}{2\lambda_C(1 - \lambda_C)}$.
$X_B; Z_B$	$\lambda_B = 1$	$A_X = X_B$ $A_Z = Z_B$

Pentru definirea mărimii parametrului λ în punctul de măsurat C, se calculează:

$$\lambda_C = \frac{\sqrt{(X_A - X_C)^2 + (Z_A - Z_C)^2}}{\sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Z_A - Z_B)^2}}$$

În realitate domeniul de variație pentru λ , în zona de pe tăișul principal care corespunde suprafeței de așezare efective, poate fi inferior domeniului descris de (4.33).

Mișcarea generatoarei efective în raport cu burghiul este descrisă de:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \kappa & 0 & \sin \kappa \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \kappa & 0 & \cos \kappa \end{pmatrix} \cdot \left\{ \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_X(\lambda) - b_1 \\ e \\ P_Z(\lambda) + \frac{b_1}{\operatorname{tg} \kappa} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ e \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \quad (4.34)$$

cu κ, b_1, e constante geometrice ale procesului, care, după dezvoltare, permit obținerea unui model al suprafeței efective de așezare, în forma:

$$\begin{aligned} X_1 &= \left[(P_X(\lambda) - b_1) \cos \varphi + e \sin \varphi \right] \cos \kappa + \left[P_Z(\lambda) + \frac{b_1}{\operatorname{tg} \kappa} \right]; \\ Y_1 &= \left[(P_X(\lambda) - b_1) \sin \varphi + e \cos \varphi - e \right]; \\ Z_1 &= - \left[(P_X(\lambda) - b_1) \cos \varphi + e \sin \varphi \right] \sin \kappa + \left[P_Z(\lambda) + \frac{b_1}{\operatorname{tg} \kappa} \right] \cos \kappa. \end{aligned} \quad (4.35)$$

• Curbe de detalonare pe suprafața de așezare (predicție geometrică)

Se definesc curbele efective de detalonare, pe suprafața de așezare modelată ca reprezentând intersecția suprafeței de așezare (predicționată) cu plane perpendiculare pe axa burghiului, figura 4.17

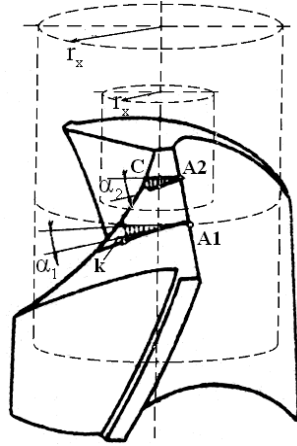


Fig.4.17. Curba de detalonare predicționată

Modelul curbei de detalonare predicționată se obține din formele (4.35) pentru:

$$Z_1 = -h \quad (4.36)$$

cu h – variabil între limitele

$$-\frac{D}{2} \cdot \frac{1}{\sin \kappa} \leq h \leq 0 \quad (4.37)$$

Din (4.35) și condiția (4.36) rezultă

$$q(\lambda, \varphi) = \left[(P_x(\lambda) - b_1) \cos \varphi + e \sin \varphi \right] \sin \kappa - \left[P_z(\lambda) + \frac{b_1}{\operatorname{tg} \kappa} \right] \cos \kappa - h \quad (4.38)$$

Perechile de valori λ și φ care satisfac condiția (4.38) reprezintă un loc geometric pe modelul suprafeței de așezare predicționată (vezi ecuațiile (4.35)), fie (4.39), matricea formată cu mărimile λ și φ care satisfac condiția

$$M = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \varphi_1 \\ \lambda_2 & \varphi_2 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \lambda_n & \varphi_n \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

cu observația că parametrul λ variază între:

$$0 \leq \lambda \leq 1$$

și φ variază în domeniul, vezi figura 4.18, pentru punctul curent de pe tăișul burghiului, punctul M_i :

FIG. 4.18. Limite de variație pentru unghiul φ

$$\varphi_i = \arcsin \frac{\frac{d_0}{2}}{\sqrt{h_i^2 \sin^2 \kappa + \frac{d_0^2}{4}}} \quad (4.40)$$

$$\left| \begin{aligned} \varphi_{\min} &= \arcsin \frac{\frac{d_0}{2}}{\sqrt{h_i^2 \sin^2 \kappa + \frac{d_0^2}{4}}} \\ \varphi_{\max} &= \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right. \quad (4.41)$$

Ansamblul coordonatelor X_{1i}, Y_{1i} determinate de mărimile λ_i, φ_i care satisfac condiția (4.39) permit trasarea proiecției liniei de detalonare, din planul $Z_i = -h$, pe planul $X_i Y_i$ (linia de detalonare predicționată).

Se consideră că o detalonare este efectivă, dacă toate punctele liniei de detalonare predicționate, fie $[X_{1i}, Y_{1i}]$ acestea, respectă condiția:

$$\sqrt{X_i^2 + Y_i^2} \leq r_{x_i} \quad (4.42)$$

Obiectivul 5. Elaborarea unor algoritmi capabili a estima riguros și rapid condițiile de înfășurare exprimate în formă discretă prin metoda tangentei

ACTIVITATEA 5.1. Elaborarea de algoritmi pentru profilarea de corecție a sculelor care generează prin înfășurare prin metoda rulării

5.1.1 Metoda tangentelor aplicată profilării sculelor care generează prin înfășurare prin metoda rulării

Metoda tangentelor, ca metodă de reprezentare în formă discretă a suprafețelor, poate fi aplicată și pentru studiul suprafețelor reciproc înfășurătoare asociate unor cupluri de axoide în rulare. Se prezintă, în cele ce urmează, algoritmi specifici realizați în baza teoremelor fundamentale

și complementare ale înfășurării suprafețelor, prin exprimarea suprafețelor prin metoda tangentelor

5.1.1.1. Profilarea sculei-cremalieră

Se acceptă reprezentarea unei suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant, asociată unui cuplu de centroide în rulare, vezi și figura 5.1.

Se definesc sistemele de referință:

- xyz este sistemul de referință fix, cu axa z suprapusă axei vârtejului de suprafețe;

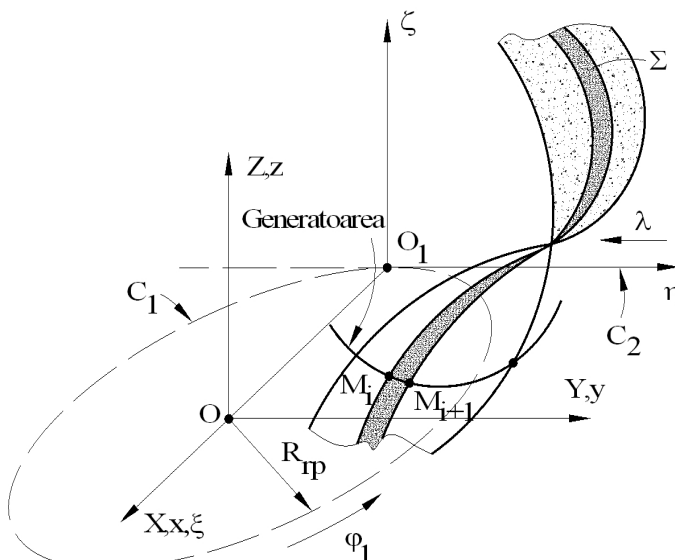


Fig. 5.1. Sistemele de referință, profilarea sculei-cremalieră

- XYZ – sistem de referință mobil, solidar cu suprafețele elicoidale ale vârtejului de generat;
- $\xi\eta\zeta$ - sistem de referință mobil solidar cu flancurile cremalierii.

Mișcările absolute ale sistemelor de referință mobile, sunt:

$$x = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot X, \quad (4.1)$$

reprezentând mișcarea de rotație a vârtejului de suprafețe de generat:

$$x = \xi + a, \text{ cu } a = \begin{pmatrix} -R_{rp} \\ -R_{rp} \cdot \varphi_1 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

reprezentând translația sistemului $\xi\eta\zeta$, solidar flancurilor sculei-cremalieră.

Rezultă mișcarea relativă

$$\xi = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot X - a \quad (4.3)$$

și inversa acesteia

$$X = \omega_3(\varphi_1) \cdot [\xi + a]. \quad (4.4)$$

Astfel, familia de suprafețe elicoidale, reprezentată în “forma discretă” prin metoda tangentelor,

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_i \cdot \cos \varphi - Y_i \cdot \sin \varphi \\ X_i \cdot \sin \varphi + Y_i \cdot \cos \varphi \\ p \cdot \varphi \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -R_{rp} \\ -R_{rp} \cdot \varphi_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.5)$$

se exprimă, principial, prin:

$$(\Sigma)_{\varphi_1} \begin{cases} \xi = \xi[\varphi, \varphi_1, (X_i, Y_i)]; \\ \eta = \eta[\varphi, \varphi_1, (X_i, Y_i)]; \\ \zeta = \zeta[\varphi, \varphi_1, (X_i, Y_i)]; \end{cases} \quad (4.6)$$

în care (X_i, Y_i) sunt coordonate ale punctelor de pe secțiunea transversală, exprimată în formă discretă.

Înfășurătoarea familiei de suprafețe elicoidale $(\Sigma)_{\varphi_1}$ reprezintă flancul cremalierii generatoare – suprafață periferică primară a sculei-pieptene.

Condiția de înfășurare în forma

$$\overline{N_\Sigma} \cdot \overline{R_{\varphi_1}} = 0 \quad (4.7)$$

presupune cunoașterea normalei la suprafața Σ , exprimată în formă discretă prin metoda tangentelor,

$$\begin{aligned} Nx &= p \cdot [\cos \beta_i \cdot \sin \varphi + \sin \beta_i \cdot \cos \varphi]; \\ Ny &= -p \cdot [\cos \beta_i \cdot \cos \varphi - \sin \beta_i \cdot \sin \varphi]; \\ Nz &= -X_i \cdot \cos \beta_i - Y_i \cdot \sin \beta_i, \end{aligned} \quad (4.8)$$

precum și a parametrilor directori ai vectorului $\overline{R_{\varphi_1}}$,

$$R_{\varphi_1} = \frac{dX}{d\varphi_1} = \omega_3(\varphi_1) \cdot \omega_3^T(\varphi_1) \cdot X + \omega_3(\varphi_1) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -R_{rp} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

În final, rezultă

$$R_{\varphi_1} = \begin{pmatrix} X_i \cdot \sin \varphi + Y_i \cdot \cos \varphi - R_{rp} \cdot \sin \varphi_1 \\ -X_i \cdot \cos \varphi + Y_i \cdot \sin \varphi - R_{rp} \cdot \cos \varphi_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

sau, în formă vectorială:

$$\overline{R_{\varphi_1}} = [X_i \cdot \sin \varphi + Y_i \cdot \cos \varphi - R_{rp} \cdot \sin \varphi_1] \vec{i} + [-X_i \cdot \cos \varphi + Y_i \cdot \sin \varphi - R_{rp} \cdot \cos \varphi_1] \vec{j}. \quad (4.11)$$

Condiția de înfășurare specifică, dacă se ține seama de (4.8) și (4.11), devine

$$x_0 = x - \begin{vmatrix} -A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}. \quad (4.20)$$

Rezultă mișcările relative

$$\xi = \omega_3(-\varphi_2) \cdot \left[\omega_3^T(\varphi_1) \cdot X - \begin{vmatrix} -A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \right] \quad (4.21)$$

și inversa

$$X = \omega_3(\varphi_1) \cdot \left[\omega_3^T(-\varphi_2) \cdot \xi + \begin{vmatrix} -A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \right]. \quad (4.22)$$

Se definește familia de suprafețe Σ în sistemul de referință $\xi\eta\zeta$, vezi și (4.21),

$$\begin{vmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 & 0 \\ \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_i \cos \varphi - Y_i \sin \varphi \\ X_i \sin \varphi + Y_i \cos \varphi \\ p \cdot \varphi \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad (4.23)$$

principal, în forma:

$$\begin{cases} \xi = \xi[\varphi, \varphi_1, \varphi_2, (X_i, Y_i)]; \\ (\Sigma) \quad \eta = \eta[\varphi, \varphi_1, \varphi_2, (X_i, Y_i)]; \\ \zeta = \zeta[\varphi, \varphi_1, \varphi_2, (X_i, Y_i)], \quad (i=1,2,3,\dots,n) \end{cases} \quad (4.24)$$

- *Condiția de înfășurare*

Condiția, în forma GOHMAN, presupune cunoașterea normalei, și a vectorului având direcția vitezei în mișcarea relativă a sistemului asociat sculei față de sistemul XYZ,

$$R_{\varphi_1} = \frac{dx}{d\varphi_1} = \omega_3(\varphi_1) \cdot \left[\omega_3^T(-\varphi_2) \cdot \xi + \begin{vmatrix} -A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \right] + \omega_3(\varphi_1) \cdot \omega_3^T(-\varphi_2) \cdot \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \cdot \xi \quad (4.25)$$

cu definiția

$$i = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}, \quad (\text{raportul de transmitere}) \quad (4.26)$$

și matricea ξ dată de (4.24).

Rezultă forma

$$[(i+1) \cdot Y[(X_i, Y_i), \varphi] - i \cdot A_{12} \cdot \sin \varphi_1] \cdot N_x - [(i+1) \cdot X[(X_i, Y_i), \varphi] + i \cdot A_{12} \cdot \cos \varphi_1] \cdot N_y = 0. \quad (4.27)$$

Dacă se ține seama de expresiile parametrilor directori ai normalei și, de asemenea, de ecuațiile suprafeței elicoidale exprimată în formă discretă prin metoda tangentelor, condiția (4.27) capătă expresia

$$\begin{aligned} & \{ (i+1) \cdot [X_i \cdot \sin \varphi + Y_i \cdot \cos \varphi] - i \cdot A_{12} \cdot \sin \varphi_1 \} \cdot [\cos \beta_i \cdot \sin \varphi + \sin \beta_i \cdot \cos \varphi] + \\ & + \{ (i+1) \cdot [X_i \cdot \cos \varphi - Y_i \cdot \sin \varphi] + i \cdot A_{12} \cdot \cos \varphi_1 \} \cdot [\cos \beta_i \cdot \cos \varphi - \sin \beta_i \cdot \sin \varphi] = 0. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Ansamblul ecuațiilor (4.24), (4.28) reprezintă, în formă discretă, suprafața periferică primară a cuțitului-roată.

Facem observația că, și în acest caz, generarea se consideră a se realiza în planul transversal axelor de rotație.

Pentru cazul vârtejului de suprafețe cilindrice, în ecuațiile (4.23) se consideră $p = 0$.

Linia de angrenare și linia de contact se definesc în mod similar cu cele prezentate anterior, vezi (4.13), (4.15).

5.1.1.3. Profilarea cuțitului rotativ

Generarea suprafețelor elicoidale cu scule de tipul cuțitului rotativ prin procedeul rulării reprezintă un caz particular al generării cu cuțitul-roată, centroida semifabricatului fiind în acest caz o dreaptă, vezi figura 5.3. Este cunoscut faptul că, acest tip de generare este o problemă de înfășurare plană.

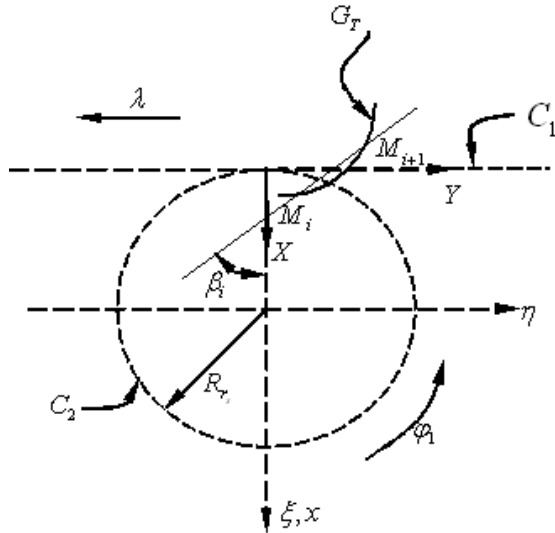


Fig. 5.3. Generarea cu cuțit rotativ

Se definesc mișcările relative între sistemele mobile,

$$\xi = \omega_3(\varphi_1) \cdot [X + a]; \quad (4.30)$$

$$\text{cu } a = \begin{vmatrix} -R_{rs} \\ -R_{rs} \cdot \varphi_1 \end{vmatrix},$$

între secțiunea axială G_T (4.29) și cuțitul rotativ, precum și inversa acesteia, ca mișcarea relativă a sistemului centroidei sculei C_2 față de sistemul generatoarei G_T ,

$$X = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot \xi - a. \quad (4.31)$$

Din (4.30), se determină familia de profiluri G_T reprezentate în formă discretă

$$\begin{vmatrix} \xi \\ \eta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X_i \\ Y_i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -R_{rs} \\ -R_{rs} \cdot \varphi_1 \end{vmatrix} \quad (4.32)$$

sau, după efectuarea operațiilor :

$$\begin{cases} \xi = [X_i - R_{rs}] \cdot \cos \varphi_1 + [Y_i - R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \sin \varphi_1; \\ \eta = [X_i - R_{rs}] \cdot \sin \varphi_1 - [Y_i - R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \cos \varphi_1, \end{cases} \quad (4.33)$$

cu X_i, Y_i coordonatele punctelor aparținând generatoarei (4.29).

• Condiția de înfășurare

Exprimată în forma (4.7), condiția de înfășurare presupune calculul parametrilor directori ai normalei la generatoarea G_T (4.29)

$$\vec{N}_{GT} = \sin \beta_i \cdot \vec{i} + \cos \beta_i \cdot \vec{j} \quad (4.34)$$

iar vectorul \vec{R}_{φ_1} are expresia

$$R_{\varphi_1} = \frac{dX}{d\varphi_1} = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot \xi - \begin{vmatrix} 0 \\ -R_{rs} \end{vmatrix} \quad (4.35)$$

Se definesc sistemele de referință:

- xy este sistemul de referință fix;
- XY - sistem de referință mobil, solidar cu secțiunea axială a semifabricatului;
- $\xi\eta$ - sistem de referință mobil, solidar cu centroida cuțitului rotativ.

Dacă se definește, în sistemul mobil, XY – generatoarea suprafeței de generat (aici profilul axial G_T) de tipul,

$$G_T = \begin{vmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots \\ X_n & Y_n \end{vmatrix}, \quad (4.29)$$

tangenta la profil în punctul M_i are parametrii directori conform figurii 1.2.3. din *obiectivul 1*.

care, după dezvoltare, ajunge la forma

$$\overline{R_{\varphi_1}} = [-Y_i + R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \overline{i} + X_i \cdot \overline{j} \quad (4.36)$$

și, deci, condiția de înfășurare devine

$$[-Y_i + R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \sin \beta_i + X_i \cdot \cos \beta_i = 0. \quad (4.37)$$

Ansamblul relațiilor (4.33) și (4.37) reprezintă profilul înfășurător al cuțitului rotativ, exprimat pentru reprezentarea în formă discretă a secțiunii axiale a semifabricatului.

Se definește, și pentru acest caz, linia de angrenare ca ansamblul format din relațiile care descriu mișcarea absolută și relația care reprezintă condiția de înfășurare:

$$L.A. \begin{cases} x = X_i + R_{rs}; \\ y = Y_i + R_{rs} \cdot \varphi_1; \\ [-Y_i + R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \sin \beta_i + X_i \cdot \cos \beta_i = 0. \end{cases} \quad (4.38)$$

5.1.2. Verificarea metodei tangentelor pentru profilarea sculelor de tip cremalieră pentru generarea prin înfășurare

“Metoda tangentelor”, ca metodă pentru reprezentarea discretă a profilurilor, se propune a fi validată prin compararea rezultatelor privind profilurile sculelor obținute, la generarea aceluiași vârtej de profiluri de generat, cu rezultatele obținute prin aplicarea teoremelor fundamentale precum și a unor metode complementare cunoscute.

În acest sens, se prezintă utilizarea unei teoreme fundamentale (teorema normalelor) și a metodelor complementare (metoda “distanței minime”, metoda “trajectoriilor plane de generare”, metoda “familiei de cercuri substitutive”), în scopul profilării sculei-cremalieră care generează un același profil, exprimat în formă discretă.

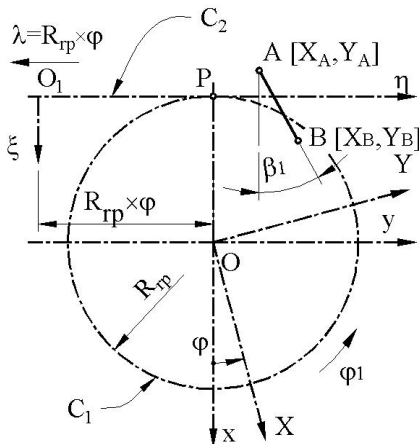


Fig. 5.4. Vârtejul de profiluri asociat centroidei circulare, $C_1; C_2$ -centroida sculei cremalieră

Numărul de coordonate, care definesc matricea (4.39), poate fi corelat cu precizia de reprezentare a profilului Σ .

Modelul propus pentru definirea coordonatelor punctului curent al matricei Σ este de forma:

$$\begin{cases} X = X_A + v \cdot \cos \beta_i; \\ Y = Y_A + v \cdot \sin \beta_i, \end{cases} \quad (4.40)$$

cu β_i dat de figura 5.4, și v variabilă incrementală.

5.1.2.1. Profil rectiliniu - metoda tangentelor – scula cremalieră

Un profil oarecare care aparține vârtejului de profiluri de generat, asociat unei centriode circulare de rază R_{rp} , este reprezentat în formă discretă prin matricea

$$\Sigma = \begin{pmatrix} X_A & Y_A \\ X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots \\ X_i & Y_i \\ \vdots & \vdots \\ X_B & Y_B \end{pmatrix}, \quad (4.39)$$

în sistemul XY, sistem de referință asociat vârtejului de profiluri de generat.

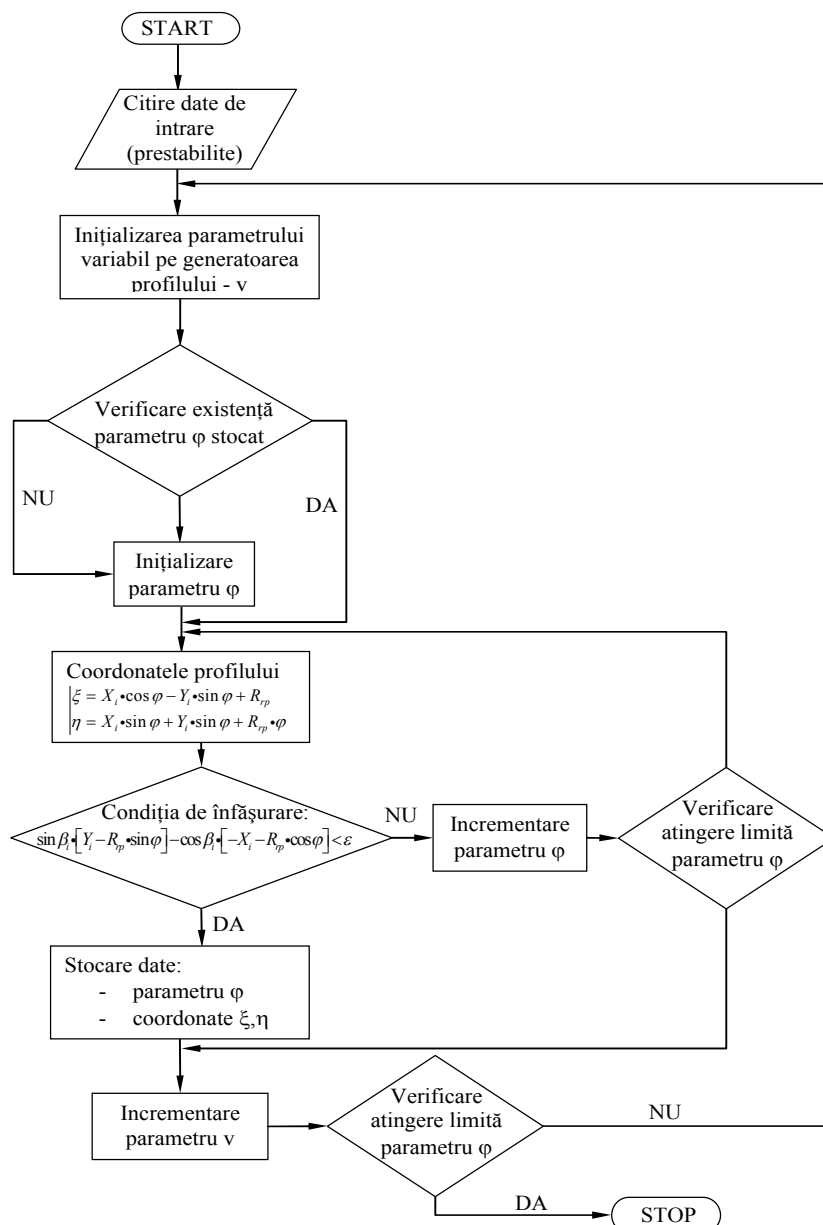


Fig.5.5. Schema logică pentru profilarea sculei-cremalieră folosind metoda tangentelor

Familia de profiluri Σ descrisă în sistemul de referință asociat semifabricatului, $\xi\eta$, este de forma:

$$\begin{cases} \xi = X_i \cdot \cos \varphi_1 - Y_i \cdot \sin \varphi_1 + R_{rp}; \\ \eta = X_i \cdot \sin \varphi_1 + Y_i \cdot \sin \varphi_1 + R_{rp} \cdot \varphi_1. \end{cases} \quad (4.41)$$

Condiția de înfășurare determinată în condițiile exprimării profilului de generat în forma (4.39), prin metoda tangentelor, este

$$\left| \sin \beta_i \cdot [Y_i - R_{rp} \cdot \sin \varphi] - \cos \beta_i \cdot [-X_i - R_{rp} \cdot \cos \varphi] \right| \leq \varepsilon, \quad (4.42)$$

cu ε arbitrar și suficient de mic.

Ansamblul reprezentărilor familiei de profiluri (4.41) și a condiției de înfășurare specifică metodei tangentelor (4.42) reprezintă, în formă discretă, profilul sculei-cremalieră reciproc înfășurătoare profilului Σ .

În baza algoritmului propus în formă succintă, în cele de mai sus, se imaginează o schemă logică, vezi figura 5.5 și *obiectivul 1*, în baza căreia s-a realizat cu ajutorul limbajului de programare *java* o aplicație care permite, în baza exprimării numerice a profilului de generat, determinarea profilului sculei-cremalieră.

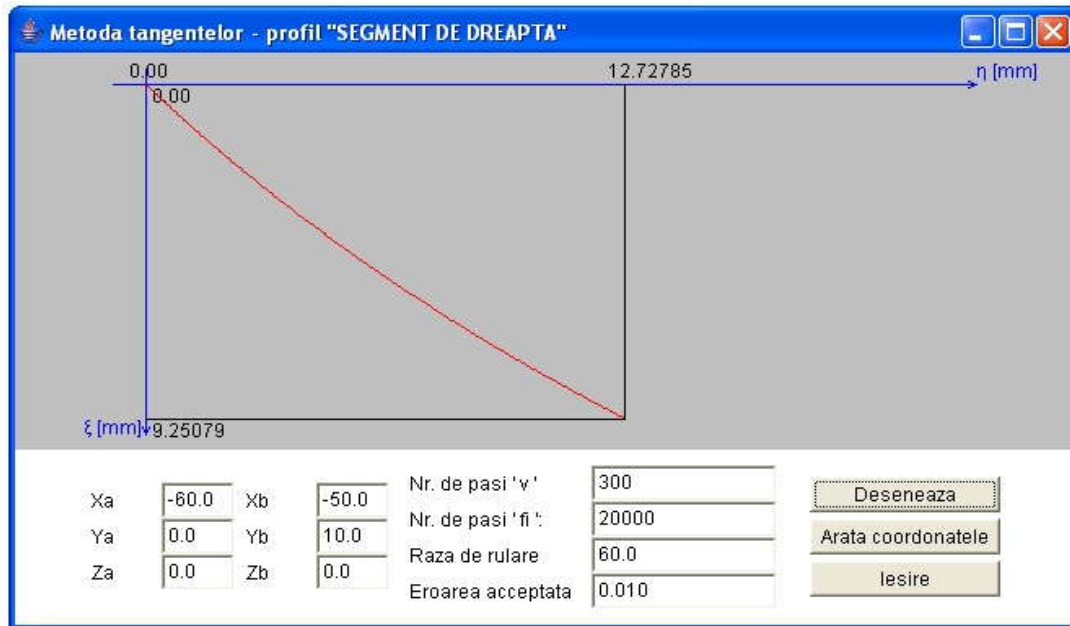


Fig. 5.6. Forma profilului sculei-cremalieră, metoda tangentelor

Exemplu numeric

În figura 5.6 și tabelul 5.1, se prezintă forma și coordonatele profilului sculei-cremalieră, pentru un profil de generat având caracteristicile:

$$A[X_A = -60, Y_A = 0];$$

$$B[X_A = -50, Y_A = 10];$$

$$R_{rp} = 60 \text{ mm.}$$

Tabelul 5.1. Profilul sculei-cremalieră, metoda tangentelor, profil prelucrat „segment de dreaptă”

ξ [mm]	η [mm]
0.00000	0.00000
0.03345	0.03349
0.10036	0.10069
0.13381	0.13440
0.20070	0.20205
0.23415	0.23598
0.30103	0.30406
.....
9.06281	12.37880
9.08999	12.42894
9.14386	12.52864
9.17054	12.57820
9.22421	12.67817
9.25079	12.72785

Profil rectiliniu - metoda “distanței minime”

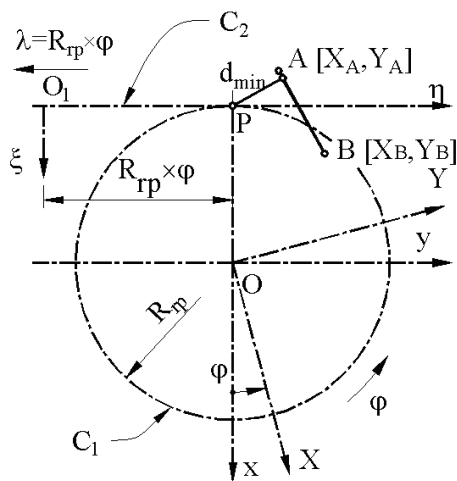


Fig. 5.7. Metoda "distanței minime" - sisteme de referință

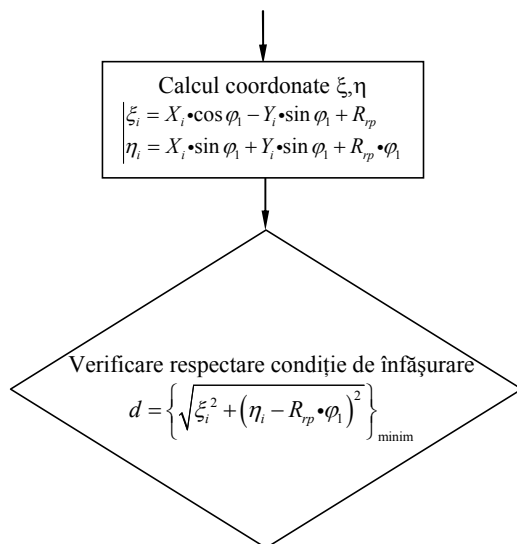


Fig. 5.8. Schema logică, partea specifică metodei "distanței minime"

Apelând la aceeași reprezentare a profilului Σ , figura 5.7, aparținând vârtejului asociat centroidei C_1 , se definește familia de profileuri în sistemul de referință al sculei-cremalieră ($\xi\eta$, asociat centroidei C_2) de forma :

$$\begin{cases} \xi_i = X_i \cdot \cos \varphi_1 - Y_i \cdot \sin \varphi_1 + R_{rp}; \\ \eta_i = X_i \cdot \sin \varphi_1 + Y_i \cdot \sin \varphi_1 + R_{rp} \cdot \varphi_1. \end{cases} \quad (4.43)$$

Condiția de înfășurare specifică metodei "distanței minime"

$$d = \left\{ \sqrt{(\xi_i - \xi_P)^2 + (\eta_i - \eta_P)^2} \right\}_{\min} \quad (4.44)$$

în care ξ_P, η_P sunt coordonatele polului angrenării:

$$\xi_P = 0; \eta_P = R_{rp} \cdot \varphi_1, \quad (4.45)$$

Poate fi adusă la că, forma

$$d = \left\{ \sqrt{\xi_i^2 + (\eta_i - R_{rp} \cdot \varphi_1)^2} \right\}_{\min} \quad (4.46)$$

Ansamblul reprezentărilor (4.43) și (4.46) reprezintă, în formă discretă, profilul cuțitului-pieptene (scula-cremalieră). Apelând la noul algoritm, specific metodei "distanței minime", pentru exprimarea în formă discretă a condiției de minim, se imaginează o schemă logică asemănătoare celei de la metoda tangentelor, vezi figura 5.5, în care ecuațiile profilului de generat și condiția de înfășurare sunt cele specifice, vezi figura 5.8. În baza acestora, se realizează o aplicație, în limbajul de programare *java*, care permite exprimarea numerică și grafică a profilului sculei-cremalieră.

În figura 5.9 și tabelul 5.2 (extras din 20.000 de puncte), se prezintă forma și coordonatele

profilului sculei-cremalieră pentru un profil de generat având caracteristicile:

$A[X_A = -60, Y_A = 0];$
 $B[X_A = -50, Y_A = 10];$
 $R_p = 60 \text{ mm}.$

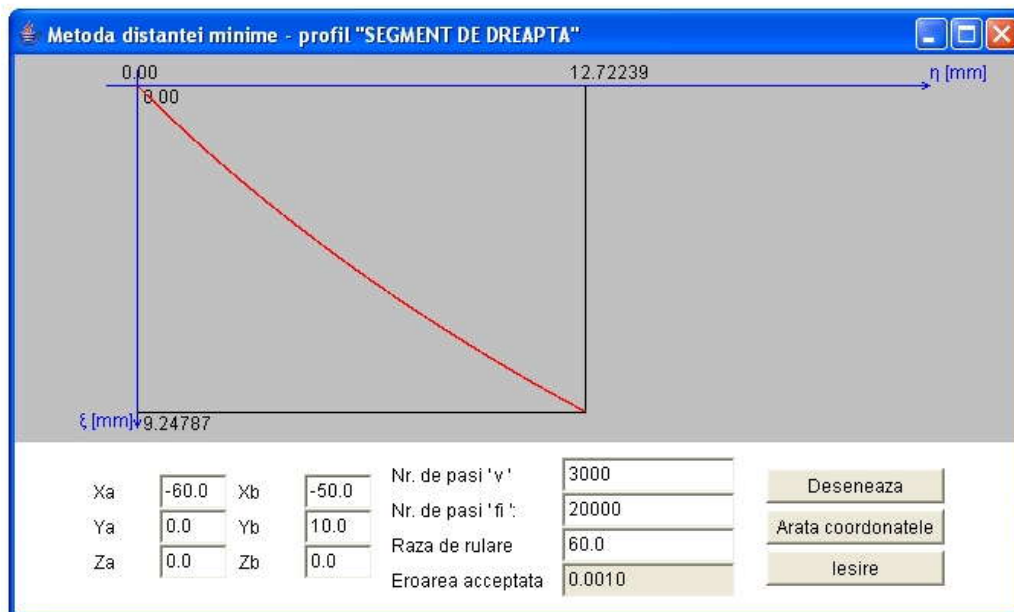


Figura 5.9. Applet java, metoda traiectoriilor plane de generare

Tabelul 5.2. Profilul sculei-cremalieră, metoda distanței minime, profil generat „segment de dreaptă”

ξ [mm]	η [mm]
0.00000	0.00000
0.43484	0.44117
1.33595	1.39643
1.80063	1.91126
2.75420	3.01694
3.21161	3.57171
4.14642	4.75724
4.62216	5.38853
5.58607	6.72931
6.52634	8.12283
6.97425	8.81883
7.44071	9.56730
7.89958	10.32840
8.35056	11.10189
8.81632	11.92888
9.22780	12.68483
9.25079	12.72785

Profil rectiliniu - metoda "trajectoriilor plane de generare"

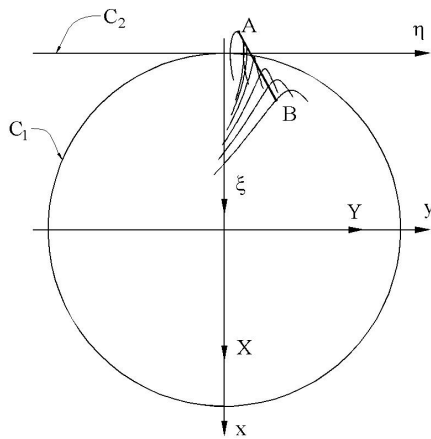


Fig. 5.10. Metoda trajectoriilor plane de generare - sisteme de referință

Pentru reprezentarea analitică a segmentului AB, vezi figura 5.10, modelul propus pentru definirea coordonatelor punctului curent al matricei Σ este de forma (4.40), cu β_i constant, vezi figura 5.1 și v variabilă incrementală. Familia de profiluri, în sistemul $\xi\eta$, rezultă din forma (4.47), similară formei (4.41). Variabilele v și φ_1 sunt tratate, în acest caz, ca variabile independente:

$$\begin{cases} \xi = [X_A + v \cos \beta_i] \cos \varphi_1 - [Y_A + v \sin \beta_i] \sin \varphi_1 + R_{rp}; \\ \eta = [X_A + v \cos \beta_i] \sin \varphi_1 + [Y_A + v \sin \beta_i] \cos \varphi_1 + R_{rp} \varphi_1. \end{cases} \quad (4.47)$$

Se definesc derivatele parțiale, din relația (4.47):

$$\begin{cases} \frac{d\xi}{dv} = \cos(\varphi_1 + \beta_i); \\ \frac{d\eta}{dv} = \sin(\varphi_1 + \beta_i); \\ \frac{d\xi}{d\varphi_1} = -[X_A + v \cos \beta_i] \sin \varphi_1 - [Y_A + v \sin \beta_i] \cos \varphi_1; \\ \frac{d\eta}{d\varphi_1} = [X_A + v \cos \beta_i] \cos \varphi_1 - [Y_A + v \sin \beta_i] \sin \varphi_1 + R_{rp}, \end{cases} \quad (4.48)$$

astfel că, se poate scrie condiția de înfășurare specifică

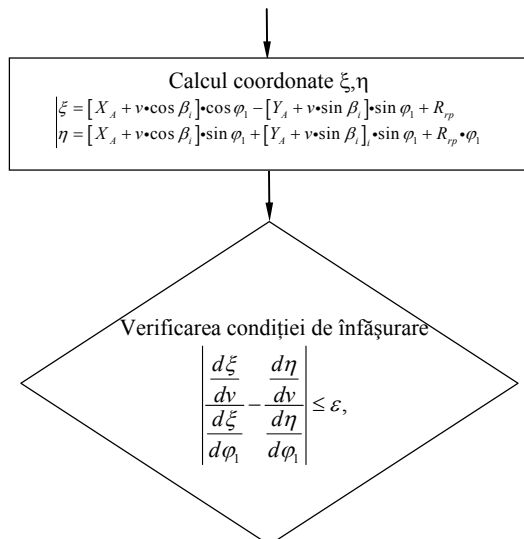


Fig. 5.11. Schema logică, partea specifică metodei "trajectoriilor plane de generare"

$$\left| \frac{\frac{d\xi}{dv} \frac{d\eta}{d\varphi_1} - \frac{d\eta}{dv} \frac{d\xi}{d\varphi_1}}{\frac{d\xi}{d\varphi_1} \frac{d\eta}{d\varphi_1}} \right| \leq \varepsilon, \quad (4.49)$$

pentru ε arbitrar și suficient de mic, în corelație cu precizia dorită de determinare a profilului sculei cremalieră.

În baza algoritmului, se imaginează o schemă logică dedicată, vezi figura 5.11, cu ajutorul careia s-a realizat, folosindu-se limbajul *java*, un program care prezintă numeric și grafic profilul sculei-cremalieră.

În figura 5.12 și tabelul 5.3, se prezintă forma și coordonatele profilului sculei-cremalieră pentru un profil de generat având aceleași caracteristici dimensionale, ale profilului rectiliniu, acceptat pentru studiu.

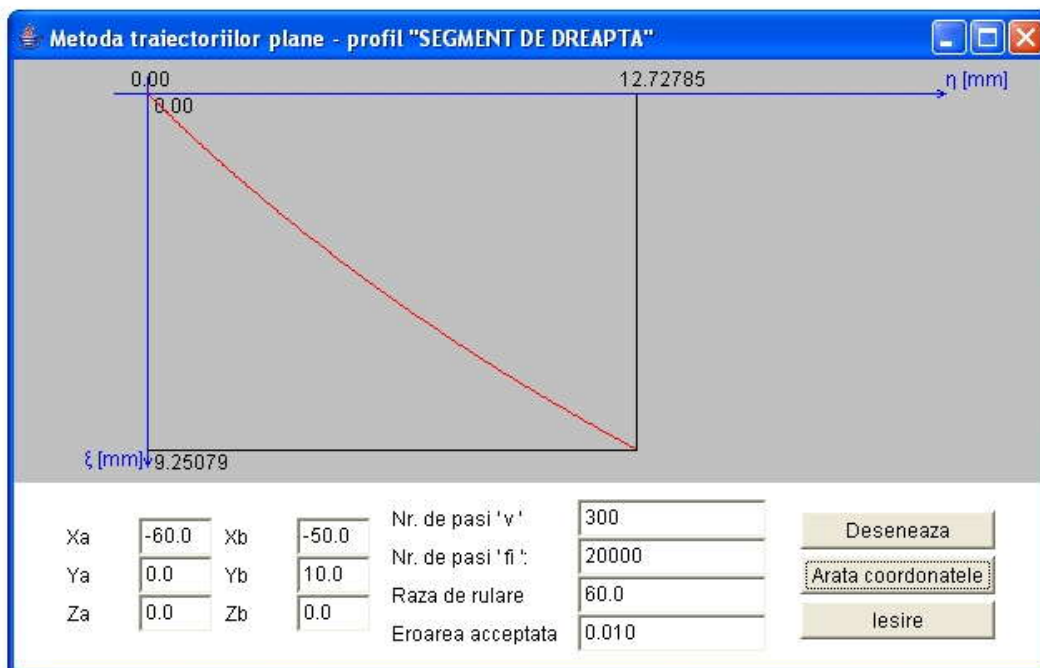


Figura 5.12. Applet java, metoda traiectoriilor plane de generare

Tabelul 5.3. Profilul sculei-cremalieră, metoda traiectoriilor plane de generare, profil generat „segment de dreaptă”

ξ [mm]	η [mm]
0.00000	0.00000
0.06690	0.06705
0.10036	0.10069
0.16726	0.16819
0.20070	0.20205
0.26759	0.26998
0.30103	0.30406
0.33447	0.33821
.....
9.00875	12.27936
9.06281	12.37880
9.08999	12.42894
9.14386	12.52864
9.17054	12.57820
9.19720	12.62780
9.22421	12.67817
9.25079	12.72785

Profil rectiliniu - metoda familiei de cercuri de substituire

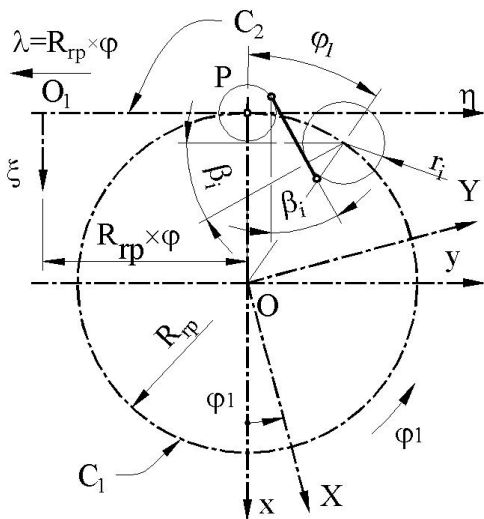


Fig. 5.13. Familia de cercuri de substituire

$$\begin{cases} \frac{dX}{dv} = r_i \cdot \cos \beta_i; \\ \frac{dY}{dv} = r_i \cdot \sin \beta_i, \end{cases} \quad (4.52)$$

reprezentând condiția de tangentă comună în punctul de contact.

Astfel, se definesc:

$$r_i = \sqrt{[X_A + v \cdot \cos \beta_i + R_{rp} \cdot \cos \varphi_1]^2 + [Y_A + v \cdot \sin \beta_i - R_{rp} \cdot \sin \varphi_1]^2}; \quad (4.53)$$

$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{|Y_{i+1} - Y_i|}{|X_{i+1} - X_i|}; \quad (4.54)$$

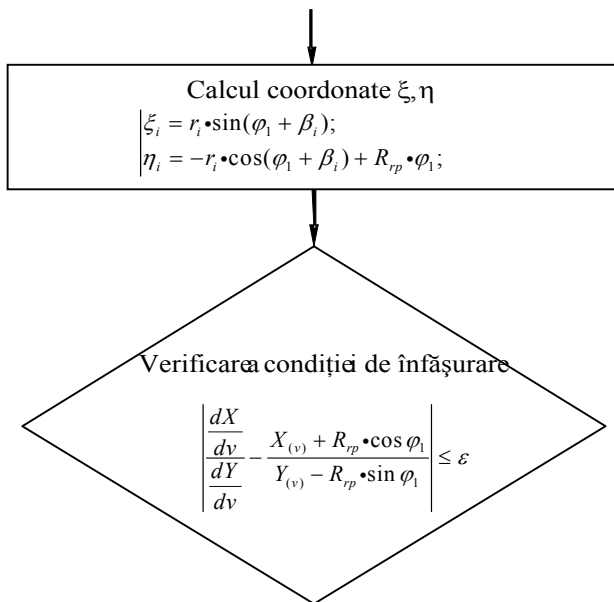


Fig. 5.14. Schema logică, secțiunea specifică metodei "cercurilor substitutive"

cercurilor substitutive este prezentată în figura 5.14.

În figura 5.15, se prezintă *applet*-ul *java* care constituie aplicația realizată, în baza algoritmului prezentat și a schemei logice din figura 5.11.

În concordanță cu metoda familiei de cercuri de substituire, figura 5.13, se definește familia de cercuri asociate segmentului AB ca având ecuațiile:

$$\begin{cases} X = -R_{rp} \cdot \cos \varphi_1 + r_i \cdot \sin \beta_i; \\ Y = R_{rp} \cdot \sin \varphi_1 - r_i \cdot \cos \beta_i, \end{cases} \quad (4.50)$$

în care r_i, β_i sunt definibile din condiția ca cercurile familiei având centrele pe centrioda C_1 , să fie tangente segmentului AB, vezi ecuațiile (4.40).

Din această condiție, se determină ecuațiile de identificare:

$$X_A + v \cdot \cos \beta_i + R_{rp} \cdot \cos \varphi_1 = r_i \cdot \sin \beta_i; \quad (4.51)$$

$$Y_A + v \cdot \sin \beta_i - R_{rp} \cdot \sin \varphi_1 = -r_i \cdot \cos \beta_i,$$

reprezentând condițiile de punct comun între cercurile familiei și segment, și

și condiția

$$\left| \frac{dY}{dv} - \frac{X_{(v)} + R_{rp} \cdot \cos \varphi_1}{Y_{(v)} - R_{rp} \cdot \sin \varphi_1} \right| \leq \varepsilon. \quad (4.55)$$

Condiția (4.55) reprezintă condiția de înfășurare specifică metodei familiei de cercuri de substituire.

Familia de cercuri de substituire, transpusă în rulare pe centrioda C_2 , are ecuațiile:

$$\xi_i = r_i \cdot \sin(\varphi_1 + \beta_i); \quad (4.56)$$

$$\eta_i = -r_i \cdot \cos(\varphi_1 + \beta_i) + R_{rp} \cdot \varphi_1.$$

Ansamblul ecuațiilor (4.53), (4.54), (4.55) și (4.56) reprezintă profilul sculei-cremalieră reciproc înfășurătoare profilului de generat.

Schema logică specifică metodei

Tabelul 5.4. prezintă coordonatele profilului sculei-cremalieră, determinate pentru profilul rectiliniu având aceleași caracteristici dimensionale.

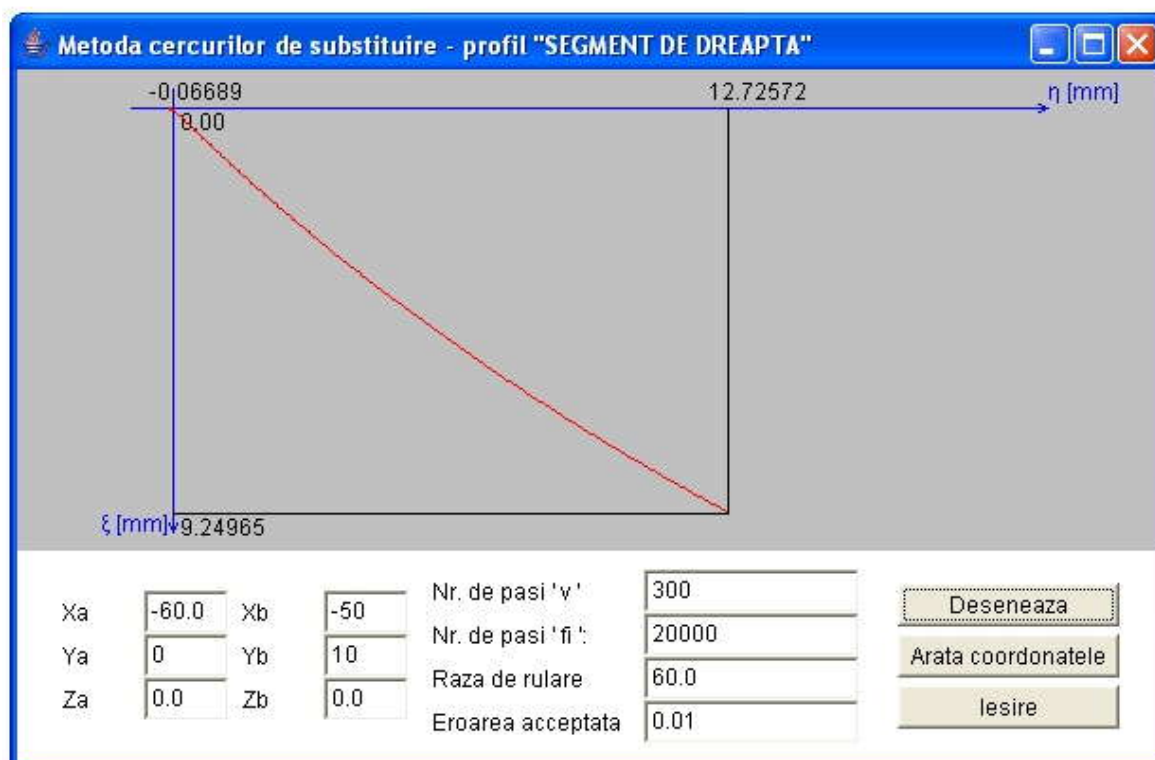


Fig. 5.15. Applet-ul java – metoda cercurilor de substituire, profil rectiliniu

Tabelul 5.4. Profilul sculei-cremalieră, metoda cercurilor de substituire, profil prelucrat „segment de dreaptă”

ξ [mm]	η [mm]
0.00000	0.00000
0.06689	-0.06689
0.13538	0.12556
0.17432	0.17050
0.24834	0.24875
0.28415	0.28576
.....
9.06202	12.37733
9.11555	12.47620
9.14251	12.52614
9.19635	12.62621
9.22323	12.67635
9.25079	12.72785

Profil rectiliniu - metoda normalelor - Willis

Metoda normalelor reprezentând o metodă fundamentală cunoscută, figura 5.16, reprezintă principalul termen de comparație pentru a stabili calitatea „metodei tangentelor”.

Familiei de profiluri, vezi (4.47), i se asociază condiția de înfășurare specifică

$$(4.57) \quad \left| \{R_{rp} \cdot \cos \varphi_1 - [X_A + v \cdot \cos \beta_i]\} \cdot \cos \beta_i + \{R_{rp} \cdot \sin \varphi_1 - [Y_A + v \cdot \sin \beta_i]\} \cdot \sin \beta_i \right| \leq \varepsilon$$

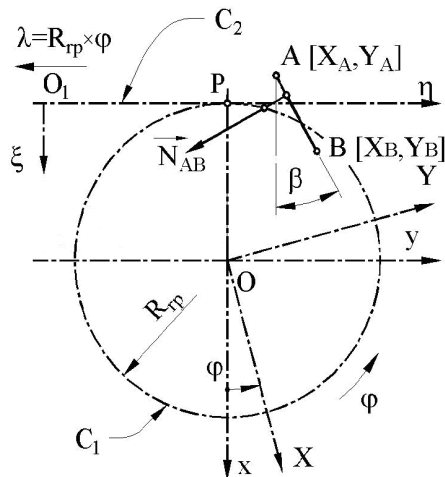


Fig. 5.16. Metoda normalelor - Willis

cu ε arbitrar ales și suficient de mic, pentru a asigura o precizie dorită a profilului sculei. Ansamblul ecuațiilor (4.47) și (4.57) reprezintă, pentru această metodă, profilul sculei-cremalieră.

În figura 5.17, este prezentată aplicația specifică realizată, de asemenea, sub formă de *applet java*, iar coordonatele profilului sculei-cremalieră rezultate în urma rulării programului sunt prezentate în tabelul 5.5.

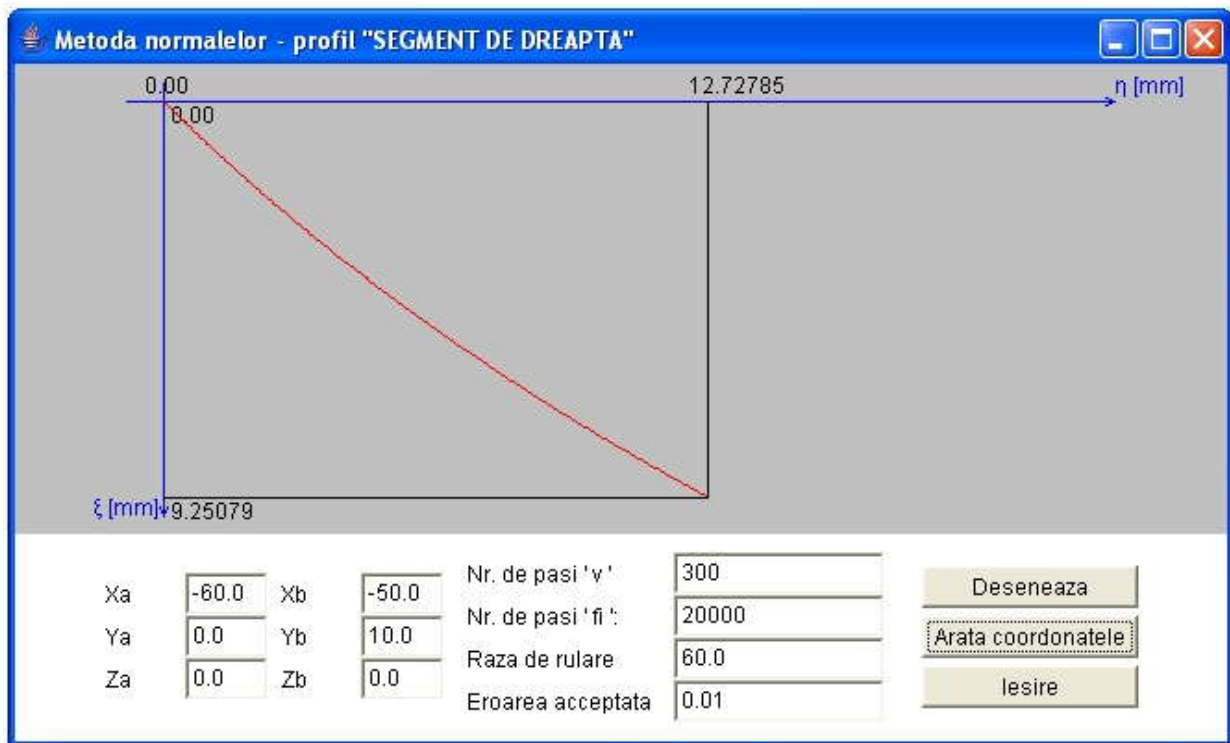


Fig. 5.17. Applet-ul java – metoda normalelor - Willis

Tabelul 5.5. Profilul sculei-cremalieră, metoda normalelor; profil modelat „segment de dreaptă”	
ξ [mm]	η [mm]

0.00000	0.00000
0.06689	-0.06689
0.07478	-0.00746
0.13538	0.12556
0.17432	0.17050
0.24834	0.24875
0.28415	0.28576
.....
8.98088	12.22828
9.03500	12.32758
9.06202	12.37733
9.11555	12.47620
9.14251	12.52614
9.19635	12.62621
9.22323	12.67635
9.25079	12.72785

- Rezultatele prezentate în tabelele 5.1 ... 5.5, pentru diferitele metode utilizate, confirmă calitatea „metodei tangentelor” ca metodă de reprezentare în formă discretă a profilurilor în înfășurare, profilurile cremalierii înfășurătoare fiind practic, identice pentru toate metodele utilizate.

5.1.2.2. Profil “arc de cerc” - metoda tangentelor

Modelul propus pentru definirea coordonatelor punctului curent al matricei Σ (vezi fig. 5.18) este dat de:

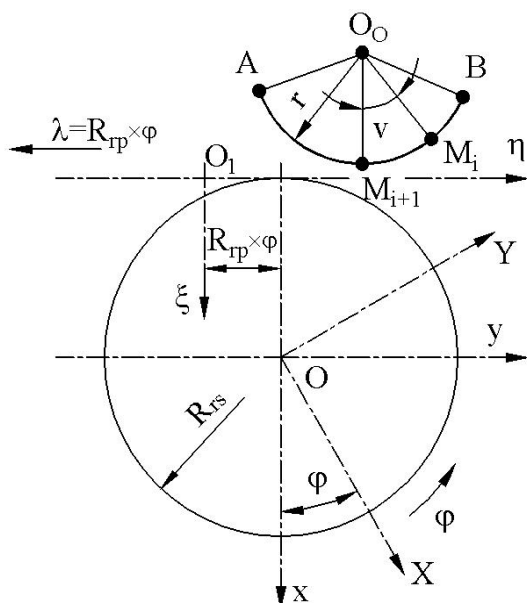


Fig. 5.18. Vârtejul de profiluri asociat centroidei circulare

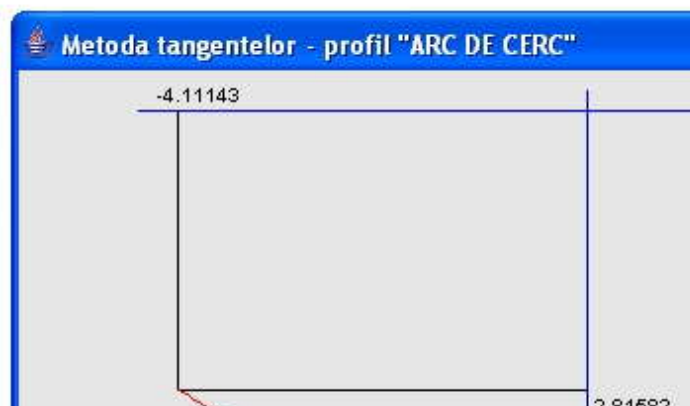
$$\begin{cases} X = X_0 + r \cdot \cos v; \\ Y = Y_0 + r \cdot \sin v, \end{cases} \quad (4.58)$$

În figura 5.19, este prezentată aplicația specifică realizată ca *applet java*, iar coordonatele profilului sculei-cremalieră rezultate în urma rulării programului sunt prezentate în tabelul 5.6., pentru un profil de generat având coordonatele:

$$X_0 = -64; Y_0 = 0; r = 8 \text{ mm};$$

$$v_{\min} = -30^\circ; v_{\max} = 30^\circ; R_{rp} = 60 \text{ mm}$$

sunt dimensiunile profilului luat spre analiză.



Tabelul 5.6. Profilul sculei-cremalieră; metoda tangentelor; profil prelucrat - "arc de cerc"	
ξ [mm]	η [mm]
2.81621	-4.11083
2.84702	-4.06153
2.86229	-4.03678
2.89254	-3.98712
2.90753	-3.96219
2.93723	-3.91216
2.95194	-3.88706
.....
2.95112	3.88845
2.92161	3.93858
2.90671	3.96356
2.87664	4.01334
2.86146	4.03813
2.83069	4.08777
2.81523	4.11238

Profil "arc de cerc" - metoda traiectoriilor plane de generare

Se realizează o aplicație *java* care să permită reprezentarea profilului sculei-cremalieră precum și afișarea coordonatelor profilului cuțitului-pieptene, prin metoda *traiectoriilor plane de generare*.

În figura 5.30, este prezentată aplicația specifică realizată sub formă de *applet java*, iar coordonatele profilului sculei-cremalieră rezultate în urma rulării sunt prezentate în tabelul 5.7., pentru un profil de generat având aceleași coordonate.

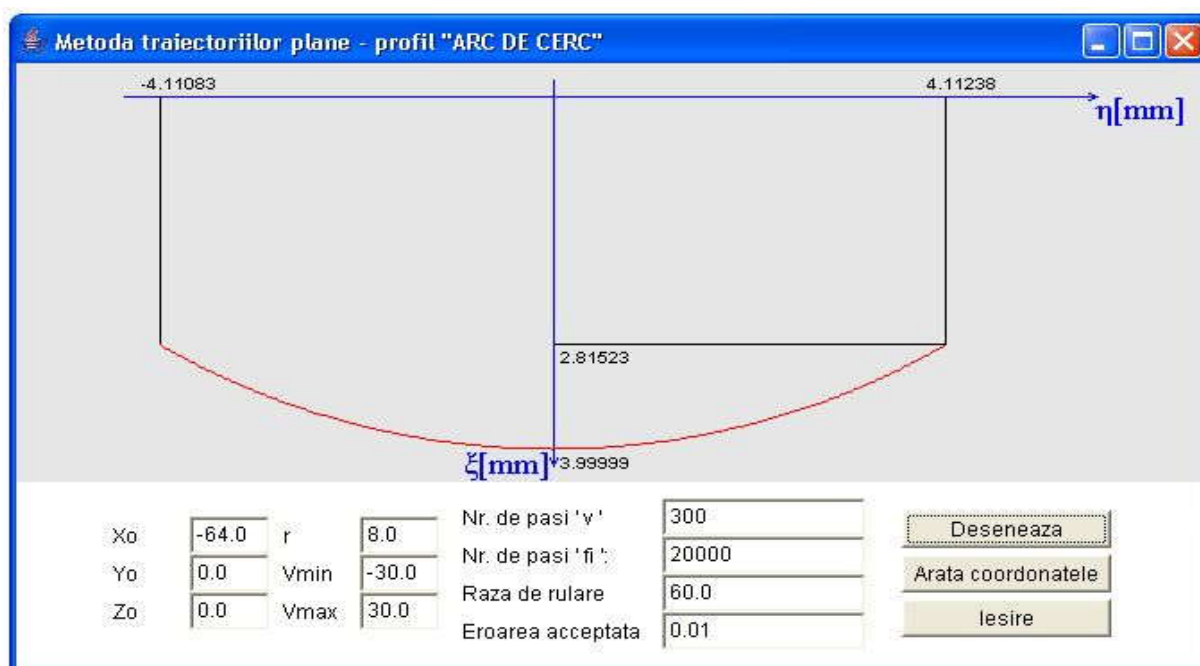


Fig. 5.30. Applet-ul java – metoda traiectoriilor plane de generare; profil arc de cerc

Tabelul 5.7. Profilul sculei-cremalieră; metoda traiectoriilor plane; profil modelat "arc de cerc"	
ξ [mm]	η [mm]
2.81621	-4.11083
2.84702	-4.06153
2.86229	-4.03678
2.89254	-3.98712
2.90753	-3.96219
2.93723	-3.91216
2.95194	-3.88706
.....
2.95112	3.88845
2.92161	3.93858
2.90671	3.96356
2.87664	4.01334
2.86146	4.03813
2.83069	4.08777
2.81523	4.11238

2.81621	-4.11083
2.84702	-4.06153
2.86229	-4.03678
2.89254	-3.98712
2.90753	-3.96219
2.93723	-3.91216
2.95194	-3.88706
.....
2.95112	3.88845
2.92161	3.93858
2.90671	3.96356
2.87664	4.01334
2.86146	4.03813
2.83069	4.08777
2.81523	4.11238

- Se poate aprecia, prin exemplele prezentate, vezi tabelele 1.2.6 ... 1.2.8, că și pentru profilul circular „metoda tangentelor” conduce la rezultate absolut identice cu metodele cunoscute, validînd, în aceste fel, calitatea noii metode.

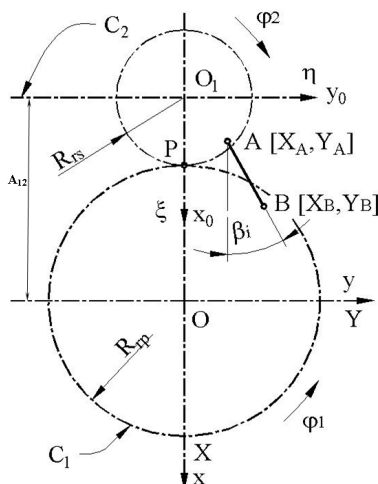


Fig. 5.32. Cușitul-roată

$\xi\eta\zeta$ - sistem mobil, solidar centroidei C_2 , a sculei roată.

Pentru o reprezentare a profilului de generat de tipul

$$\Sigma = \{X_i, Y_i\}, \quad i=1,2,\dots,n, \quad (4.59)$$

în mișcarea relativă a centroidelor și sistemelor de referință solidar acestora

$$\xi = \omega_3(-\varphi_2) \cdot [\omega_3^T(\varphi_1) \cdot X - A] \quad (4.60)$$

cu

$$A = \begin{bmatrix} -A_{12} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.61)$$

se generează familia de profiluri:

$$(\Sigma)_{\varphi_1} \begin{cases} \xi_i = X_i \cdot \cos(\varphi_1 + \varphi_2) - Y_i \cdot \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + A_{12} \cdot \cos \varphi_2; \\ \eta_i = X_i \cdot \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + Y_i \cdot \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + A_{12} \cdot \sin \varphi_2, \end{cases} \quad (4.62)$$

în care: X_i, Y_i sunt elementele matricei (4.59), coordonatele punctelor de pe profilul AB,

5.1.3. Verificarea metodei tangentelor pentru profilarea sculelor de tip roată

Profil rectiliniu - metoda tangentelor

În mod similar cu problematica dezbătută la generarea cu scula-cremalieră, se analizează metoda tangentelor, ca metodă pentru reprezentarea discretă a profilurilor, la profilarea sculelor de tip cușit-roată, figura 5.32.

Se definesc sistemele de referință solidar centroidelor în rulare:

$x_0y_0z_0$ este sistemul de referință fix, cu axa z suprapusă axei de rotație a centroidei C_1 , a semifabricatului;

$x_0y_0z_0$ - sistem fix, asociat spațiului centroidei C_2 , a sculei;

XYZ - sistem mobil, solidar centroidei C_1 ;

$$A_{12} = R_{rp} + R_{rs}; \quad (4.63)$$

și

$$\varphi_2 = i \cdot \varphi_1, \quad i - \text{raport de transmitere.} \quad (4.64)$$

Înfășurătoarea familiei de profiluri se obține alăturând ecuațiilor (4.62), rescrise în forma:

$$\begin{cases} \xi_i = X_i \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1] - Y_i \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1] + A_{12} \cdot \cos(i \cdot \varphi_2); \\ \eta_i = X_i \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1] + Y_i \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1] + A_{12} \cdot \sin(i \cdot \varphi_2), \end{cases} \quad (4.65)$$

condiția de înfășurare, pentru metoda tangentelor,

$$[Y_i - R_{rp} \cdot \sin \varphi_1] \cdot \sin \beta_i + [X_i + R_{rp} \cdot \cos \varphi_1] \cdot \cos \beta_i = 0, \quad (4.66)$$

în care

$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{|Y_{i+1} - Y_i|}{|X_{i+1} - X_i|}, \quad (4.67)$$

vezi și generarea cu scula-cremalieră.

Se acceptă, pentru modelul profilului rectiliniu, forma:

$$\begin{cases} X = X_A + v \cdot \cos \beta_i; \\ Y = Y_A + v \cdot \sin \beta_i. \end{cases} \quad (4.68)$$

Pentru un algoritm, similar cu cel realizat pentru profilarea sculei-cremalieră, se realizează o aplicație în limbajul de programare *java* pentru profilul de generat având caracteristicile: $A[X_A = -16, Y_A = 0]$; $B[X_A = -13, Y_A = 1.5]$; $R_{rp} = 16 \text{ mm}$, $R_{rs} = 8 \text{ mm}$.

În figura 5.33 și tabelul 5.9, se prezintă forma și coordonatele profilului cuțitului-roată.

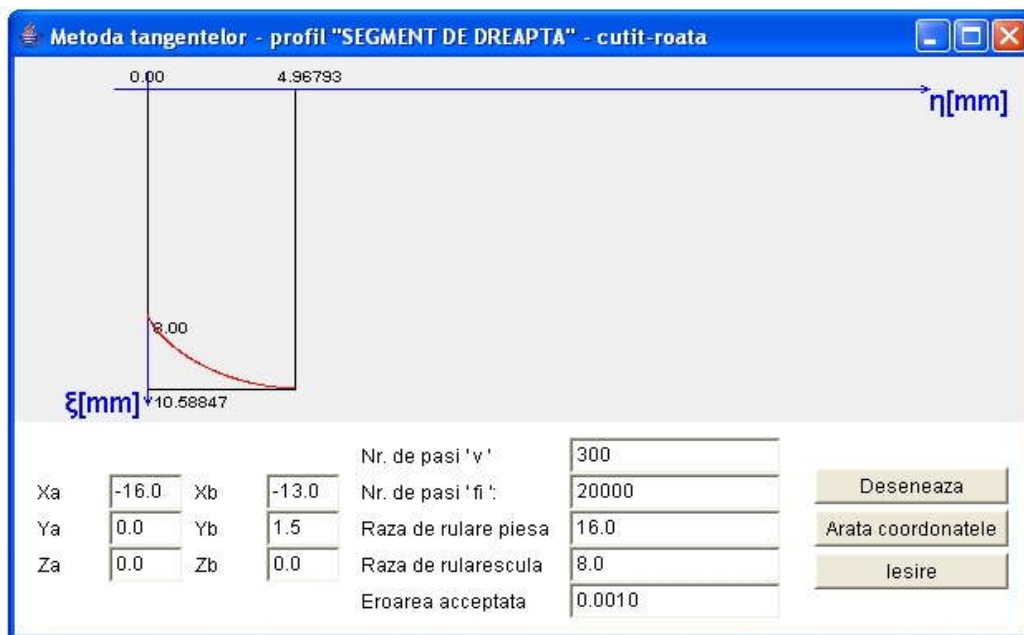


Fig. 5.33. Applet-ul java – metoda tangentelor; cuțitul-roată

ξ [mm]	η [mm]
8.00000	0.00000
8.02019	0.01022
8.03039	0.01546

8.05098	0.02625
.....
10.58320	4.87145
10.58462	4.89561
10.58727	4.94402
10.58847	4.96793

Profil rectiliniu - metoda traiectoriilor plane de generare

Pentru modelul (4.68) al elementelor matricei Σ (4.59) și, de asemenea, pentru familia de profiluri de forma (4.65), se definesc, în baza *metodei traiectoriilor plane de generare*, derivatele parțiale:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\xi}{dv} &= \frac{dX_i}{dv} \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1] - \frac{dY_i}{dv} \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1]; \\
 \frac{d\eta}{dv} &= \frac{dX_i}{dv} \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1] + \frac{dY_i}{dv} \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1]; \\
 \frac{d\xi}{d\varphi_1} &= -(i+1) \cdot X_i \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1] - (i+1) \cdot Y_i \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1] + i \cdot A_{12} \cdot \sin(i \cdot \varphi_1); \\
 \frac{d\eta}{d\varphi_1} &= (i+1) \cdot X_i \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1] - (i+1) \cdot Y_i \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1] + i \cdot A_{12} \cdot \cos(i \cdot \varphi_1),
 \end{aligned}
 \tag{4.69}$$

care servesc la definirea condiției de înfășurare specifică metodei

$$\left| \frac{\frac{d\xi}{d\varphi_1} - \frac{d\eta}{d\varphi_1}}{\frac{d\xi}{dv} - \frac{d\eta}{dv}} \right| \leq \varepsilon.
 \tag{4.70}$$

Ansamblul de ecuații determinat de familia de profiluri (4.65), (4.68) căreia i se asociază condiția de înfășurare (4.70), reprezintă profilul cuțitului-roată.

Pentru același model și dimensiuni ale profilului de generat, în figura 5.34 și tabelul 5.10, sunt prezentate forma și coordonatele profilului modelat al cuțitului-roată.

Tabelul 5.10. Profilul cuțitului-roată; metoda traiectoriilor plane de generare; profil modelat "segment de dreaptă"

ξ [mm]	η [mm]
8.00000	0.00000
8.02019	0.01022
8.03039	0.01546
8.05098	0.02625
8.06137	0.03178
8.08234	0.04313
8.09292	0.04895
.....
10.57506	4.75120
10.57852	4.79919
10.58015	4.82324
10.58171	4.84733
10.58320	4.87145
10.58462	4.89561
10.58598	4.91980
10.58727	4.94402
10.58847	4.96793

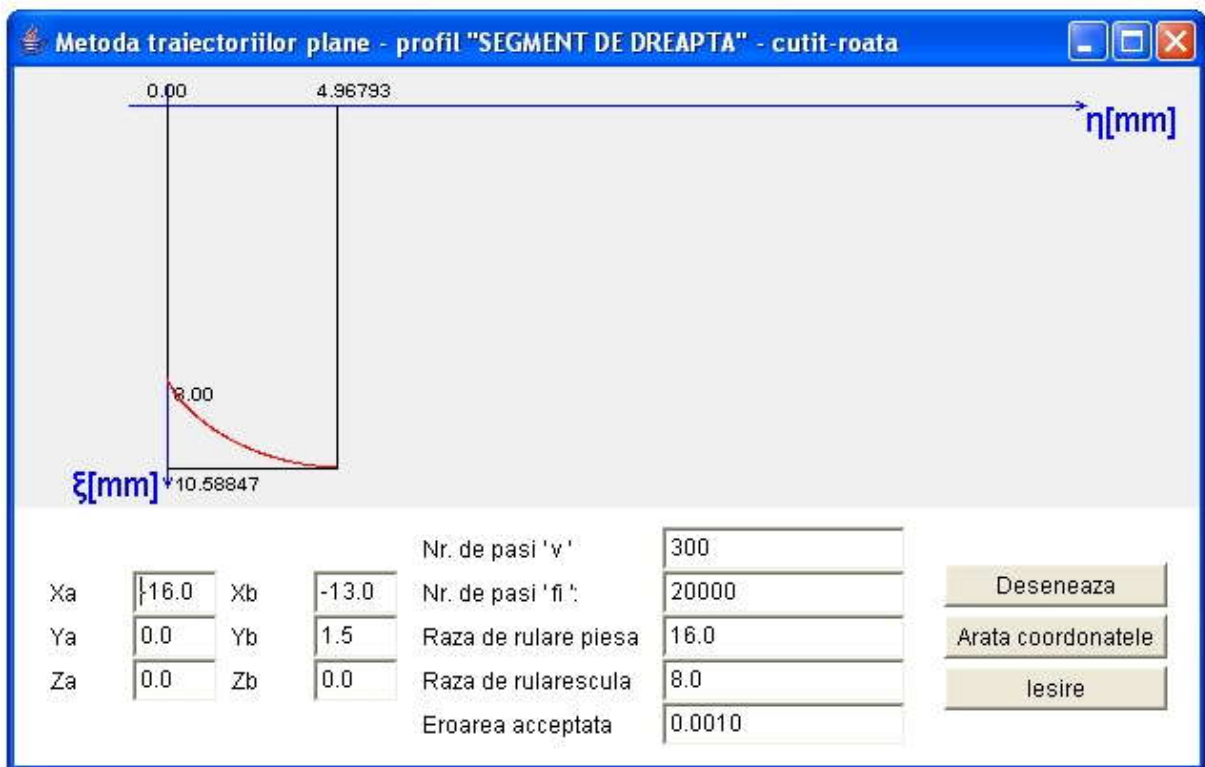


Fig. 5.34. Applet - metoda traiectoriilor plane de generare; cuțitul-roată; profil rectiliniu

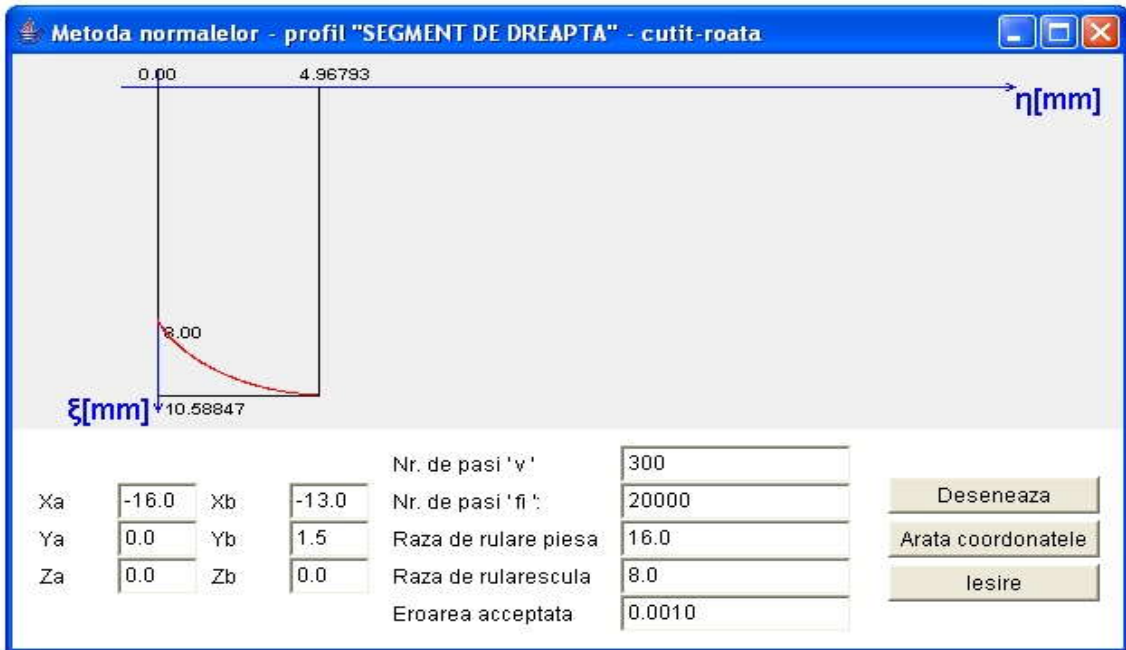


Fig. 5.35. Apolet - metoda normalelor; cuțitul-roată; profil rectiliniu

Profil rectiliniu - metoda normalelor

Pentru același profil rectiliniu al modelului semifabricatului (4.68), profilul cuțitului-roată rezultă ca înfășurător al familiei de profiluri:

$$\begin{cases} \xi = [X_A + v \cdot \cos \beta_i] \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1] - [Y_A + v \cdot \sin \beta_i] \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1] - A_{12} \cdot \cos(i \cdot \varphi_2); \\ \eta = [X_A + v \cdot \cos \beta_i] \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1] + [Y_A + v \cdot \sin \beta_i] \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1] + A_{12} \cdot \sin(i \cdot \varphi_2), \end{cases} \quad (4.71)$$

căroră li se asociază condiția specifică metodei normalelor (Willis)

$$\left| \{ R_{rp} \cdot \cos \varphi_1 - [X_A + v \cdot \cos \beta_i] \} \cdot \cos \beta_i + \{ R_{rp} \cdot \sin \varphi_1 - [Y_A + v \cdot \sin \beta_i] \} \cdot \sin \beta_i \right| \leq \varepsilon \quad (4.72)$$

în care β_i se determină din (4.67).

În figura 5.35 și tabelul 5.11, se prezintă forma și coordonatele profilului cuțitului-roată determinate prin metoda normalelor.

<i>Tabelul 5.11. Profilul cuțitului-roată, metoda normalelor; profil modelat "segment de dreaptă"</i>	
ξ [mm]	η [mm]
8.00000	0.00000
8.03039	0.01546
8.06137	0.03178
8.08234	0.04313
.....
10.58015	4.82324
10.58320	4.87145
10.58727	4.94402
10.58847	4.96793

Profil arc de cerc - metoda tangentelor

În figura 5.36, este prezentată aplicația specifică realizată tot sub formă de *applet java*, iar coordonatele profilului cuțitului-roată rezultate în urma rulării programului sunt prezentate în tabelul 5.12., pentru un profil de generat având coordonatele:

$X_o = -22; Y_o = 0; r = 6 \text{ mm}; v_{\min} = -30^\circ; v_{\max} = 30^\circ; R_{rp} = 20 \text{ mm}; R_{rs} = 15 \text{ mm}$,
vezi și figura 5.18, și, de asemenea, figura 5.32.

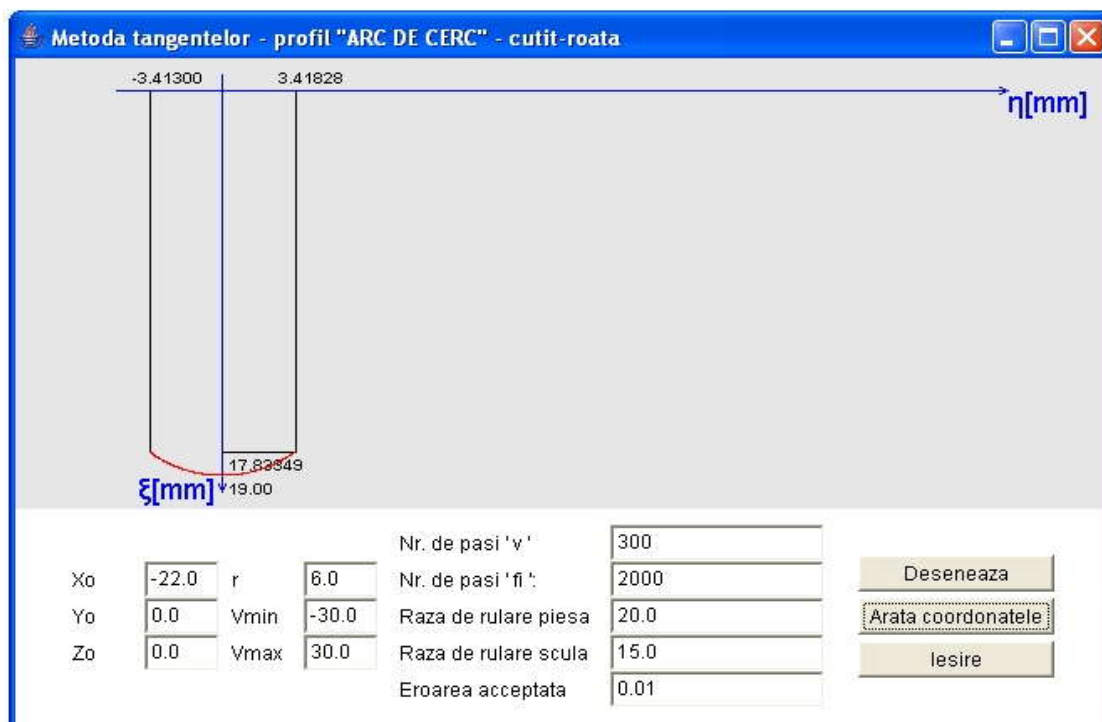


Fig. 5.36. Applet - metoda tangentelor; cuțit-roată; profil arc de cerc

Tabelul 5.12. Profilul cuțitului-roată, metoda tangentelor, profil modelat "arc de cerc"

$\xi[\text{mm}]$	$\eta[\text{mm}]$
17.83759	-3.41300
17.87139	-3.36903
17.91729	-3.30779
17.92973	-3.29086
17.95839	-3.25136
.....
17.93815	3.27934
17.92574	3.29630
17.89268	3.34086
17.88002	3.35764
17.85045	3.39638
17.83349	3.41828

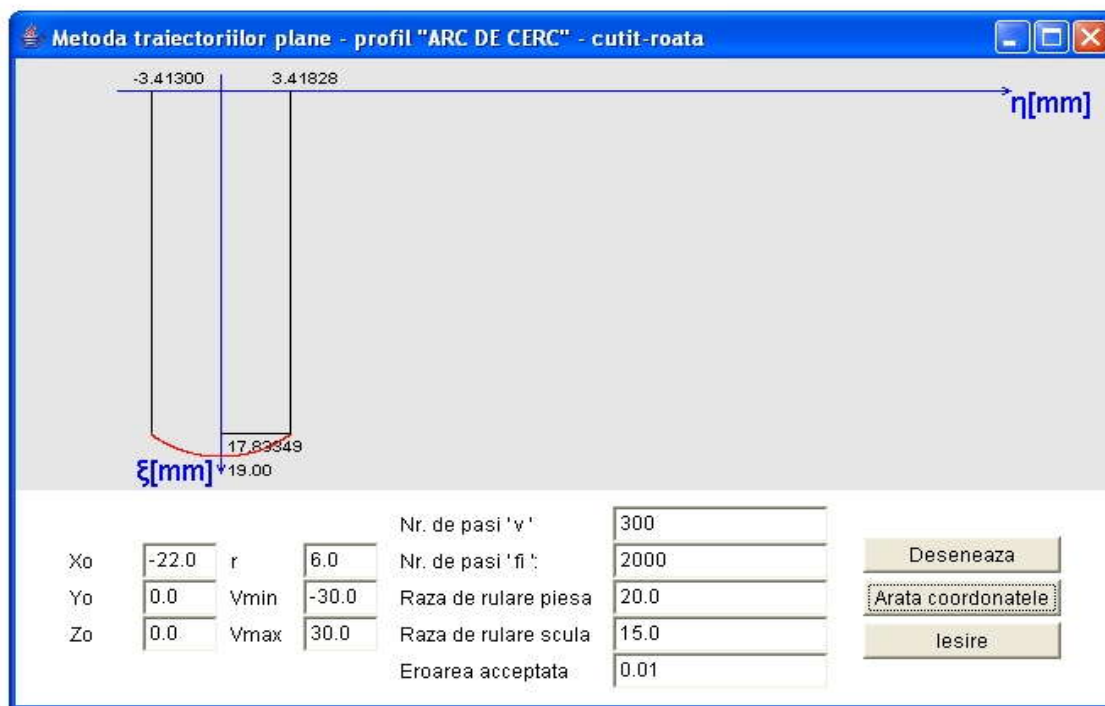


Fig. 5.37. Applet - metoda traiectoriilor plane; cuțit-roată; profil arc de cerc

Profil arc de cerc - metoda traiectoriilor plane de generare

Pentru același profil de realizat, figura 5.37, este prezentată aplicația specifică realizată sub formă de *applet java*, iar coordonatele profilului cuțitului-roată rezultate în urma rulării sunt prezentate în tabelul 5.13.

Tabelul 5.13. Profilul cuțitului-roată, metoda traiectoriilor plane; profil modelat "arc de cerc"

ξ [mm]	η [mm]
17.83759	-3.41300
17.87139	-3.36903
17.88407	-3.35228
17.91729	-3.30779
17.92973	-3.29086
17.95839	-3.25136
17.97456	-3.22875
.....
17.97062	3.23427
17.93815	3.27934
17.92574	3.29630
17.89268	3.34086
17.88002	3.35764
17.85045	3.39638
17.83349	3.41828

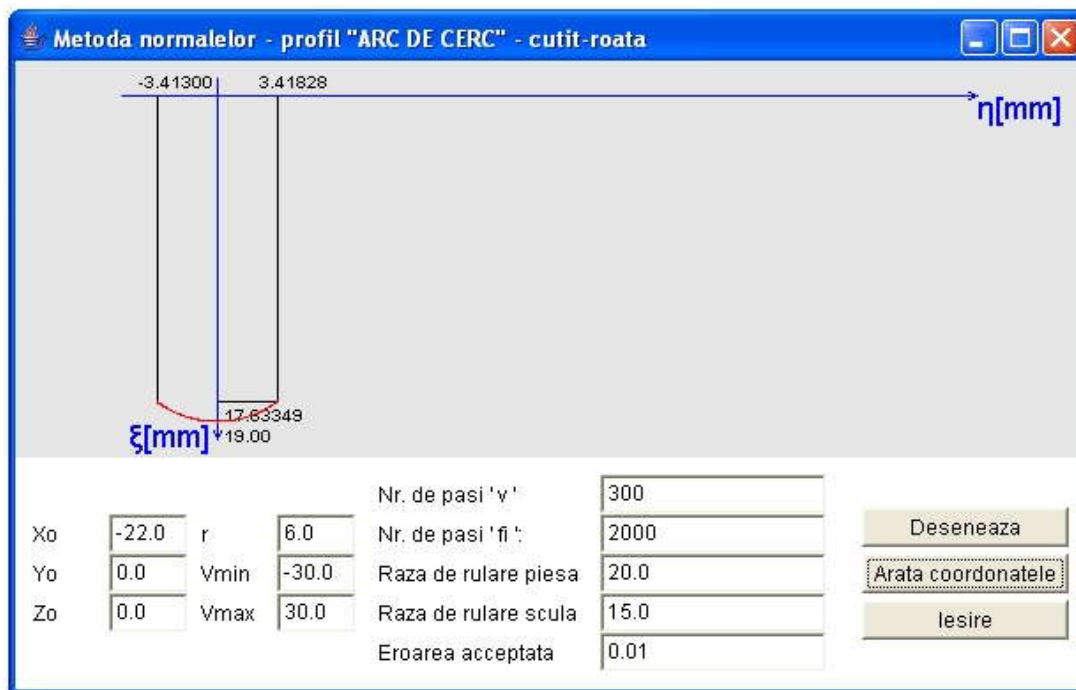


Fig. 5.38. Applet - metoda normalelor; cuțit-roată; profil arc de cerc

Profil arc de cerc - metoda normalelor

Pentru același profil de realizat, în figura 5.38, este prezentată aplicația specifică metodei normalelor, realizată sub formă de *applet java*, iar coordonatele profilului cuțitului-roată, rezultate în urma rulării, sunt prezentate în tabelul 5.14..

Tabelul 5.14. Profilul cuțitului-roată; metoda normalelor; profil modelat "arc de cerc"

ξ [mm]	η [mm]
17.83759	-3.41300
17.87139	-3.36903
17.88407	-3.35228
17.91729	-3.30779
17.92973	-3.29086
17.95839	-3.25136
17.97456	-3.22875
.....
17.97062	3.23427
17.93815	3.27934
17.92574	3.29630
17.89268	3.34086
17.88002	3.35764
17.85045	3.39638
17.83349	3.41828

- Este dovedit, prin exemplele prezentate, că profilurile sculei-roată determinate atât prin metoda fundamentală Willis, cât și prin diferite metode complementare, sunt identice cu cele

determinate prin metoda reprezentării în forma discretă a profilurilor, corespunzătoare “metodei tangentelor”, fapt ce atestă calitatea metodei propuse.

5.1.4. Verificarea metodei tangentelor pentru profilarea sculelor de tip cuțit rotativ

Profil rectiliniu - metoda tangentelor

Cuțitul rotativ, așa cum este cunoscut, constituie o aplicație aparte a cuțitului-roată, la generarea profilului axial al filetelor de lungime mare.

Se definesc cinematica specifică și sistemele de referință la generarea cu cuțite rotative, vezi figura 5.39:

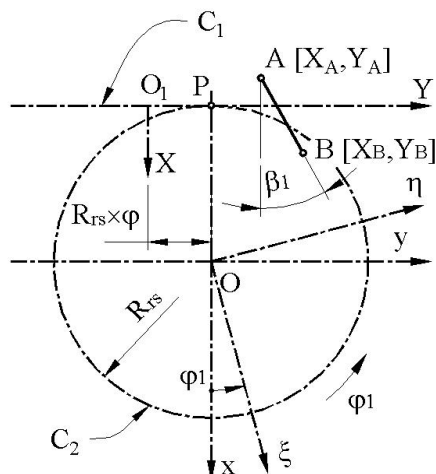


Fig. 5.39. Cuțitul rotativ

C_1 este centroida asociată secțiunii axiale a filetelui generat (semifabricat);

C_2 – centroida asociată cuțitului rotativ;

XY – sistem mobil, asociat secțiunii axiale a semifabricatului;

$\xi\eta$ – sistem mobil, asociat cuțitului rotativ.

Cinematica generării presupune realizarea următoarelor mișcări:

$$x = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot \xi, \quad (4.73)$$

reprezentând mișcarea de rotație a cuțitului rotativ;

$$X = x - a; \quad (4.74)$$

$$a = \begin{Bmatrix} -R_{rs} \\ -R_{rp} \cdot \varphi_1 \end{Bmatrix}, \quad (4.75)$$

semnificând translația secțiunii axiale a filetelui, astfel că, pentru o reprezentare a profilului de generat, modelată cu relațiile(5.68), se obține familia de curbe:

$$\begin{cases} \xi_i = [X_i - R_{rs}] \cdot \cos \varphi_1 + [Y_i - R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \sin \varphi_1; \\ \eta_i = -[X_i - R_{rs}] \cdot \sin \varphi_1 + [Y_i - R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \cos \varphi_1. \end{cases} \quad (4.76)$$

Condiția de înfășurare, în corelație cu (5.37), are forma

$$[-Y_i + R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \sin \beta_i - X_i \cdot \cos \beta_i = 0. \quad (4.77)$$

Ansamblul ecuațiilor (4.76) și (4.77) reprezintă profilul cuțitului rotativ.

În figura 5.40 și tabelul 5.15, se prezintă applet-ul specific metodei tangentelor precum și coordonatele profilului cuțitului rotativ pentru un profil de generat având coordonatele:

$$A[X_A = -10, Y_A = -10];$$

$$B[X_A = 10, Y_A = 10];$$

$$R_{rs} = 60 \text{ mm}.$$

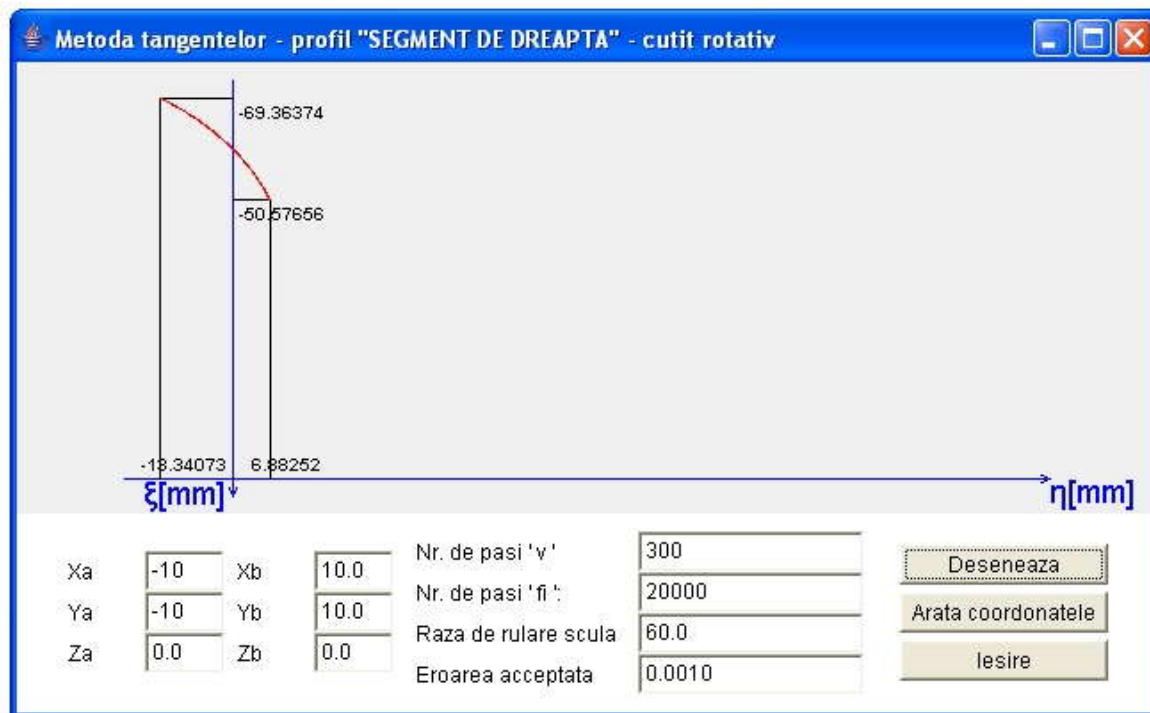


Fig. 5.40. Applet - metoda tangentelor; cuțitul rotativ; profilul rectiliniu

Tabelul 5.15. Profilul cuțitului-roată, metoda tangentelor: profil modelat "segment de dreaptă"

ξ [mm]	η [mm]
-69.36374	-13.34073
-69.19734	-13.00285
-69.08546	-12.77885
-68.91672	-12.44567
-68.80332	-12.22482
-68.63234	-11.89634
-68.51747	-11.67864
.....
-51.44321	6.44104
-51.20979	6.56354
-51.15128	6.59383
-50.92028	6.71179
-50.86236	6.74096
-50.69030	6.82666
-50.57656	6.88252

Profil rectiliniu - metoda "traiectoriilor plane"

Pentru ecuațiile segmentului definite de (4.68) și familia de profiluri (4.76), condiția de înfășurare specifică metodei traiectoriilor plane de generare se obține, după definirea derivatelor parțiale:

$$\begin{aligned}
\frac{d\xi_i}{dv} &= \frac{dX_i}{dv} \cdot \cos \varphi_1 + \frac{dY_i}{dv} \cdot \sin \varphi_1; \\
\frac{d\eta_i}{dv} &= -\frac{dX_i}{dv} \cdot \sin \varphi_1 + \frac{dY_i}{dv} \cdot \cos \varphi_1; \\
\frac{d\xi_i}{d\varphi_1} &= -[X_i - R_{rs}] \cdot \sin \varphi_1 + [Y_i - R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \cos \varphi_1 - R_{rs} \cdot \sin \varphi_1; \\
\frac{d\eta_i}{d\varphi_1} &= -[X_i - R_{rs}] \cdot \cos \varphi_1 - [Y_i - R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \sin \varphi_1 - R_{rs} \cdot \cos \varphi_1; \\
\frac{dX_i}{dv} &= \cos \beta_i; \\
\frac{dY_i}{dv} &= \sin \beta_i
\end{aligned}
\tag{4.78}$$

și este dată de (4.79),

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{d\xi_i}{d\varphi_1} & \frac{d\eta_i}{d\varphi_1} \\ \frac{d\xi_i}{dv} & \frac{d\eta_i}{dv} \end{array} \right| < \varepsilon,
\tag{4.79}$$

cu ε sufficient de mic, în corelație cu precizia dorită a cunoașterii profilului sculei.

Ansamblul format din ecuațiile familiei de profiluri (4.76) și condiția (4.79), ținând seama de definițiile (4.78), reprezintă profilul cuțitului rotativ.

În figura 5.41 și în tabelul 5.16, sunt prezentate forma și coordonatele profilului cuțitului rotativ reciproc înfășurător profilului rectiliniu având aceleași caracteristici dimensionale ca în problema anterioară .



Fig. 5.41. Applet - metoda traiectoriilor plane; cuțit rotativ; profil modelat "segment de dreaptă"

Tabelul 5.16. Profilul cuțitului rotativ; metoda traiectoriilor plane de generare; profil generat "segment"

de dreaptă”	
ξ [mm]	η [mm]
-69.36374	-13.34073
-69.19734	-13.00285
-69.08546	-12.77885
-68.91672	-12.44567
-68.80332	-12.22482
-68.63234	-11.89634
-68.51747	-11.67864
.....
-51.44321	6.44104
-51.20979	6.56354
-51.15128	6.59383
-50.92028	6.71179
-50.86236	6.74096
-50.69030	6.82666
-50.57656	6.88252

- *Nota: și în acest caz, identitatea coordonatelor profilurilor sculei obținute prin “metoda tangentelor” și metoda „traiectoriilor plane de cercetare” constituie o dovadă a calității primei metode, ca formă de exprimare a înfășurătoarei unei familii de profiluri, pentru o exprimare în formă discretă a acesteia.*

Profil rectiliniu - metoda normalelor

Se definesc pentru profilul rectiliniu AB, familia de profiluri (4.76), precum și condiția ca normala la profil, vezi figura 5.42,

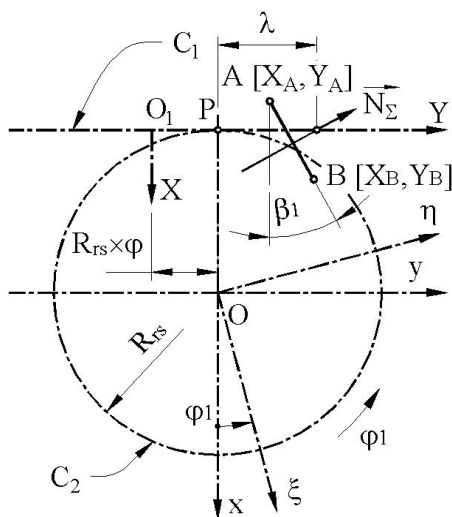


Fig. 5.42. Cuțitul rotativ, metoda „normalelor”

$$[X - X(v)] \cdot \frac{dX}{dv} + [Y - Y(v)] \cdot \frac{dY}{dv} = 0 \quad (4.80)$$

să intersecteze centroida C_1

$$\lambda = \frac{X(v) \cdot \frac{dX}{dv} + Y(v) \cdot \frac{dY}{dv}}{\frac{dY}{dv}} \quad (4.81)$$

Ansamblul de ecuații (4.76) și (4.81), pentru modelul profilului axial a melcului de generat în forma:

$$\begin{cases} X = X_A + v \cdot \cos \beta_i; \\ Y = Y_A + v \cdot \sin \beta_i, \end{cases} \quad (4.82)$$

reprezintă profilul cuțitului rotativ, reciproc înfășurător profilului axial, rectiliniu, al secțiunii axiale a semifabricatului.

În figura 5.43 și în tabelul 5.17, sunt prezentate forma profilului cuțitului rotativ și mărimile coordonatelor specifice, pentru profilul de generat cu aceleași coordonate.

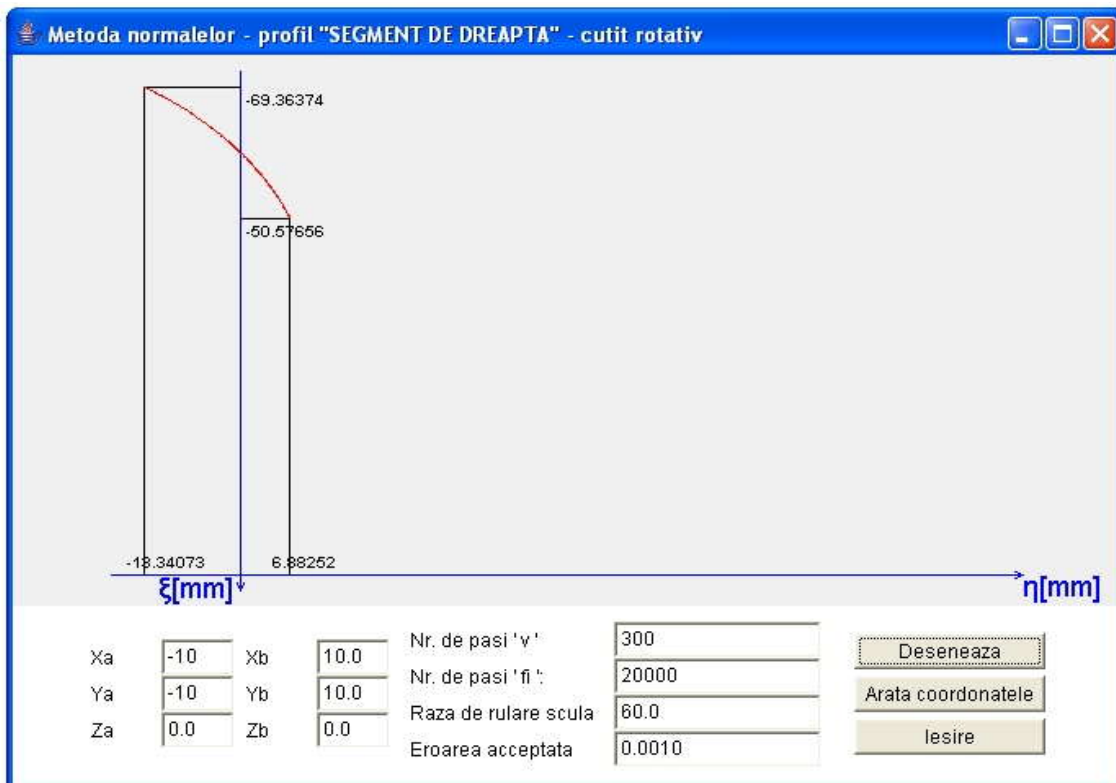


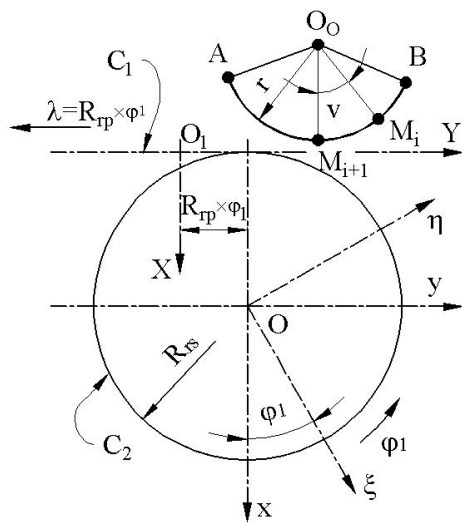
Fig. 5.43. Apolet - metoda normalelor pentru cuțitul rotativ, profil rectiliniu

Tabelul 5.17. Profilul cuțitului rotativ, metoda normalelor, profil prelucrat "segment de dreaptă"

ξ [mm]	η [mm]
-69.36374	-13.34073
-69.19734	-13.00285
-69.08546	-12.77885
-68.91672	-12.44567
-68.80332	-12.22482
-68.63234	-11.89634
.....
-51.44321	6.44104
-51.20979	6.56354
-51.15128	6.59383
-50.92028	6.71179
-50.86236	6.74096
-50.69030	6.82666
-50.57656	6.88252

Profil -arc de cerc - metoda tangentelor

În figura 5.46, este prezentată aplicația specifică realizată tot sub formă de *applet java*, iar coordonatele profilului cuțitului rotativ rezultate în urma rulării sunt prezentate în tabelul 5.18., pentru un profil de generat având coordonatele:



$X_o = 3;$
 $Y_o = 0;$
 $r = 10 \text{ mm};$
 $v_{\min} = -45^\circ;$
 $v_{\max} = 45^\circ;$
 $R_{rs} = 30 \text{ mm},$
 vezi și figura 5.45.

Fig. 5.45. Cuțitul rotativ, metoda „tangentele”, profil circular

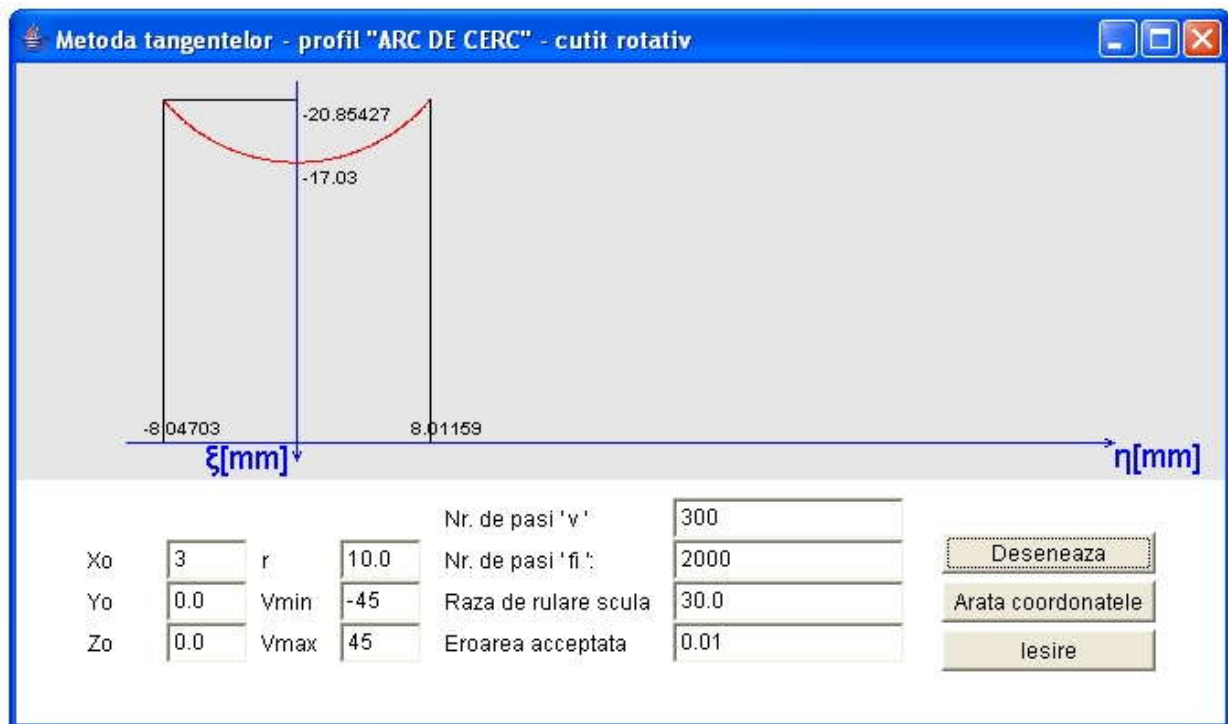


Fig. 5.46. Applet - metoda tangentelor; cuțit rotativ; profil arc de cerc

Tabelul 5.18. Profilul cuțitului rotativ; metoda tangentelor; profil modelat "arc de cerc"

ξ [mm]	η [mm]
-20.85427	-8.04703
-20.74727	-7.95881
-20.69850	-7.91781

-20.60174	-7.83497
-20.54537	-7.78581
-20.45027	-7.70122
-20.39492	-7.65106
.....
-20.36237	7.62121
-20.46463	7.71414
-20.51210	7.75645
-20.60784	7.84025
-20.66452	7.88897
-20.76190	7.97100
-20.81098	8.01159

Profil arc de cerc - metoda trajectoriilor plane

Pentru același profil de realizat, în figura 5.47 este prezentată aplicația specifică realizată sub formă de *applet java*, iar coordonatele profilului cuțitului rotativ rezultate în urma rulării sunt prezentate în tabelul 5.19.

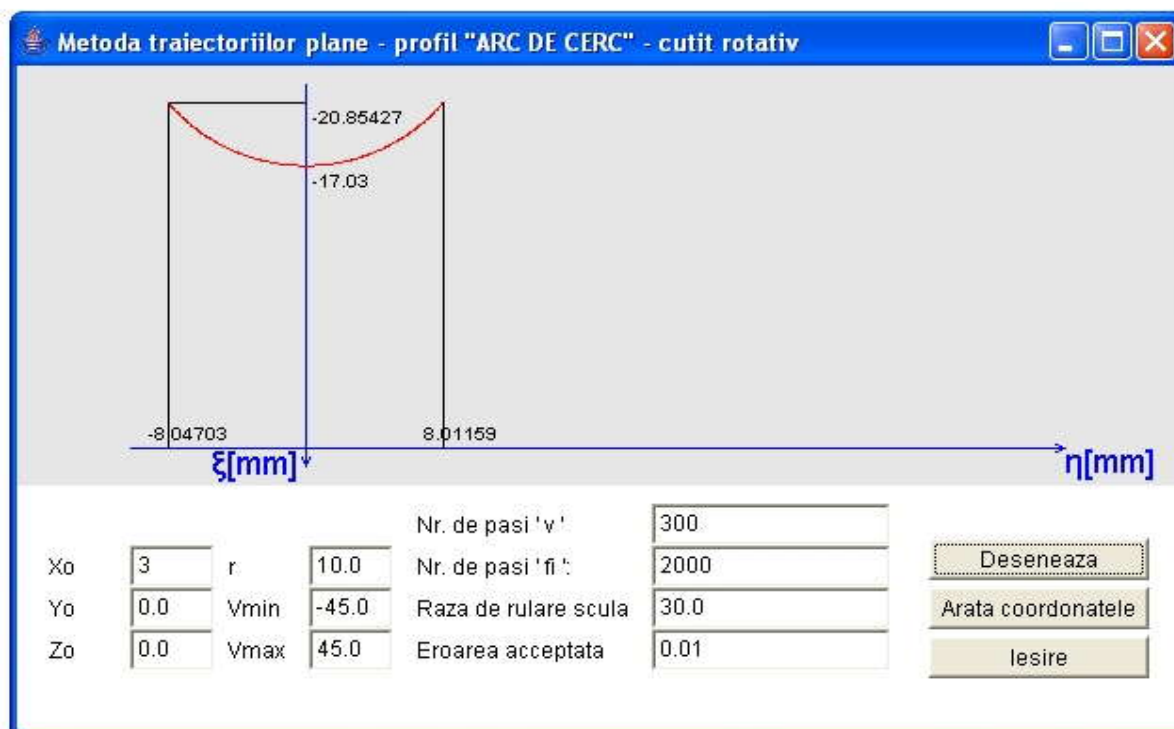


Fig. 5.47. Applet - metoda trajectoriilor plane; cuțit rotativ; profil arc de cerc

Tabelul 5.19. Profilul cuțitului rotativ; metoda trajectoriilor plane de generare; profil modelat "arc de cerc"	
ξ [mm]	η [mm]
-20.85427	-8.04703
-20.74727	-7.95881
-20.69850	-7.91781

-20.60174	-7.83497
-20.54537	-7.78581
-20.45027	-7.70122
-20.39492	-7.65106
.....
-20.36237	7.62121
-20.46463	7.71414
-20.51210	7.75645
-20.60784	7.84025
-20.66452	7.88897
-20.76190	7.97100
-20.81098	8.01159

Profil arc de cerc - metoda normalelor

În figura 5.48, este prezentată aplicația specifică metodei normalelor, realizată sub formă de *applet java*, iar coordonatele profilului cuțitului rotativ rezultate în urma rulării sunt prezentate în tabelul 5.20..

<i>Tabelul 5.20. Profilul cuțitului rotativ; metoda normalelor; profil modelat "arc de cerc"</i>	
ξ [mm]	η [mm]
-20.85427	-8.04703
-20.74727	-7.95881
-20.69850	-7.91781
-20.60174	-7.83497
-20.54537	-7.78581
-20.45027	-7.70122
.....
-20.36237	7.62121
-20.46463	7.71414
-20.51210	7.75645
-20.60784	7.84025
-20.66452	7.88897
-20.76190	7.97100
-20.81098	8.01159

- Și pentru acest ultim caz , generarea cu cuțite rotative, s-a dovedit, prin exemplele numerice prezentate, că aplicarea „metodei tangentelor” este întru totul corespunzătoare, profilurile obținute fiind, practic, aceleași cu cele obținute prin metodele cunoscute .

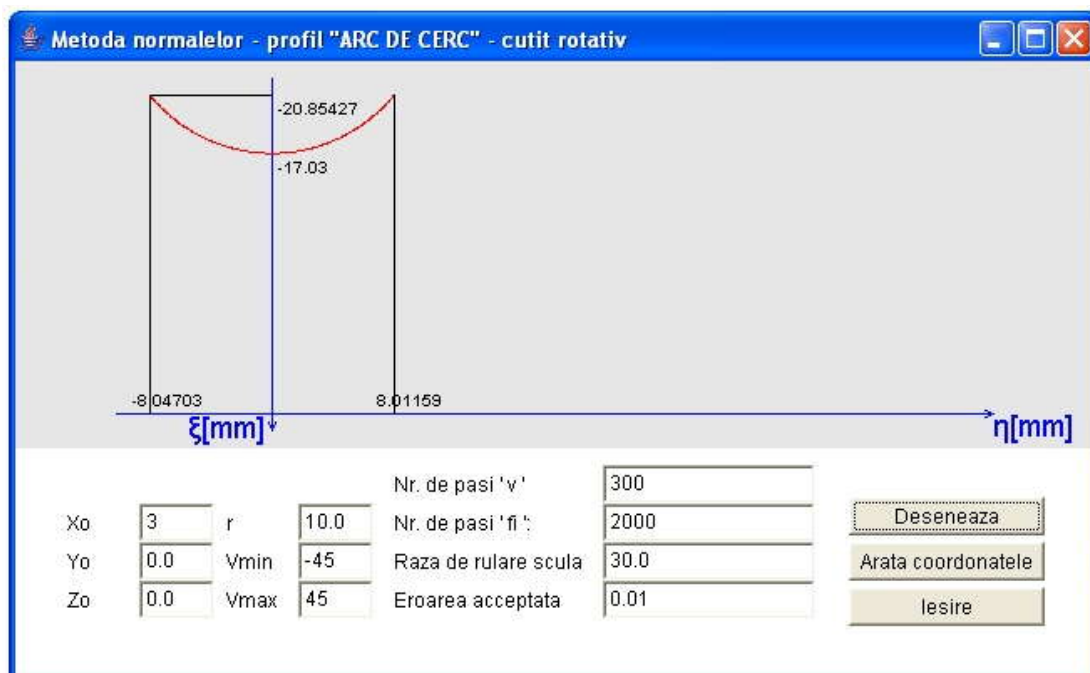


Fig. 5.48. Applet - metoda normalelor; cuțit rotativ; profil arc de cerc

Concluzii

S-a prezentat o metodă particulară de reprezentare în formă discretă a suprafețelor, în vederea unei mai facile modalități de scriere a normalei la acestea, bazată pe o reprezentare în formă numerică a generatoarei suprafeței.

S-a aplicat această metodă la generarea prin înfășurare, prin metoda rulării, cu scule de tip cremalieră, cuțit-roată și cuțit rotativ. Pentru toate aceste modalități de generare, s-au sintetizat algoritmi specifici.

De asemenea, s-a aplicat această metodică de reprezentare a suprafețelor la profilarea sculelor de revoluție reciproc înfășurătoare cu suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant, precum și la modelarea suprafețelor efectiv generate cu scule mărginite de suprafețe de revoluție.

Ansamblul acestor algoritmi a fost numit *metoda tangentelor*.

Stabilirea calității metodei s-a făcut prin compararea rezultatelor obținute prin această metoda cu rezultate obținute prin aplicarea pentru aceleași tipuri de suprafețe, prin metode cunoscute: teorema normalelor, metoda „distanței minime”, metoda „familiei de cercuri de substituire”, metoda „traiectoriilor plane de generare”.

Rezultatele aplicării comparative a acestor metode, pentru profilarea sculelor de tip cremalieră, cuțit-roată și cuțit rotativ, au reliefat, prin identitatea rezultatelor obținute, calitatea acestui mod de abordare a problematicii înfășurării vârtejurilor ordonate de suprafețe (profiluri) asociate unui cuplu de centroide în rulare, exprimate în formă discretă

A fost realizat, în baza algoritmilor prezentați, un produs soft original, cu ajutorul limbajului de programare *java*, rezultatele fiind prezentate sub formă de *applet*-uri *java*, pentru totalitatea aplicațiilor prezentate, pe baza algoritmilor specifici pentru directoare ale suprafețelor (profilurilor) de tip „segment de dreaptă” și „arc de cerc”, ca elemente frecvent întâlnite în construcția profilurilor compuse.

Metoda tangentelor, ca formă de reprezentare în formă discretă a suprafețelor, a fost utilizată și pentru rezolvarea problemei profilării suprafețelor reciproc înfășurătoare cu contact punctiform, în speță, profilarea sculei-melc pentru generarea unor vârtejuri ordonate de suprafețe.

S-a sintetizat un algoritm specific, apelând la teoremele fundamentale ale înfășurării suprafețelor, pentru care s-a realizat un produs soft specializat, de asemenea în limbajul *java*, realizându-se aplicații pentru vârtejuri ordonate de suprafețe cilindrice cu directoare rectilinie și arc de cerc, vârtejuri asociate unei centroide circulare.

Algoritmii concepuți precum și produsele soft realizate permit o aplicare simplă a metodei a cărei validitate a fost dovedită prin numeroasele exemple comparative cu rezultate obținute prin aplicarea teoremelor fundamentale și a metodelor complementare ale înfășurării suprafețelor.

ACTIVITATEA 5.2. ELABORAREA DE PRODUSE SOFT DEDICATE

Pe baza celor prezentate anterior, s-au elaborat algoritmi specifici și s-au proiectat și realizat aplicații informatice dedicate.

Pentru a obține un cât mai mare grad de independență față de platforma hard, cât și datorită faptului că, în ultima perioadă, există tendința că, în toate domeniile în care se folosesc programe informatice, se tinde spre folosirea din ce în ce mai des a programării orientate obiect (POO) și înlocuirea treptată a programării structurate, s-a ales ca limbaj de programare pentru realizarea aplicațiilor limbajul *java*, limbajul care la ora actuală domină ca pondere în ceea ce privește softul nou realizat la nivel mondial. Prin această alegere, s-a obținut independența de platforma hardware, iar aplicațiile dezvoltate au avantajul că, datorită dezvoltării utilizând POO pot fi foarte lesne înțelese de alți programatori și, mai ales, pot fi foarte ușor refolosite sau dezvoltate ulterior, date fiind „proprietățile de moștenire” specifice limbajelor de programare obiectuale.

Soft pentru profilarea sculelor care generează prin rulare (PSGR)

A fost descrisă „metoda tangentelor” pentru reprezentarea suprafețelor. De asemenea s-a realizat o verificare a acestei metode prin compararea rezultatelor acesteia cu rezultatele altor metode a căror valabilitate este certă. Pentru aceasta, s-au realizat, în baza schemelor logice prezentate anterior, aplicații *java* sub formă de applet-uri interactive. Pentru accesarea acestora s-au realizat pagini HTML, care permit vizualizarea celor 30 de applet-uri, prin intermediul unui browser de internet. Structura acestor pagini, precum și modul de funcționare a applet-urilor *java* interactive, vor fi prezentate în continuare.

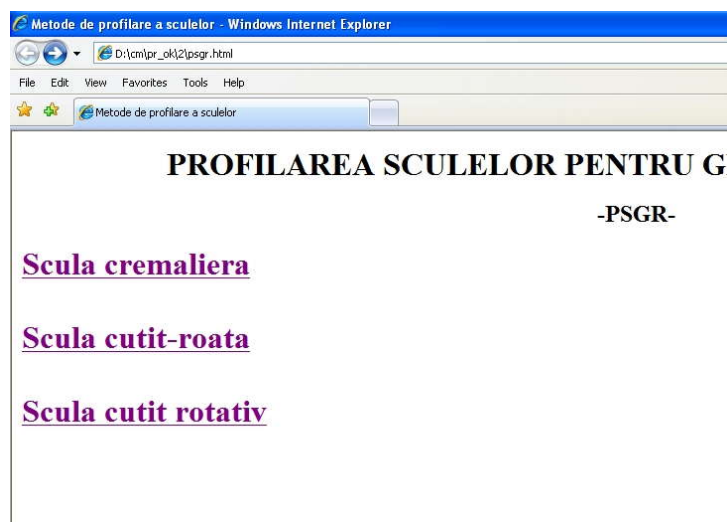


Fig. 49. Prima pagină a programului PSGR

Prima pagină HTML propune utilizatorului alegerea cu ajutorul butonului stânga al mouse-ului, în conformitate cu cele descrise pe parcursul obiectivului 5, a modului de realizare a prelucrării, respectiv va fi vorba de o prelucrare cu o sculă-cremalieră, cu un cuțit-roată sau cu un cuțit rotativ, vezi figura 5.49.

Prin accesarea link-urilor respective, se trece la alegerea profilului de realizat, putându-se alege între un profil elementar rectiliniu sau un arc de cerc, indiferent de scula aleasă, vezi figura 5.50.

După alegerea formei profilului de prelucrat prin accesarea legăturii

respective, programul interoghează cu privire la metoda utilizată pentru profilarea sculei, vezi figura 5.51.

Între toate paginile aplicației PSGR, se poate naviga foarte ușor în ambele sensuri, prin folosirea facilităților browserului de internet, aproape universal cunoscute. După alegerea uneia dintre metode, aplicația va încărca applet-ul *java* corespunzător. În figura 5.52, este prezentată aplicația în cazul selectării metodei tangentelor, pentru prelucrarea unui profil de tip „arc de cerc” cu ajutorul sculei-cremalieră.

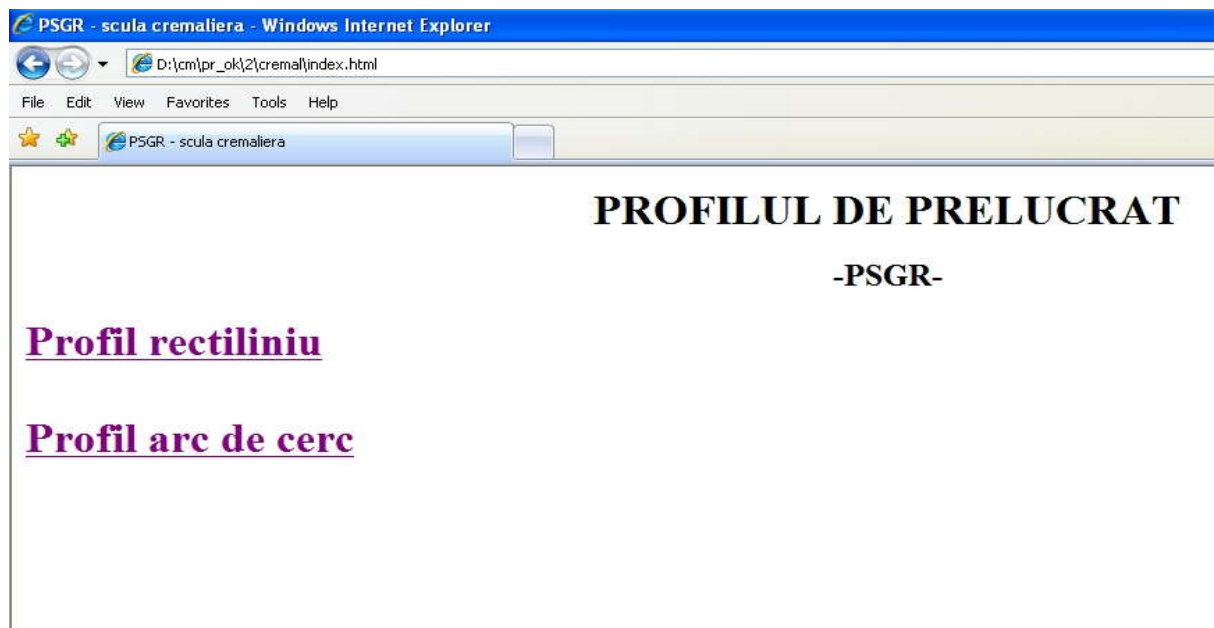


Fig. 5.50. Pagina de alegere a profilului de prelucrat

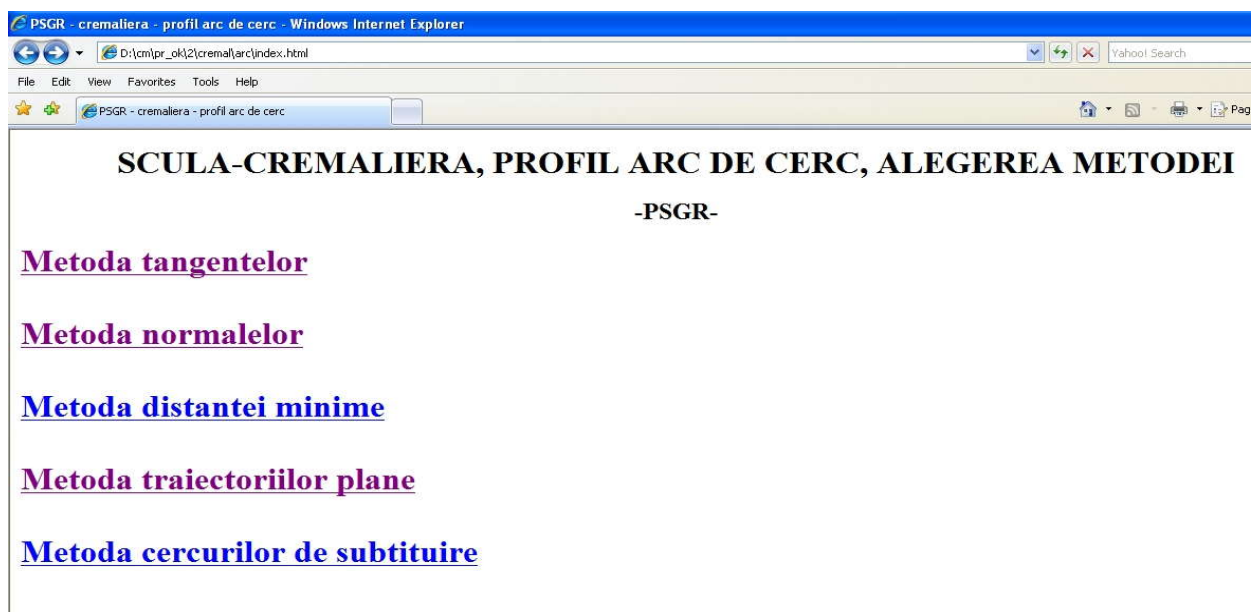


Fig. 5.51. Alegerea metodei de prelucrare

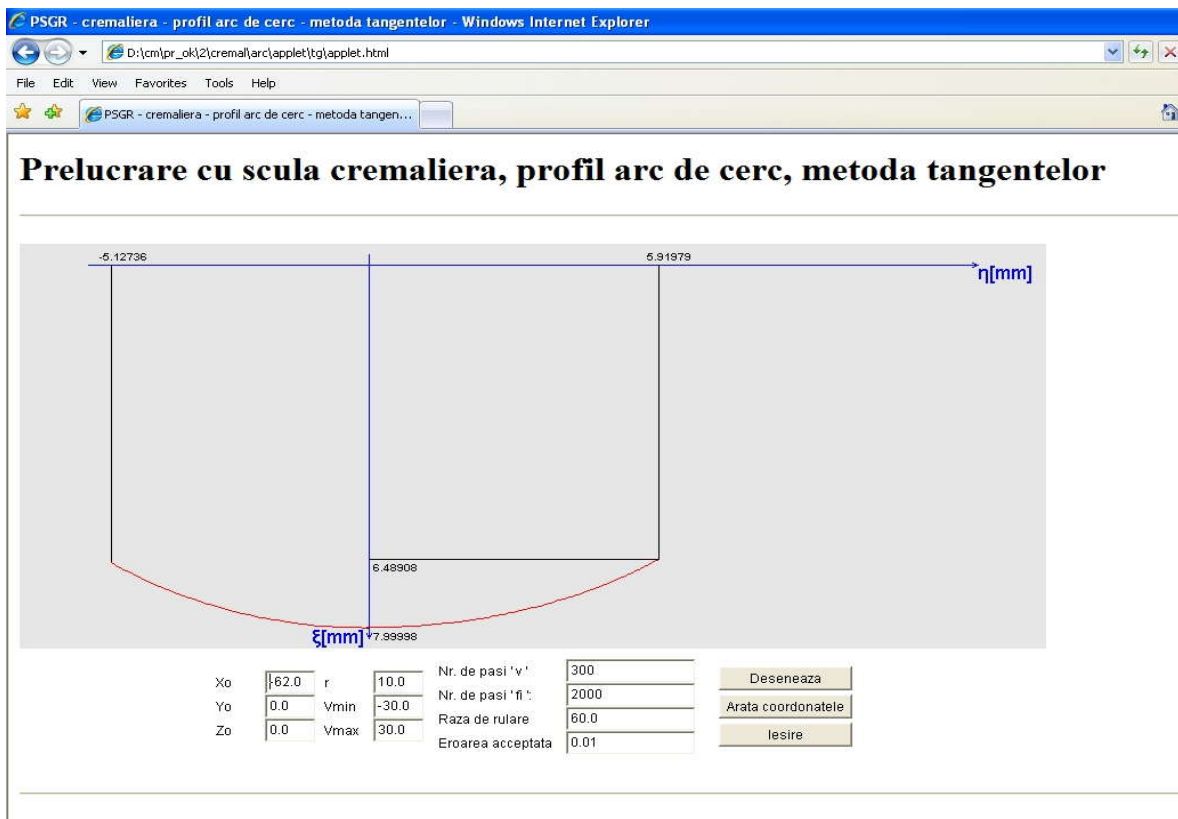


Fig. 5.52. Captură de ecran cu funcționarea applet-ului ales în cadrul aplicației PSGR

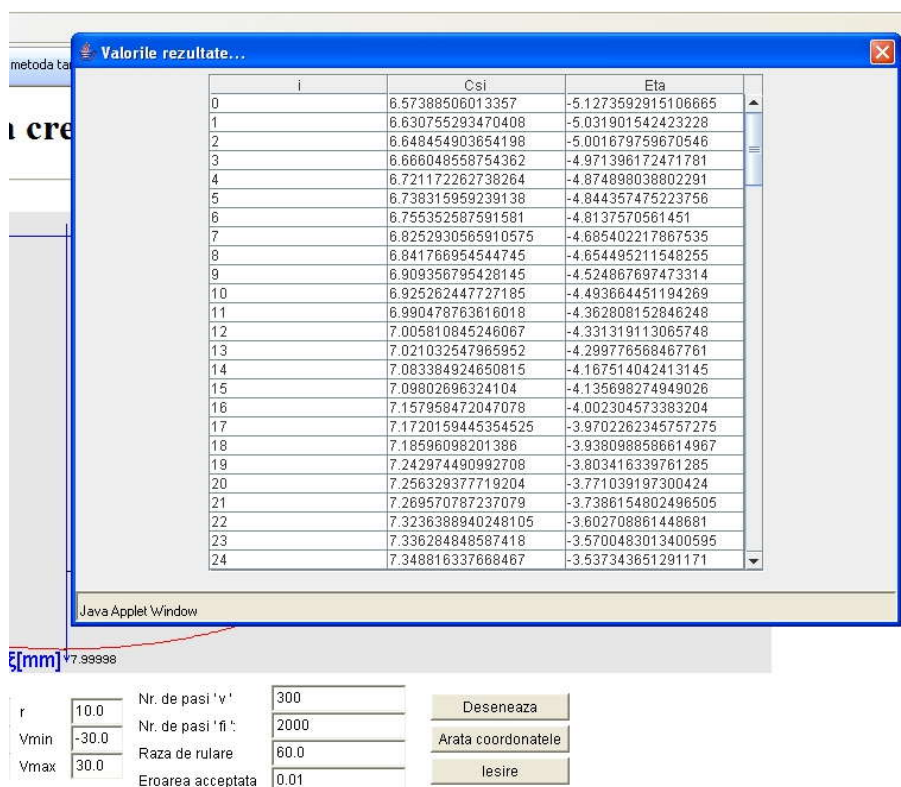


Fig. 5.53. Exemplu de vizualizare a valorilor calculate

Applet-urile realizate în această lucrare sunt programe java cu dublă posibilitate de folosire, atât ca aplicații de independente, mod de lucru ilustrat în capturile de ecran, cât și ca miniaplicații care se pot vizualiza cu un instrument specific produs de firma Sun numit appletviewer, sau cu

ajutorul oricărui browser de internet. În aplicația PSGR, este ilustrat acest din urmă mod de vizualizare.

Așa cum se observă și în figura 5.52, s-a căutat ca utilizarea applet-urilor să fie cât mai simplă și intuitivă. Astfel, utilizatorul poate modifica oricare din datele de intrare prin simpla editare a acestora în interiorul căsuțelor de text. După activarea butonului „Desenare”, aplicația este lansată în execuție cu noile date de intrare, iar după finalizarea calculelor, este prezentată o nouă reprezentare grafică a profilului sculei. S-a prevăzut, bineînțeles, și posibilitatea ca utilizatorul să introducă date nepotrivite, situație în care aplicația reacționează printr-o atenționare, vezi figura 5.53. În exemplul prezentat, utilizatorul a introdus în mod eronat o valoare negativă pentru numărul

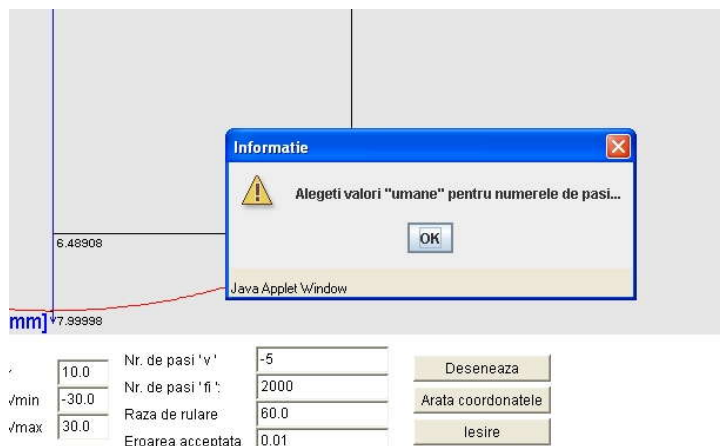


Fig. 5.54. Mesaj avertizare

de intervale în care va fi împărțit profilul de generat. În cazul unui applet pentru profilarea unei scule care generează un profil rectiliniu, utilizatorul poate modifica datele de intrare, prin schimbarea coordonatelor capetelor segmentului de generat sau poate influența precizia rezultatelor prin modificarea numerelor de intervale în care vor fi împărțite la modelare profilul de prelucrat sau unghiul de rotație φ_1 . În cazul unui applet pentru profilarea unei scule care generează profiluri circulare, prin

intervenția utilizatorului, se poate modifica poziția centrului profilului de prelucrat, raza acestuia, unghiul de start și unghiul final, vezi și figura 5.52.

Prin selectarea opțiunii „Arată coordonate”, se obține un tabel cu toate coordonatele calculate ale profilului sculei, așa cum se poate vedea în figura 5.53. Deoarece numărul acestor valori este mare, fereastra de vizualizare a rezultatelor este prevăzută cu bară de defilare. Aceste coordonate pot fi oricând stocate într-un fișier pe disc, pentru o eventuală folosire ulterioară.

„Eroarea acceptată” a carei valoare o poate modifica și utilizatorul, se referă la eroarea de îndeplinire a condiției de înfășurare, care constituie criteriul de determinare a punctelor de pe profilul sculei.

Reprezentarea grafică a profilurilor determinate prin calcul se realizează pe baza unor algoritmi originali. În acest scop, aplicațiile determină întâi scara maximă la care pot fi reprezentate profilurile modelate, fără deformare pe vreuna din cele două direcții, pe baza determinării în prealabil a dimensiunilor ferestrei de afișare. La determinarea acestei scări s-a ținut cont și de prezența obligatorie a originii sistemului de axe în desen. După determinarea scării, se face desenarea propriu zisă, prin trasarea unei polilinii care să treacă prin toate punctele a căror coordonate au fost modelate și, apoi, la trasarea axelor sistemului de coordonate și cotarea desenului care se realizează, ținându-se seama de coordonatele extreme pe direcțiile celor două axe de coordonate.

Prin accesarea succesivă a legăturilor puse la dispoziție de aplicație și prin vizualizarea atât a reprezentărilor grafice cât și, mai ales, a coordonatelor punctelor, se pot trage concluzii cu privire la valabilitatea metodei tangentelor, având la dispoziție încă patru metode pentru compararea rezultatelor, dar se pot stoca și rezultate numerice ale modelării profilurilor sculelor, sub formă de fișiere text, sub forma foilor de calcul tabelar specifice programelor de tip spreadsheet, sau sub alte forme care să facă posibilă folosirea ulterioară a acestora.

Facem observația că, acest mod de prezentare a aplicației se încadrează în tendința actuală de migrare a celor mai multe softuri spre interfețe *web-based*, a căror utilizare este foarte facilă și intuitivă.

ANEXA

Lucrari publicate in cadrul fazei pe anul 2008 a contractului:

1. [A New Approach Of Helical Drill Sharpening Study](#)
2. [A New Form Of Major Cutting Edge Of Helical Drill](#)
3. [Algorithm For Corrective Profiling Of Rack Gear Tools](#)
4. [Algorithm For Corrective Profiling Of The Gear Shaped Tool](#)
5. [Algorithm For Gear Shaped Tool Profiling By Bezier Approximation](#)
6. [Algorithms For Rack Gear Tool Profiling By Bezier Polynomial Aproximation, For Compozite Profiles](#)
7. [Energetically Model Of Helical Drill Cutting Edge Form](#)
8. [On The Implementation Of An Algorithm Improving Approximated Tool Profiles Generating Helical Surfaces](#)
9. [On The Implementation Of An Algorithm, Improving Approximated Profiles Representation By Poles In Generating By Tools Case](#)
10. [Rack Gear Tool Approximative Profiling](#)
11. [Rack Gear Tool Profiling](#)